

# Modelación Numérica del Flujo Rasante en una Rápida Escalonada Aplicando la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) Mediante el Uso de Flow-3D

Casa E.<sup>1</sup>; Hidalgo X.<sup>1</sup>; Castro M.<sup>1</sup>; Ortega P.<sup>1</sup>; Vera P.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>CIERHI- Escuela Politécnica Nacional, Facultad de Ingeniería Civil y Ambiental, Quito, Ecuador

**Resumen:** El presente estudio tiene como objetivo principal desarrollar la modelación numérica del flujo rasante en una rápida escalonada aplicando el paquete comercial FLOW-3D. Actualmente el diseño de este tipo de estructuras se realiza con el uso de expresiones empíricas obtenidas con base en la modelación física y estudios complementarios en la modelación numérica del flujo sobre la rápida escalonada con apoyo de un código CFD. Con el modelo numérico se busca estimar la velocidad del flujo en la región uniforme, y el coeficiente de fricción para cuatro caudales de operación de la rápida escalonada ( $\Theta=45^\circ$ ,  $H_d=4.61\text{m}$ ). La representación de un flujo autoaireado es complejo, por lo que el programa aproxima la solución con ciertas limitaciones, para ello emplea el modelo air entrainment, el modelo drift flux y un modelo de turbulencia k- $\epsilon$  RNG. Los resultados obtenidos con la modelación numérica y la modelación física acerca del inicio de autoaireación natural del flujo y la profundidad del flujo bifásico en la región uniforme presentan desviaciones de hasta el 10% debido a que el flujo es altamente turbulento.

**Palabras clave:** Rápida Escalonada, Flujo Rasante, Introducción de Aire, Modelación Numérica, FLOW-3D.

## Numerical Modeling of Flush Flow in a Rapid Step Applying Computational Fluid Dynamics (CFD) Using Flow-3D

**Abstract:** The main objective of this project is to develop the numerical modeling of the skimming flow in a stepped spillway using FLOW-3D. The design of these structures is based on the use of empirical expressions obtained from physical modeling and complementary studies in the numerical modeling of flow over the stepped spillway with support of CFD code. The numerical model is used to estimate the flow velocity in the uniform region and the friction coefficient of the stepped spillway ( $\Theta = 45^\circ$ ,  $H_d=4.61\text{m}$ ). The representation of auto aeration a flow is complex, so the program approximates the solution with certain limitations, using an air entrainment model; drift flux model and turbulence model k- $\epsilon$  RNG. The results obtained with numerical modeling and physical modeling at the beginning of natural auto aeration of flow and depth of the biphasic flow in the uniform region presents deviations above to 10% perhaps the flow is highly turbulent.

**Keywords:** Stepped spillway, skimming flow, air entrainment, drift flux, numerical modeling, FLOW-3D.

### 1. INTRODUCCIÓN

El estudio de una rápida permite determinar su eficiencia como estructura de disipación de energía del flujo en proyectos como el caso de una central hidroeléctrica o la descarga de agua lluvia hacia un cuerpo receptor, en el cual se requiere vencer grandes desniveles topográficos. Las investigaciones en la actualidad se centran en discusiones del flujo aireado en la región donde se presenta el flujo rasante. La rápida escalonada presenta un mayor porcentaje de disipación de energía en comparación con la rápida lisa lo cual es ventajoso ya que se reduce la profundidad y tamaño del cuenco disipador ubicado al pie de dicha estructura (Castro M., 2015).

El análisis de la rápida escalonada resulta complejo debido a que se tiene diferentes regímenes de flujo y regiones a lo largo

de toda la estructura. Las características del flujo en la rápida escalonada actualmente son abordadas mediante el uso de relaciones empíricas y modelos físicos. Una herramienta complementaria de la modelación física hidráulica es la modelación numérica, la cual permite reducir tiempo y costo en la fase de modificaciones del diseño original de las estructuras hidráulicas, dado que un modelo numérico calibrado con el modelo físico permite desarrollar las posibles modificaciones al modelo hidráulico en forma eficiente y oportuna. En una rápida escalonada existen tres tipos de vertido que son: flujo de escalón en escalón, flujo en transición y flujo rasante (Khatsuria, R.M., 2005).

En una rápida escalonada, el flujo rasante se produce cuando el flujo de agua llena todas las cavidades de los escalones formándose un fondo virtual. El flujo que circula por encima

[edwin.casa@epn.edu.ec](mailto:edwin.casa@epn.edu.ec)

Recibido: 23/09/2016

Aceptado: 22/05/2018

Publicado: 31/07/2018

del fondo virtual se conoce como flujo rasante completamente desarrollado y se caracteriza por un flujo aireado en la superficie libre, formación de burbujas y vórtices estables en los escalones (ver figura 1). (Khatsuria, R.M., 2005)

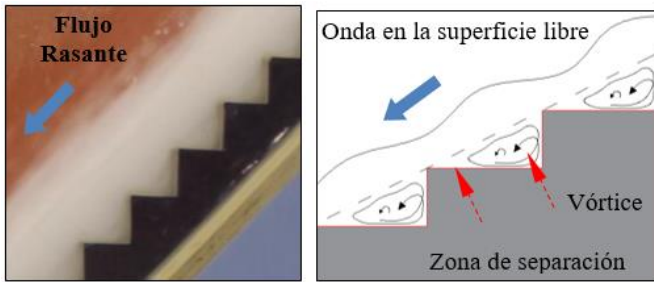


Figura 1. Flujo Rasante sobre una rápida escalonada.

En la figura 2, se observan las principales regiones existentes en un flujo rasante y estas son: (1) Flujo no aireado, se presenta el crecimiento de la capa límite hasta la superficie libre del flujo; (2) Punto de inicio de la autoaireación, se desarrolla un flujo parcialmente aireado; (3) Flujo gradualmente variado y (4) Flujo en estado de equilibrio, uniforme y completamente aireado.

Las consideraciones más relevantes para el diseño de una rápida escalonada con flujo rasante son: Propiedades del flujo aireado, la estimación de la resistencia al movimiento del agua, determinación del coeficiente de fricción, introducción y arrastre de aire, disipación de energía, consideración de las fluctuaciones de presión y cavitación. (Khatsuria, R.M., 2005)

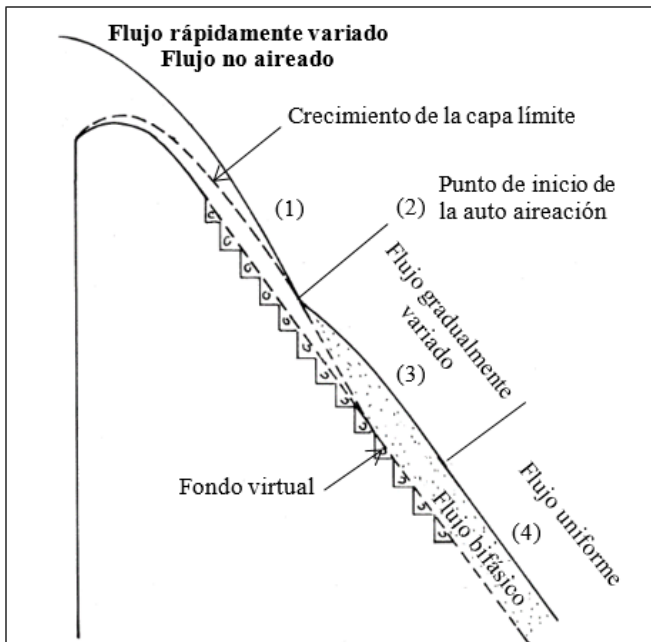


Figura 2. Principales regiones existentes en un flujo rasante.

## 2. MODELO FÍSICO

El modelo físico-hidráulico del flujo bifásico agua-aire, altamente turbulento cumple la similitud restringida de Froude. En el caso de flujos a superficie libre se considera como fuerza predominante la Gravedad. Estrictamente se debe cumplir que el número de Froude en prototipo sea igual al del

modelo. A la vez el modelo físico debe satisfacer los parámetros adimensionales del número de Reynolds ( $Re > 105$ ) y el número de Weber ( $\sqrt{We} > 110$ ) para evitar los efectos de escala producidos por la viscosidad y la tensión superficial para un flujo bifásico (Pfister M., Chanson H., 2013).

