

C: Unhappy Class

原案: arrows
解説: arrows

問題概要

- 月曜日から金曜日にそれぞれ、1限から N ($2 \leq N \leq 8$) 限までの時間割の枠がある
- M ($0 \leq M \leq 300$) 個の受講可能な科目があり、科目 i は、 d_i ($0 \leq d_i \leq 4$) 曜日の a_i ($1 \leq a_i \leq N$) 限目から k_i ($a_i + k_i - 1 \leq N$) コマ連続で行われ、それを受講することで幸福度 t_i ($1 \leq t_i \leq 100$) を得ることができる
- M 個のうち最大 L ($0 \leq L \leq \min(N*5, M)$) 個までの科目を他の科目と重ならないように受講できるので、得られる幸福度を最大化せよ

ダメな解法

- 全探索

それぞれの科目について取るか取らないかのいずれかを指定するのに $O(2^M)$ 。

そして取る科目が互いに重ならないかどうかをチェックするのに $O(N)$ かかるので、この方法だと、 $O(2^M * N)$ となる。

$N \leq 8, M \leq 300$ なので間に合わない。

考察

- 時間割のコマ(時間軸)を棒(|)で区切り、時間が早い順に考える

{これまでに選んだ科目の集合} | {これから選べる科目の集合}

- これまでに選んだ科目の集合はこれから選べる科目の集合とは独立しているので、前者が最適になるように更新していけば、最終的な解答も最適になる

想定解法

- DP (重み付き区間スケジューリング)

→ $DP[i][j] := i$ 限目までに j 個の科目を受講したときの最大の幸福度。

$O(N * M^2)$ となる。 $N \leq 8, M \leq 300$ なのでこれで大丈夫。

※ 曜日を要素にとって

$DP[i][j][k] :=$ 曜日 i の j 限目までに k 個の科目を受講したときの最大の幸福度。

としても良い。しかし、これは少し複雑になるので、1日に N 限あるときの曜日 d_i の a_i 限目を $a_i + d_i * N$ のように表すと次元が1つ減り、Happyになれる。

想定解法 (余談)

- DPを工夫したり、Segment Treeなどのデータ構造を使用するともう少し速く解くことができる (もともとの問題の制約は $N \leq 1000$, $M \leq 1000$ だった)

別解

- ビットDP (+ DP)

→ $DP[i][j][k]$:= i 曜日に、時間割で使用している時間の集合 j で今までに k 個の科目を受けたときの最大の幸福度。

$DP2[i][j]$:= i 曜日までに、 j 個の科目を取ったときの最大の幸福度。

$O(2^N * M^2)$ である。 $N \leq 8$, $M \leq 300$ なので間に合う。

※ この解法は、想定解法よりも難しいと思います。

結果

- Onsite
 - First AC: edamame72 チーム(59min)
- Online
 - First AC: antaさん (12min)
- Success Rate (Accepted / Submission)
 - 45.83% (22 / 48)

ジャッジ解

arrows	C++	40行	
dohatsu	C++	37行	
haji	C++	45行	
kawabys	C++	21行	
kzyKT	C++	47行	bitDP解
moti	C++	57行	
rollman	C++	36行	
sate	C++	31行	
uku	C++	34行	