El número de Reynolds relaciona las fuerzas de inercia con las fuerzas viscosas y el número de Weber relaciona las fuerzas de inercia con las fuerzas de tensión superficial. En la tabla 1, se presentan los valores de estos parámetros adimensionales que cumplen con los rangos establecidos para evitar los efectos de escala en el modelo físico y así obtener resultados confiables.

Tabla 1. Parámetros adimensionales. Similitud restringida de Froude

CAUDAL MODELO	NÚMERO DE FROUDE	NÚMERO DE REYNOLDS	NÚMERO DE WEBER
Qm	$Fr_p=Fr_m$	$Re_m$	$(We_m)^{0.5}$
l/s	-	-	-
13.97	7.3	3.9E+05	119
22.36	6.8	6.2E+05	161
27.95	6.9	7.5E+05	180
41.92	6.2	1.3E+06	266

El modelo numérico se elabora con las dimensiones del modelo físico a escala 1:20 construido en el Laboratorio del Centro de Investigaciones y Estudios en Recursos Hídricos (CIERHI) de la Escuela Politécnica Nacional del Ecuador. En la tabla 2, se describen las dimensiones más relevantes de la rápida escalonada en prototipo y en modelo físico. (CIERHI, EPN TECH, 2016)

Tabla 2. Dimensiones en prototipo y en modelo físico

RÁPIDA ESCALONADA					
Estructura	Descripción	Unidad	Prototipo	Modelo	
Rápida escalonada (Una cámara)	Longitud	L	m	98.85	4.94
	Altura	$H_d$	m	92.26	4.61
	Ancho	b	m	5.00	0.25
	Huella	l	m	1.00	0.05
	Contrahuella	h	m	1.00	0.05
	# escalones	e	u	87	87
	Inclinación	$\theta$	$^\circ$	45	45
	Caudal diseño	Q	m <sup>3</sup> /s	75.00	0.0419

En la figura 3 se observa un esquema del perfil longitudinal de la rápida escalonada con el cuenco de disipación de energía al pie de la estructura y en la figura 4 la representación digital del modelo físico en tres dimensiones considerando las zonas representativas de ingreso, estructura de disipación y salida.

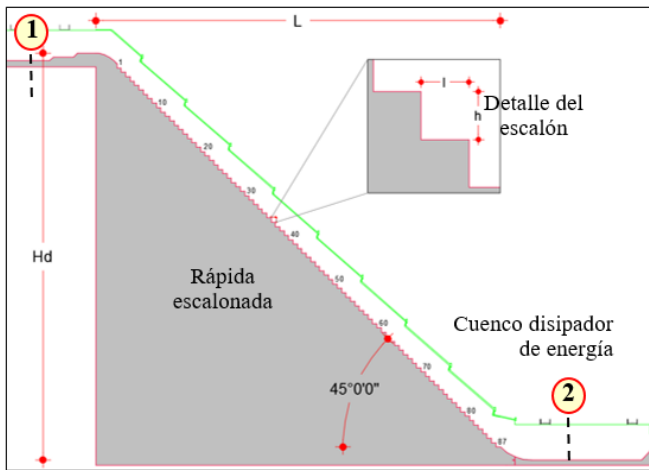


Figura 3. Dimensiones de la rápida escalonada el Batán.

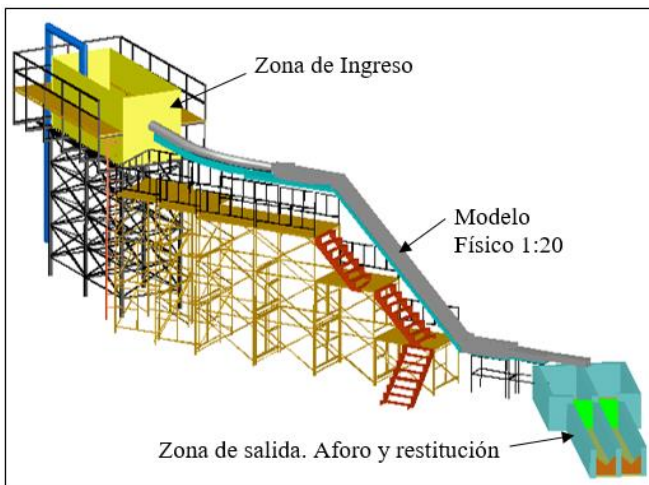


Figura 4. Modelo físico en 3D de la rápida escalonada el Batán.

### 3. MODELO NUMÉRICO

El software FLOW-3D resuelve en tres dimensiones la ecuación de la continuidad, la ecuación de la cantidad de movimiento y para la definición de la superficie libre del agua el modelo VOF, estas ecuaciones son las siguientes (Fernández Oro J. M., 2012).

$$\frac{V_f \partial \rho}{\rho \partial t} + \frac{1}{\rho} \nabla (\rho \vec{u} A_f) = - \frac{\partial V_f}{\partial t} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{1}{V_f} (\vec{u} A_f \cdot \nabla \vec{u}) = - \frac{1}{\rho} [\nabla P + \nabla (\tau \cdot A_f)] + \vec{G} \quad (2)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{V_t} \nabla \cdot (F \cdot \vec{u} \cdot A_f) = - \frac{F}{V_f} \frac{\partial V_f}{\partial t} \quad (3)$$

Donde,  $\rho$  es la densidad del fluido,  $\vec{u}$  es el vector de velocidad del flujo,  $V_f$  es la fracción de volumen,  $A_f$  es la fracción de área,  $P$  es la presión,  $\tau$  es el tensor de esfuerzos viscosos,  $G$  es la gravedad y  $F$  es la fracción del fluido.

Las variables fluido-dinámicas en un punto en el espacio están conformadas por una serie de fluctuaciones de distintas escalas, por tal razón, el análisis de la turbulencia se realiza desde el punto de vista estadístico o sea con valor medio de la velocidad e intensidad promediada de las fluctuaciones “promedios de Reynolds.” Esta consideración ayuda en la resolución del problema de cierre del sistema de ecuaciones

algebraicas. Para la solución numérica de los flujos turbulentos se aplican las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas por Reynolds (RANS), en el cuál se calculan la energía cinética turbulenta ( $k$ ) y la tasa de disipación de energía ( $\epsilon$ ) para obtener el tensor de esfuerzos viscosos o de Reynolds ( $\tau_{ij} = -\overline{u_i u_j}$ ) y la viscosidad turbulenta ( $\nu_t$ ).

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \cdot k \quad (4)$$

$$\nu_t = c_u \frac{k^2}{\epsilon} \quad (5)$$

El tiempo establecido para que la simulación numérica del flujo sobre la rápida escalonada alcance la convergencia, se estima considerando el tiempo que se demora el flujo en entrar y salir del sistema hasta que la solución numérica llegue a un equilibrio o se estabilice tanto en la masa como en la energía cinética. En la modelación numérica la variación del parámetro de la energía cinética turbulenta presenta frecuencias periódicas debido a que el flujo rasante resulta ser intermitente y descende en forma de series por la rápida escalonada. Para el presente estudio se observa que desde el tiempo simulado de 20 segundos el modelo numérico alcanza la estabilidad y convergencia con un paso de tiempo promedio,  $\Delta t = 2.5 \times 10^{-4}$  s. La duración en tiempo real de las simulaciones numéricas hasta los 20 segundos establecidos es de alrededor de 5 horas. Las características del ordenador utilizado son las siguientes: Memoria RAM de 16 GB y Procesador Intel® Core™ i7 de 3.69 GHz (8 procesadores).

#### 3.1 Discretización espacial y condición de frontera.

En este análisis el flujo rasante en una rápida escalonada se desarrolla en 2 dimensiones “2D”, debido a la capacidad del ordenador disponible y bajo la hipótesis de que las características hidrodinámicas del flujo no varían considerablemente en el ancho ( $B$ ), es decir, se cumple la condición  $B > 4y$  ( $y$  es la profundidad del flujo) (Bombardelli et al., 2010). Sin embargo, esta consideración simplifica el fenómeno físico ya que puede existir presencia de ondas en el sentido transversal del flujo rasante (Valero, D., Bung, D., 2015).

El solucionador emplea el método de diferencias finitas para la discretización espacial de las ecuaciones del flujo. El mallado se ingresa en un solo bloque de malla y divide el espacio físico con celdas rectangulares. Las celdas utilizan sus nodos y caras para almacenar valores de las incógnitas como la presión y la velocidad. En este estudio se analiza la influencia del tamaño de malla para celdas uniformes de 2, 3, 4 y 5 milímetros.

Las condiciones de frontera son datos conocidos para la solución del campo hidrodinámico, se colocan en los límites del bloque de malla que discretiza la región de interés como se muestra en la figura 5. Se debe tener en cuenta que una correcta elección de las condiciones de frontera es indispensable para la estabilidad y convergencia numérica de la solución.

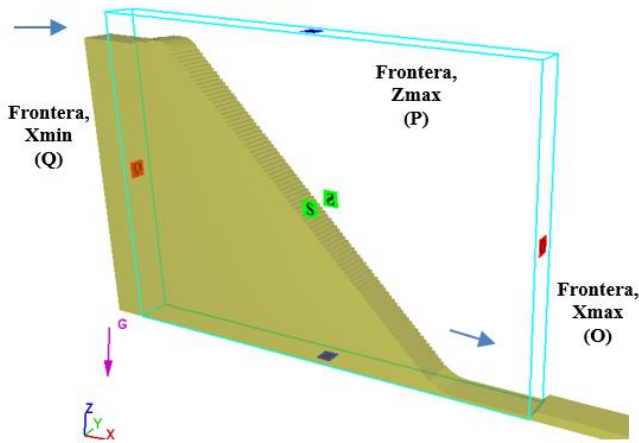


Figura 5. Condiciones de frontera para la modelación.

En la frontera  $X_{min}$  se coloca la condición de caudal de entrada (Q). Se ingresa el valor del caudal y del nivel de agua.

En la frontera  $Y_{min}$ ,  $Y_{máx}$  se colocan la condición de simetría (S). Es decir en la superficie del sólido el fluido tiene libertad de deslizamiento.

En la frontera  $X_{máx}$  se coloca la condición de salida del flujo (O).

En la frontera  $Z_{máx}$  se coloca la condición de abierto a la presión atmosférica (P).

La rugosidad absoluta del material en el modelo físico (acrílico), tanto para las paredes y el fondo es de 0.0015mm.

### 3.2 Sub-modelo: Incorporación de aire.

El sub-modelo de ingreso de aire identifica cuando el aire se incorpora al flujo. El flujo turbulento genera fácilmente la introducción y transporte de aire. El sub-modelo de incorporación y arrastre de aire en FLOW 3D evalúa un equilibrio entre la perturbación  $P_t$  (Energía cinética turbulenta por unidad de volumen) y las fuerzas estabilizadoras  $P_d$  (Fuerza de gravedad y tensión superficial) (Khatsuria, R.M., 2005). Cuando  $P_t > P_d$ , el aire rompe la superficie libre del flujo y es transportado en la masa de agua, formando de esta manera un flujo autoaireado. (Ver figura 6).

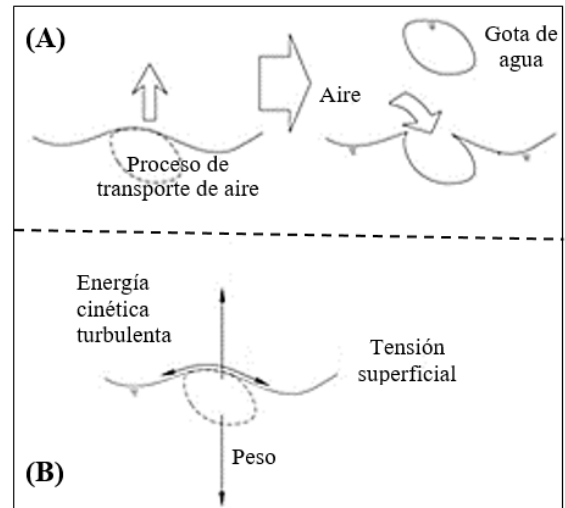


Figura 6. Mecanismo de la introducción de aire. (A) modelo de la introducción de aire. (B) Fuerzas actuantes en el líquido elemental.

### 3.3 Sub-modelo: Esponjamiento del flujo, modelo drift-flux.

El Sub-modelo de esponjamiento de flujo identifica un flujo compuesto de agua con burbujas de aire en una rápida escalonada, produciendo variaciones de la velocidad debido a las diferentes densidades. Se considera que el aire es transportado en forma de burbujas con un diámetro característico así las burbujas producen una fuerza de arrastre que generan una oposición al movimiento del agua. El sub-modelo drift-flux calcula una velocidad relativa para la mezcla agua-aire, fase continua y la fase dispersa respectivamente. La velocidad relativa se obtiene de la siguiente ecuación: (Flow Science, Inc., 2012)

$$\frac{\delta u_r}{\delta t} + u_2 \cdot \nabla u_2 - u_1 \cdot \nabla u_1 = \left( \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) \nabla P - \left( \frac{1}{f \rho_1} - \frac{1}{(1-f)\rho_2} \right) k_d \cdot u_r \quad (6)$$

Donde,  $f$  es la fracción de volumen de la fase continua,  $k_d$  es un coeficiente de fricción que da cuenta de la interacción de las dos fases,  $\rho_1, \rho_2$  es la densidad de la fase continua y dispersa respectivamente y  $u_r$  es la velocidad relativa.

Debido a la complejidad del fenómeno los resultados de las investigaciones numéricas reportan resultados no muy precisos en el transporte de aire y en el aumento de volumen del flujo mixto en la zona uniforme. La limitación radica en el transporte de aire ya que el modelo numérico representa en el contorno de la superficie libre una concentración de aire  $C=90\%$ , es decir, aireado al 90%. En algunos casos, el flujo sobre una rápida escalonada tiene una concentración de aire menor al 90% y el programa asume como frontera la superficie libre con concentración de aire al 90% y es así como ocurren errores en la superficie libre generando un mayor aumento de volumen del flujo autoaireado (Sarfaraz, M. and Attari, J., 2011).

### 3.4 Parámetros iniciales, físicos y numéricos de ingreso en el programa FLOW-3D.

A continuación, se presentan los parámetros iniciales, físicos y numéricos que se activan para el desarrollo de la simulación numérica del flujo rasante sobre una rápida escalonada considerando un flujo bifásico “agua-aire”.

#### PARÁMETROS INICIALES

- Tiempo de simulación 20 s.
- Fluido incompresible.
- Flujo a superficie libre.
- Fluido: Agua a 20°C
- Unidades: Sistema Internacional.
- Temperatura: Celsius.

#### PARÁMETROS NUMÉRICOS

- Método VOF.
- Resolver la ecuación de momento
- Segundo grado de aproximación.
- Algoritmo de acoplamiento
- presión-velocidad (GMRES)

#### PARÁMETROS FÍSICOS

- Gravedad.
- Viscosidad y turbulencia.
- Modelo k-ε RNG.
- TLEN= 7% profundidad del flujo.
- Incorporación y transporte de aire.
- Coeficiente de arrastre de aire= 0.5
- Coeficiente de tensión superficial= 0
- Densidad del aire= 1.20 kg/m<sup>3</sup>
- Densidad del flujo.  
Segundo grado de aproximación.
- Esponjamiento del flujo.  
Radio promedio de la burbuja de aire= 0.025mm a 1mm  
Viscosidad dinámica del flujo mixto= 0.001 kg/(m.s)  
Viscosidad dinámica del agua= 0.001 kg/(m.s)  
Viscosidad dinámica del aire= 1.8x10<sup>-5</sup> kg/(m.s)  
Densidad del agua= 1000 kg/m<sup>3</sup>

#### 3.5 Calibración de la Modelación Numérica.

Se analiza la sensibilidad de los resultados para cuatro diferentes tamaños de celda y se procede con la selección del modelo de turbulencia más apropiado para representar el fenómeno físico con el fin de alcanzar la calibración de la modelación numérica.

##### 3.5.1 Influencia del modelo de turbulencia.

Los modelos RANS constan de dos ecuaciones que son la energía cinética turbulenta (K) y la disipación de energía turbulenta (ε). En el estudio se analiza el modelo k-ε (RNG) y el modelo K-ω. El parámetro de la viscosidad turbulenta interviene en el proceso de la disipación de energía a lo largo de la rápida escalonada con flujo rasante (Lucio I. et al., 2015), por lo tanto, se debe verificar los valores de la longitud de mezcla turbulenta (TLEN), para no tener valores erróneos de la disipación de energía (Flow Science, Inc., 2012). El valor

de TLEN depende del tamaño de celda por lo que existe la necesidad de calibrar este valor si se observan valores erróneos de la viscosidad turbulenta (ν<sub>T</sub>).

El programa FLOW-3D calcula el valor de TLEN automáticamente. Este valor lo determina como el 7% del tamaño de celda más pequeño, lo cual no es aconsejable. Lo más habitual y recomendable es adoptar el valor de TLEN como el 7% a 15% del tirante de agua en un canal (y), según se ajuste con la calibración del modelo numérico (ARAGUA, 2013). En la tabla 3 se presentan las simulaciones numéricas planteadas para el análisis de la influencia del modelo de turbulencia en un flujo rasante para un tamaño de malla de 4 mm.

**Tabla 3.** Plan de simulaciones. Influencia del modelo de turbulencia

Nombre Simulación	Caudal modelo	Modelo de Turbulencia	TLEN
-	l/s	-	m
S1	27.95	k-ε (RNG)	Automático
S4			0.0028
S5		K-ω	Automático
S6			0.0028

En la figura 7 se presenta las profundidades del flujo bifásico a lo largo de la rápida escalonada, los resultados muestran que aguas abajo del punto de inicio de la autoaireación se tiene inestabilidad de la superficie libre. El modelo de turbulencia K-ω sobreestima la profundidad del flujo bifásico y no representa adecuadamente el flujo real. Con este modelo se reporta una disminución de la velocidad del flujo debido a que los valores de la viscosidad turbulenta son diferentes a los valores reales lo cual genera mayores pérdidas de energía.

Se evidencia en un modelo RANS, el efecto que tiene el valor de TLEN, sin realizar la debida calibración correspondiente pues los resultados de la viscosidad turbulenta, físicamente representan una mayor resistencia de las partículas del fluido al movimiento. Por tal motivo se generan velocidades de flujo menores y sobrelevaciones del nivel de flujo bifásico como se puede observar en la figura 7.

El modelo k-ε Renormalizado con un valor de TLEN correspondiente al 7% de la profundidad del flujo rasante e igual a 0.0028, presenta resultados semejantes con los obtenidos en el modelo físico con una desviación menor al 5% debido a la fluctuación del flujo. La ventaja del modelo k-ε RNG es que representa adecuadamente flujos altamente turbulentos y es una característica del flujo rasante, mientras que el modelo K-ω permite representar o modelar de mejor manera el comportamiento del flujo en las paredes o contornos.

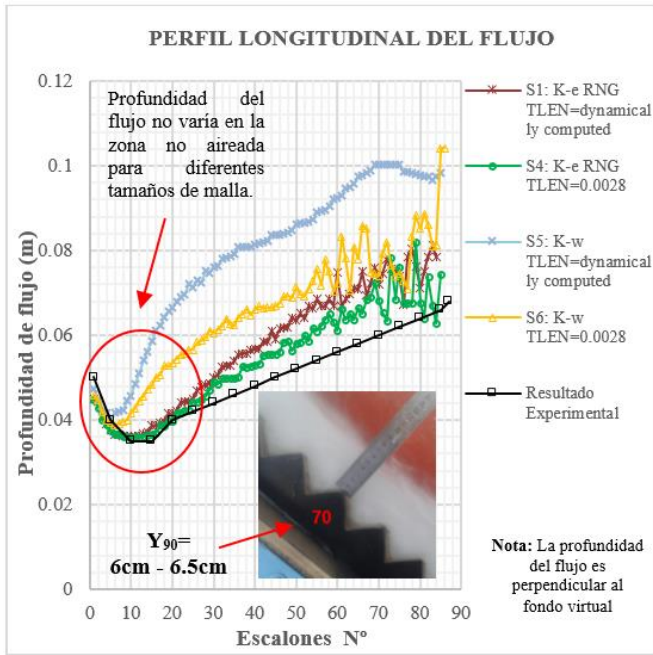


Figura 7. Influencia del modelo de turbulencia. Q<sub>modelo</sub>=27.95l/s.

### 3.5.2 Influencia del tamaño de malla.

Las simulaciones se desarrollan con el modelo de turbulencia k-ε Renormalizado con un valor de TLEN=0.0028. Para este análisis los tamaños de celda se seleccionan considerando los siguientes criterios: Un tamaño de celda muy grande causa una discontinuidad del flujo, lo cual afecta la estabilidad numérica de la solución, un tamaño de celda muy pequeño genera un costo computacional alto y además considerando que la profundidad del flujo es aproximadamente 3 cm para el caudal operación más bajo. Se consideran cuatro diferentes tamaños de celda uniforme que son: 5, 4, 3 y 2mm correspondientes a las simulaciones: S0, S1, S2 y S3 respectivamente. Los resultados obtenidos acerca de las profundidades del flujo a lo largo de la rápida escalonada indican claramente que el tamaño de malla no influye en la profundidad del flujo en la zona no aireada, es decir en los primeros 14 escalones. En la zona del flujo completamente autoaireado se observa niveles de agua inferiores para el tamaño de celda más grande que para el tamaño de celda más pequeño. Si bien con un tamaño de celda más pequeño se tiene una mayor precisión en la resolución del flujo, se observa en la figura 8 que existe una sobre elevación de las profundidades del flujo en la zona completamente autoaireada para el tamaño de celda más pequeño, esto se debe a la influencia del modelo de esponjamiento del flujo (drift flux). En la realidad, durante el transporte de aire, el tamaño de las burbujas de aire es variable en el tiempo y en espacio, sin embargo, este algoritmo resuelve con un tamaño constante de las burbujas de aire. Para una celda de mayor tamaño la profundidad del flujo autoaireado es menor y estos resultados son acordes con los registrados en el modelo físico. Para el caso particular de la rápida escalonada el Batán, según el análisis de la influencia del tamaño de celda se obtuvo buenos resultados con un mallado uniforme de 5mm.

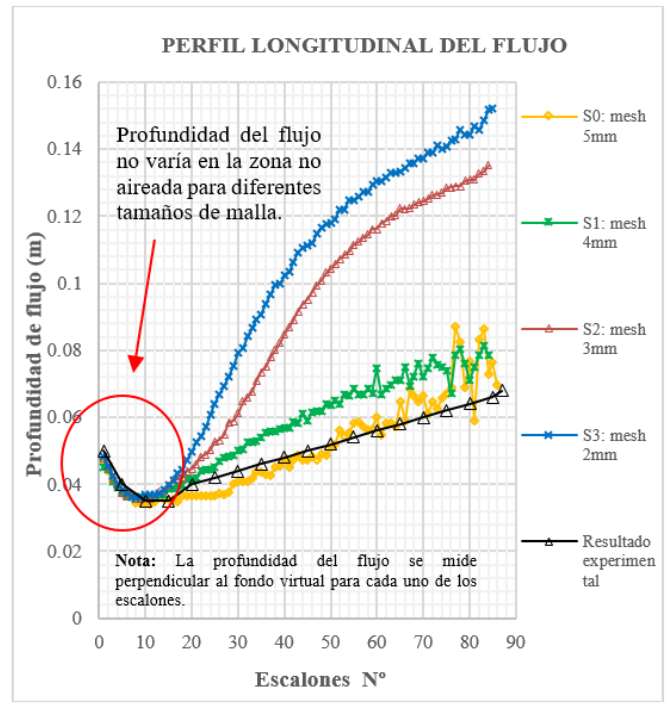


Figura 8. Influencia del tamaño de malla. Q<sub>modelo</sub>=27.95l/s, Q<sub>Prototipo</sub>=50m<sup>3</sup>/s.

Del análisis de calibración del modelo numérico se recomienda que para futuros estudios de investigación se debería analizar con más detalle la relación entre el modelo de turbulencia con el valor de TLEN considerando el transporte de las burbujas de aire con tamaños variables durante el descenso del flujo sobre la rápida escalonada.

## 4. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS NUMÉRICOS

Definidos los parámetros numéricos para la simulación del flujo rasante en la rápida escalonada usando el paquete comercial FLOW-3D y calibrados conforme el modelo experimental, se plantea un rango de caudales de operación en una cámara. En la tabla 4 se muestra el plan establecido para las simulaciones numéricas.

Tabla 4. Plan de simulaciones numéricas

Caudal prototipo	Caudal modelo	Observaciones	Tipo de flujo
Q <sub>p</sub> (m <sup>3</sup> /s)	Q <sub>m</sub> (l/s)		
25	13.97	33.4% del Q <sub>diseño</sub>	Rasante
40	22.36	53.3% del Q <sub>diseño</sub>	
50	27.95	66.7% del Q <sub>diseño</sub>	
75	41.92	Q <sub>diseño</sub>	

### 4.1 Comparación entre los resultados obtenidos con la modelación numérica y la modelación física.

En el presente ítem se compara los resultados de las mediciones experimentales y registros fotográficos obtenidos del modelo físico con los resultados de las simulaciones numéricas usando el programa FLOW-3D.

#### 4.1.1 Comparación del flujo de aproximación hacia la rápida escalonada.

Aguas arriba de la rápida escalonada se tiene un cuenco dissipador de energía, esta estructura disipa energía y entrega un flujo subcrítico y uniformizado hacia la rápida escalonada. El parámetro hidráulico del nivel de agua en el cuenco se utiliza como condición de frontera para la simulación numérica. El flujo de aproximación hacia la rápida escalonada para el caudal de 27.95 l/s, presenta una profundidad de agua en la corona de la rápida de 11cm de acuerdo con el registro experimental. En la figura 9 se presenta el resultado de la simulación numérica y el valor de la profundidad de agua en la sección de control (corona de la rápida) es de 10.7cm. La comparación de los resultados de la profundidad de agua en la sección de control (profundidad crítica) muestran una desviación del 2.8% (Mohammad S. et al., 2012).

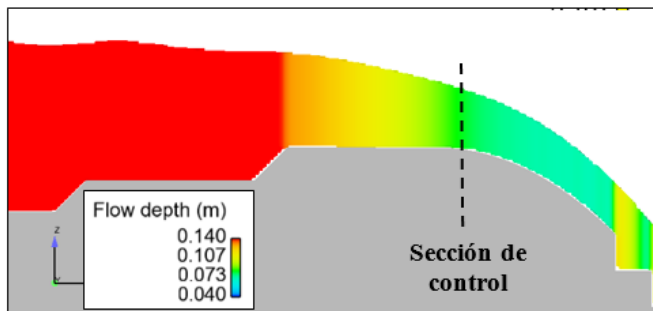


Figura 9. Flujo de aproximación hacia la rápida escalonada. Modelación numérica en FLOW-3D. Qmodelo=27.95 l/s.

#### 4.1.2 Ubicación del punto de inicio de la autoaireación.

La localización del punto de inicio de la autoaireación ( $L_i$ ) se determina siguiendo el desarrollo de la capa límite. Cuando la capa límite llega hasta la superficie libre del flujo se encuentra el punto de inicio de la autoaireación (Flow Science, Inc., 2012). Inmediatamente hacia aguas abajo de este punto la turbulencia generada introduce y transporta el aire durante el descenso del flujo por la rápida escalonada.

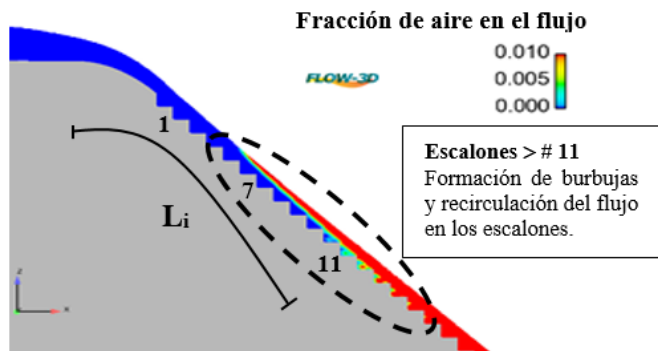


Figura 10. Simulación numérica en FLOW-3D. Qmodelo=27.95l/s, QPrototipo=50m3/s.

En la figura 10, se reportan los resultados para el caudal en modelo de 27.95 l/s equivalente a 50 m<sup>3</sup>/s en prototipo. La aparición constante de vórtices en los escalones se produce a partir del escalón número 11. Desde esta posición hacia aguas abajo se presenta un flujo bifásico, con concentraciones de aire que van en aumento conforme el flujo desciende por la rápida escalonada. En la figura 11 se muestra los resultados teóricos, experimentales y numéricos de la localización del punto de

inicio de la autoaireación para diferentes caudales de operación.

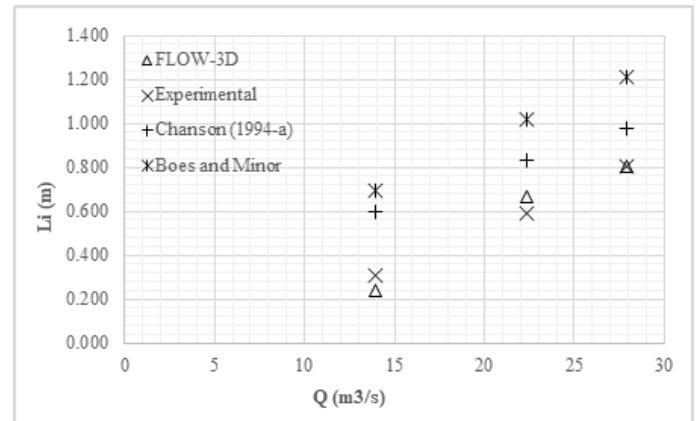


Figura 11. Comparación entre los resultados experimentales y los resultados de la simulación numérica.

#### 4.1.3 Profundidad del flujo mixto con concentración del 90% de aire.

La región uniforme se alcanza a una distancia alejada de la cresta de la rápida, donde se establece el equilibrio entre las fuerzas de gravedad y fricción. En esta zona se mantienen constantes las características del flujo como concentración media de aire, velocidad y profundidad del flujo.

En la simulación numérica del flujo rasante los resultados de la concentración aire se basan en el análisis de los valores de la fracción volumétrica de aire en las celdas. En las figuras 12A y 12B se presenta el flujo observado en el modelo físico con el caudal simulado de 27.95 l/s. En la región de equilibrio o flujo uniforme, se puede visualizar aproximadamente una concentración de aire alrededor del 90%. La profundidad del flujo rasante perpendicular al fondo virtual es aproximadamente igual a 5.5 cm.

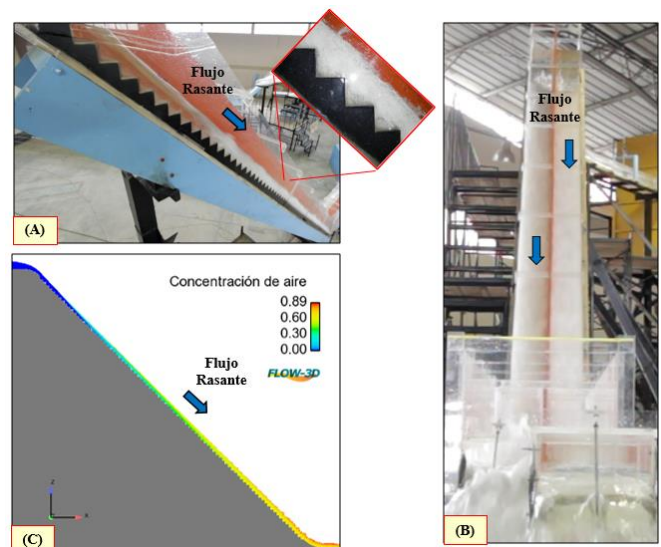


Figura 12. (A) Modelo físico, vista lateral (B) Modelo físico, vista frontal (C) Modelación numérico en FLOW-3D, vista lateral. Qmodelo=27.95l/s, QPrototipo=50m3/s.

Los resultados de la modelación numérica según la figura 12C presentan una profundidad media del flujo aireado al 90% igual a 5.3 cm en la región uniforme. Comparando el valor promedio experimental con el valor obtenido de la modelación numérica se tiene una diferencia porcentual del 3.8%. Aguas abajo de la sección donde se forma el flujo rasante, se observa que existe una alta aireación del flujo. La coloración del flujo es blanquecina como resultado de la intensa autoaireación, característica del flujo rasante que llega hasta el pie de la rápida como se puede observar en la figura 12B.

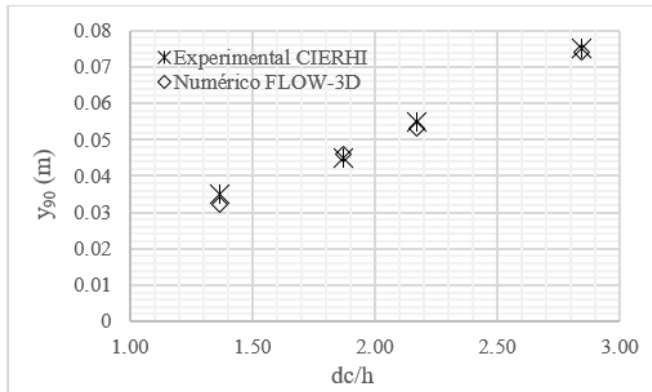


Figura 13. Comparación entre los resultados experimentales y los resultados de la simulación numérica. dc/h vs y<sub>90</sub>.

En la figura 13 se reporta en el eje de las abscisas el parámetro adimensional “dc/h” y en el eje de las ordenadas la profundidad del flujo con concentración de aire al 90% “y<sub>90</sub>”, se concluye que los resultados experimentales y numéricos tienen una similar tendencia. Se puede visualizar que a medida aumenta d<sub>c</sub>/h (medida del caudal de la descarga en la rápida escalonada) la profundidad del flujo mixto también aumenta.

Los resultados obtenidos mediante del estudio experimental y modelación numérica sobre la profundidad de flujo aireado en la región de equilibrio para la serie de caudales muestran una semejanza entre sí. Estos resultados presentan una desviación inferior al 10 %.

#### 4.2 Características hidrodinámicas del flujo rasante.

Se analizan los resultados numéricos de las variables hidrodinámicas más relevantes del flujo rasante como: i) Distribución de presiones en el escalón; ii) Distribución de velocidades en el escalón; iii) Variación de la velocidad del flujo en toda la longitud de la rápida escalonada. Ubicación de la región del flujo uniforme; iv) Profundidades de flujo a lo largo de la rápida escalonada; v) Concentración de aire, cálculo del factor de fricción de Darcy- Weisbach y vi) Disipación de energía al pie de la rápida.

##### 4.2.1 Distribución de presiones en el escalón.

Los resultados acerca de la distribución de presiones en el escalón como se observa en la figura 14, indican un mayor valor de presión en el tercio final de la superficie horizontal a la salida del escalón. Mientras en la esquina del escalón, las presiones relativas son bajas, debido a la separación del flujo.

En la esquina superior del escalón para el caudal de 50 m<sup>3</sup>/s, en la región del flujo uniforme (Ver figura 14), el valor de la presión relativa o manométrica es de aproximadamente -685 Pa.

En la zona de las cavidades de los escalones donde se genera la recirculación del flujo y en la capa superior del flujo rasante las presiones son bajas debido a la alta aireación que adquiere el flujo debido al descenso hasta el cuenco disipador de energía.

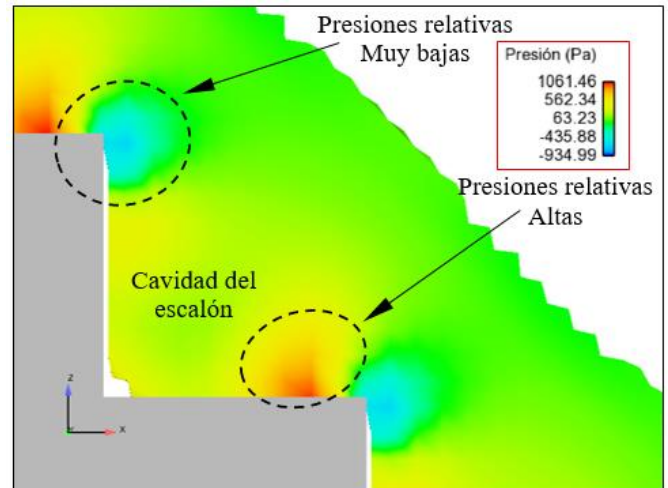


Figura 14. Distribución de presiones en el escalón. Q<sub>modelo</sub>=27.95l/s, Q<sub>Prototipo</sub>=50m<sup>3</sup>/s.

##### 4.2.2 Distribución de velocidades en el escalón.

La magnitud del vector velocidad crece desde el fondo virtual hacia la superficie libre como se muestra en la figura 15. La distribución de la velocidad en la zona del flujo rasante presenta una tendencia exponencial según la ecuación 7.

$$\frac{u}{u_{90}} = \left(\frac{y}{y_{90}}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{7}$$

Dónde: u<sub>90</sub> es la velocidad máxima del flujo libre, y<sub>90</sub> es la profundidad de flujo aireado al 90%, medida perpendicular al pseudo-fondo, (u,y) son las coordenadas de la velocidad y profundidad del flujo y n es el valor del exponente que según investigaciones experimentales varía entre 3.5 y 6 (Flow Science, Inc., 2012).



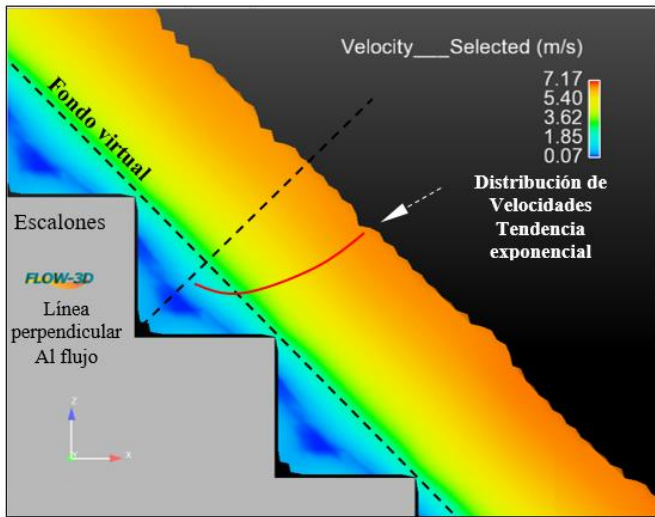


Figura 15. Esquema de la distribución de velocidades.

Para la serie de caudales presentados en el plan de las simulaciones numéricas la velocidad del flujo en la zona uniforme oscila entre 4.5 m/s y 6.4 m/s. En la figura 16 se compara la distribución de velocidades del flujo obtenido para el caudal en modelo de 41.93 l/s, con la curva que resulta de la ecuación 7. De acuerdo con los resultados se obtuvo un mejor ajuste de la curva exponencial teórica de la distribución de velocidades con el valor de  $n=6$ .

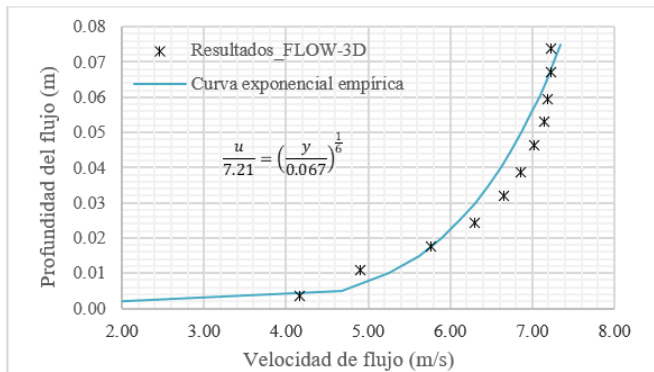


Figura 16. Distribución de velocidades en el escalón N° 70.  $Q_{\text{modelo}}=41.93\text{l/s}$ ,  $Q_{\text{prototipo}}=75\text{m}^3/\text{s}$ .

#### 4.2.3 Variación de la velocidad a lo largo de la rápida escalonada. Localización de la región uniforme.

Por el efecto de la gravedad, la velocidad del flujo aumenta conforme desciende por la rápida escalonada hasta una cierta región donde la velocidad tiende a un valor constante. Esta zona se le conoce como la región de flujo uniforme. El aire transportado reduce la fricción del flujo en las paredes a lo largo de la rápida. A partir de la figura 17, se ubica aproximadamente la región de flujo uniforme. La distancia a lo largo de la rápida escalonada desde la cresta de la misma hasta la localización de la sección donde se presentan velocidades de flujo cuasi-uniformes lo nombraremos distancia ( $L_r$ ).

En la tabla 5 se muestra los resultados del modelo numérico sobre la distancia hasta la formación de la zona uniforme, la velocidad media del flujo y el parámetro adimensional ( $d_c/h$ )

relaciona la profundidad crítica ( $d_c$ ) del flujo en la rápida respecto a la altura del escalón ( $h$ ).

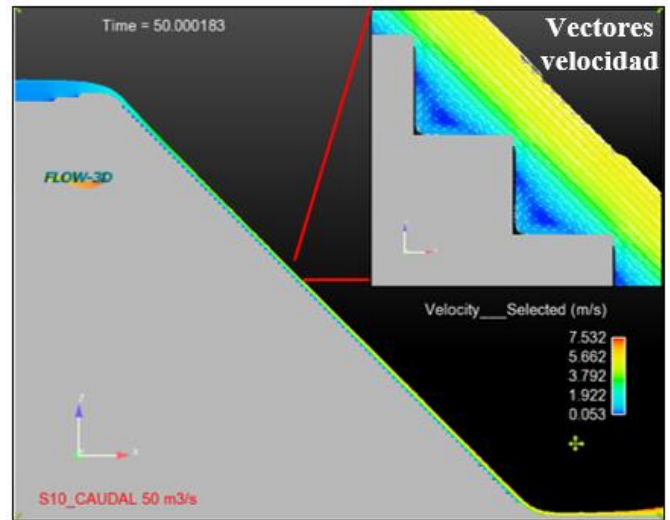


Figura 17. Variación de la velocidad del flujo en la rápida escalonada.  $Q_{\text{modelo}}=27.95\text{l/s}$ ,  $Q_{\text{prototipo}}=50\text{m}^3/\text{s}$ .

Tabla 5. Características hidráulicas del flujo rasante

Caudal modelo	Parámetro adimensional	Distancia hasta la formación de la zona uniforme	Velocidad media
$Q_m$	$d_c/h$	$L_r$	$V_m$
l/s	-	m	m/s
13.97	1.37	3.70	4.54
22.36	1.87	4.34	5.3
27.95	2.17	4.62	5.5
41.92	2.84	5.12	6.4

En la figura 18 se muestra la relación entre el parámetro adimensional ( $d_c/h$ ) vs la velocidad media del flujo y la distancia hasta la formación de la región uniforme. La tendencia indica que a medida que se incrementa la relación  $d_c/h$  la velocidad de flujo también aumenta y la localización de la región uniforme se desplaza hacia agua abajo de la rápida, es decir, se incrementa.

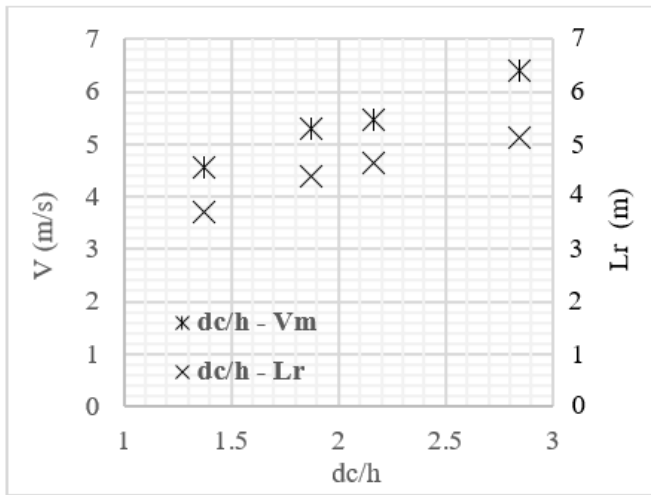


Figura 18. Resultados de la modelación numérica en FLOW-3D.

4.2.4 Profundidades del flujo a lo largo de la rápida escalonada.

Aguas abajo del punto de inicio de la autoaireación se observa inestabilidad de la superficie libre de agua debido a la gran turbulencia generada y al alto porcentaje de concentración de aire en el flujo, teniendo así flujo de mezcla agua-aire. La figura 19 reporta para la serie de caudales simulados los resultados numéricos obtenidos sobre la profundidad de agua en toda la longitud de la rápida y en particular en la región del flujo uniforme (flujo aireado al 90%).

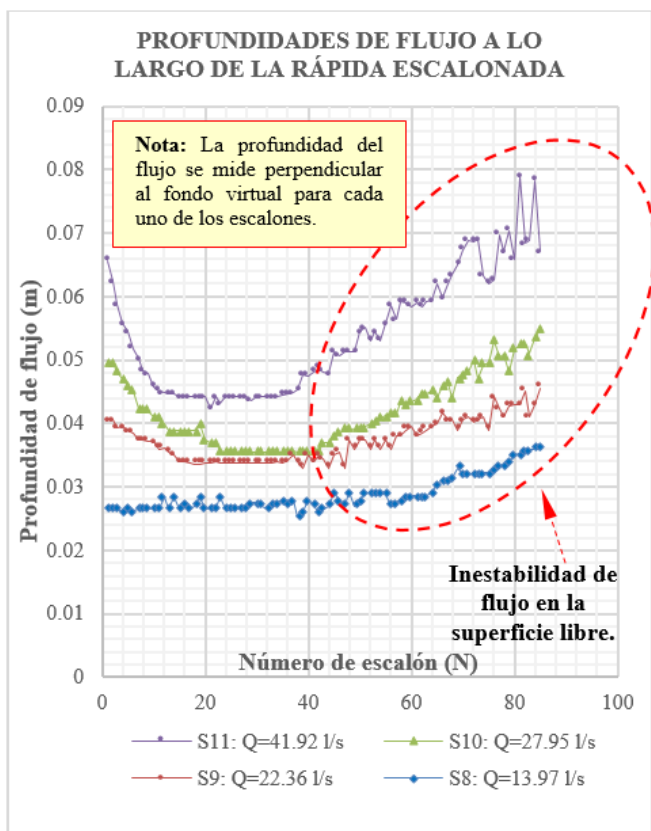


Figura 19. Profundidades de flujo a lo largo de la rápida escalonada.

4.2.5 Determinación del factor de fricción de Darcy-Weisbach, en la región uniforme del flujo rasante.

Los resultados obtenidos del modelo numérico indican una concentración de aire del 90 % en la región uniforme del flujo rasante. Con fines de calcular el factor de fricción ( $f_e$ ) entre el fondo virtual y el flujo que pasa por encima del pseudo fondo, se determina previamente la profundidad de agua clara en la región uniforme y la concentración media de aire. En la figura 20 se reportan los resultados del factor de fricción ( $f_e$ ) determinados según la ecuación 8, con base en los resultados numéricos obtenidos (Chanson H., 1993).

$$f_e = \frac{8 \cdot g \cdot \text{sen } \theta \cdot d_e^3}{q_w^2} \quad (8)$$

Donde,  $f_e$  es el factor de fricción de Darcy-Weisbach,  $d_e$  es la profundidad de agua clara en la región uniforme,  $y_{90}$  es la profundidad de agua con el 90% de concentración de aire,  $q_w$  es el caudal unitario y  $\theta$  es el ángulo de inclinación de la rápida escalonada.

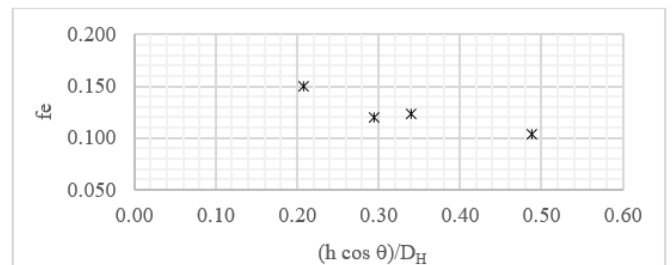


Figura 20. Factor de fricción para la rápida escalonada ( $\theta=45^\circ$ ) para el rango de caudales analizados.

Según la literatura técnica el valor de  $f_e$  varía en un rango de 0.11, 0.17 y 0.30 (resultados determinados experimentalmente bajo las siguientes condiciones:  $\theta > 10^\circ$ ,  $h > 0.02$  m y  $Re > 1 \times 10^5$ ) (Chanson H. et al., 2015). Los resultados obtenidos en este estudio indican que el factor de fricción varía entre 0.11 a 0.148 para el rango de caudales analizados.

4.2.6 Disipación de energía al pie de la rápida escalonada.

En este análisis se ubican dos secciones de control. La sección 1 se ubica aguas arriba de la rápida y la sección 2 se ubica en el cuenco dissipador de energía ubicado al pie de dicha estructura (Ver figura 3). Los porcentajes de disipación de energía al pie de la rápida escalonada para la serie de caudales simulados se reportan en la tabla 6.

Tabla 6. Disipación de energía al pie de la rápida escalonada.

-	Caudal modelo	Energía $z_1+y_1+V^2/2g$		$\Delta H$
N	Qm	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	(E <sub>1</sub> -E <sub>2</sub> )/E <sub>1</sub>
-	l/s	m	m	%
S8	13.97	4.768	1.094	77.0
S9	22.36	4.809	1.499	68.8
S10	27.95	4.835	1.612	66.7
S11	41.92	4.888	2.164	55.7

Los resultados muestran que la disipación de la energía al pie de la rápida es baja para el rango de caudales altos, debido a la

gran cantidad de energía cinética que se tiene al pie de la rápida. El rango de los porcentajes de disipación de energía varía entre 55.7 % a 77.0%.

## 5. CONCLUSIONES

Para este estudio del flujo rasante en una rápida escalonada con inclinación a 45° y dimensiones de los escalones de 5 x 5cm se obtuvo que la combinación del modelo de turbulencia K-ε RNG con el algoritmo TruVOF más el sub-modelo de aireación y el sub-modelo de esponjamiento de aire, representa el flujo rasante incluyendo la introducción espontánea de aire así como el movimiento del flujo mixto sobre un fondo virtual. Sin embargo, se debe tener en cuenta las simplificaciones de los algoritmos que posee el programa y que condicionan el real comportamiento del fenómeno de autoaireación.

El incremento del caudal de descarga en la rápida produce un aumento de la velocidad del flujo rasante, este comportamiento genera un desplazamiento hacia aguas abajo la ubicación del punto de inicio de la autoaireación y la ubicación de la región del flujo uniforme.

Para los cuatro caudales de operación la velocidad del flujo en la región uniforme varía entre 4.5 m/s a 6.4 m/s y el factor de fricción varía entre 0.105 a 0.148 para un rango de caudales que va desde 13.97 l/s hasta los 41.92 l/s.

Además, con base en los resultados obtenidos de la modelación numérica sobre la profundidad del flujo bifásico y la velocidad al pie de la rápida escalonada se ha determinado que la energía residual al pie de la misma es del 44% para el caudal de diseño,  $Q_{\text{prototipo}} = 75 \text{ m}^3/\text{s}$ .

En la región de uniforme del flujo rasante las características hidrodinámicas fueron calculadas con una buena precisión en el modelo numérico utilizando el FLOW 3D, ya que los resultados obtenidos se asemejan a los registrados en el modelo físico experimental. Las comparaciones de estos resultados presentan una desviación inferior 10% debido a que el flujo es altamente turbulento.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Centro de Investigaciones y Estudios en Recursos Hídricos CIERHI-EPN por las facilidades y financiamiento brindado para la ejecución de este proyecto de investigación.

## REFERENCIAS

- ARAGUA. (2013). "Modelación numérica y experimental de flujos aire-agua en caídas en colectores.", Laboratório Nacional de Engenharia Civil, I. P. Av do Brasil 101 • 1700-066 Lisboa.
- Bombardelli, F.A., Meireles, I. and Matos, J., (2010), "Laboratory measurement and multi-block numerical simulations of the mean flow and turbulence in the non-aerated skimming flow region of steep stepped spillways", *Environ Fluid Mechanics*.
- Castro M. (2015) "Análisis Dimensional y Modelación física en Hidráulica". Escuela Politécnica Nacional. Quito Ecuador. 50 p.
- Chanson H., D. B. Bung., J. Matos (2015). "Stepped spillways and cascades". IAHR Monograph. School of Civil Engineering, University of Queensland, Brisbane, Australia.

- Chanson H. (1993). "Stepped Spillway Flows and Air Entrainment." *Can. JI of Civil Eng.*, Vol. 20, No. 3, June, pp. 422-435 (ISSN 0315-1468).
- CIERHI, EPN TECH, (2016). "Estudio experimental en modelo físico de las rápidas con perfil escalonado y liso de la quebrada el Batán Fase I y Fase II", Escuela Politécnica Nacional, Quito Ecuador.
- Fernández Oro J. M. (2012)., "Técnicas Numéricas en Ingeniería de Fluidos: Introducción a la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) por el Método de Volúmenes Finitos". Barcelona: Reverté.
- Flow Science, Inc. (2012). "FLOW 3D 10.1.0 Documentation Release. Manual de Usuario", Los Alamos National Laboratory. Santa Fe, New México
- Khatsuria, R.M., (2005)., "Hydraulics of Spillways and Energy Dissipators". Department of Civil and Environmental Engineering Georgia Institute of Technology Atlanta.
- Lucio I, Matos J., Meireles I. (2015). "Stepped spillway flow over small embankment dams: some computational experiments". 15th FLOW-3D European users conference.
- Mohammad S., Jalal A. and Michael P., (2012). "Numerical Computation of Inception Point Location for Steeply Sloping Stepped Spillways" 9th International Congress on Civil Engineering. Isfahan University of Technology (IUT), Isfahan, Iran
- Pfister M., Chanson H., (2013), "Scale Effects in Modelling Two-phase Air-water Flows", *Proceedings of 2013 IAHR World Congress*.
- Sarfaraz, M. and Attari, J. (2011), "Numerical Simulation of Uniform Flow Region over a Steeply Sloping Stepped Spillway", 6th National Congress on Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.
- Valero, D., Bung, D., (2015), "Hybrid investigation of air transport processes in moderately sloped stepped spillway flows", E-proceedings of the 36th IAHR World Congress 28 June – 3 July, 2015, The Hague, the Netherlands.

## BIOGRAFÍAS



**Edwin Patricio Casa Tipán (1988).** Ingeniero Civil – Hidráulico de la Universidad Central del Ecuador. Magister en Recursos Hídricos mención "Diseño de Proyectos Hidráulicos", Escuela Politécnica Nacional, EPN, Quito. Profesor Ocasional a tiempo completo en la Facultad de Ingeniería Civil y Ambiental de la EPN. Realiza estudios de investigación en el Laboratorio del Centro de Investigaciones y Estudios en Recursos Hídricos, CIERHI de la EPN, sobre temas de diseño, evaluación y optimización de estructuras hidráulicas con base en la modelación física-hidráulica y modelación numérica.



**Ximena Hidalgo Bustamante (1960).** Ingeniera Civil especialidad Hidráulica de la Escuela Politécnica Nacional, Master of Science en Diseño de Estructuras Hidráulicas y Modelos Hidráulicos en el Instituto de Hidromecánica de la Universidad de Karlsruhe, Alemania. Actual Decana y Profesora titular a tiempo completo de la Facultad de Ingeniería Civil y Ambiental de la EPN desde 1988. Directora del Centro de Investigaciones y Estudios en Recursos Hídricos CIERHI-EPN. Investigadora reconocida en el área de modelación física de estructuras hidráulicas, diseño y optimización de proyectos desarrollados en Ecuador.



**Marco Antonio Castro Delgado (1948).**

Doctor Ingeniero en Ingeniería Civil en Karlsruhe Institute of Technology - KIT - Karlsruhe, Alemania. Ingeniero Civil especialización Hidráulica de la EPN. Profesor titular a tiempo completo desde el año 1981 en la Facultad de Ingeniería Civil y Ambiental de la EPN.

Investigador, Director técnico y Jefe de diseño en Estudios y Diseños en más de 100 proyectos hidráulicos, hidrológicos, hidroeléctricos, hidro-sanitarios y de infraestructura a nivel de factibilidad y diseño definitivo en todo el país.



**Patricio Rubén Ortega Lara (1986).**

Ingeniero Civil especialidad Hidráulica graduado en la Universidad Central de Ecuador. Magister en Recursos Hídricos mención Diseño de Proyectos Hidráulicos en la EPN. Profesor Titular Tiempo Completo desde 2015 en la Facultad de Ingeniería Civil y Ambiental de la EPN.

Coordinador del Centro de Investigaciones y Estudios en Recursos Hídricos CIERHI-EPN. Presidente de la Red de jóvenes Investigadores de la IAHR. Editor Asociado de la Revista Hidrolatinoamericana de Jóvenes Investigadores y profesionales. Investigador acreditado que cuenta con 3 patentes en estructuras separadoras de caudal.



**Pablo Alberto Vera Romero (1981).**

Ingeniero Civil y Magister en Recursos Hídricos mención en Diseño de proyectos hidráulicos de la Escuela Politécnica Nacional. Tiene experiencia docente en el Departamento de formación básica y el laboratorio de hidráulica de la Facultad de Ingeniería Civil y Ambiental de la EPN.

Actualmente es integrante del equipo técnico del Centro de Investigaciones y Estudios en Recursos Hídricos CIERHI-EPN, desarrollando proyectos de investigación básica y aplicada. Miembro la red de jóvenes investigadores IAHR y editor asociado en la revista Hidrolatinoamericana de jóvenes investigadores y profesionales.