

Indice

1	Operatori matriciali su vettori	1
1.1	Operatori matriciali e componenti cartesiane	1
1.2	Operatore identità	3
1.3	Prodotto di uno scalare per un operatore matriciale	3
1.4	Somma di due operatori	4
1.5	Prodotto di due operatori	4
1.6	Operatore trasposto	5
1.7	Traccia di un operatore	5
1.8	Determinante di un operatore	6
1.8.1	Espressione del determinante nel caso di $n = 3$	6
1.9	Operatore inverso	7
1.10	Operatore complementare	8
1.11	Alcune identità notevoli degli operatori matriciali	9
1.11.1	Alcune identità notevoli nel caso $n = 3$	11
1.12	Prodotto scalare fra operatori	12
1.13	Operatori simmetrici e antisimmetrici	13
1.13.1	Vettore duale associato ad un operatore antisimmetrico	15
1.13.2	Parti simmetrica e antisimmetrica di un operatore	16
1.14	Parte deviatorica ed isotropa di un operatore	17
1.15	Operatore di rotazione	18
1.16	Trasformazioni di similitudine ortogonali	19
1.16.1	Invarianti principali di un operatore	21
1.17	Autovalori ed autovettori di un operatore	22
1.17.1	Autovalori ed invarianti delle potenze di un operatore	23
1.17.2	Autovalori ed autovettori per operatori simmetrici	24
1.17.3	Diagonalizzazione di un operatore	25
1.17.4	Teorema di Hamilton-Cayley	26
1.17.5	Relazioni tra invarianti e derivate degli invarianti principali nel caso $n = 3$	27
1.18	Prodotto tensoriale	28
1.18.1	Rappresentazione semi-cartesiana di un operatore	29
1.18.2	Autovalori ed autovettori di un prodotto tensoriale nel caso $n = 3$	29
1.19	Operatori definiti di segno	29

1.19.1	Criterio di Sylvester	31
1.19.2	Operatore radice quadrata di un operatore definito positivo	33
1.20	Teorema Polare	33
2	Deformazione di un continuo	35
2.1	Configurazione di un continuo	35
2.2	Operatore gradiente di deformazione	35
2.3	Operatori di deformazione	37
2.4	Operatore della deformazione inversa	38
2.5	Coefficiente di dilatazione lineare	39
2.6	Scorrimenti	40
2.7	Coefficiente di dilatazione superficiale	41
2.8	Coefficiente di dilatazione di volume	42
2.9	Corpi incompressibili	43
2.10	Deformazione omogenea	43
2.11	Piccole deformazioni	43
3	Cinematica di un corpo continuo	45
3.1	Velocità ed accelerazione	45
3.2	Operatore gradiente di velocità	46
4	Forze su un continuo e tensore degli sforzi	49
4.1	Forze in un continuo	49
4.2	Tensore degli sforzi e teorema di Cauchy	51
5	Leggi di Bilancio	53
5.1	Legge di conservazione della massa	53
5.1.1	Formulazione lagrangiana	53
5.1.2	Formulazione euleriana	54
5.2	Equazioni cardinali	55
5.2.1	Condizioni al contorno	56
5.3	Principio dei lavori virtuali	57
5.4	Leggi generali di bilancio	59
5.4.1	Teorema del trasporto	60
5.4.2	Legge di bilancio dell'energia	61
5.4.3	Leggi di bilancio della termomeccanica in forma euleriana	61
5.4.4	Invarianza galileiana	62
5.4.5	Formulazione lagrangiana delle leggi di bilancio	64
5.4.6	Legge di bilancio della quantità di moto in forma lagrangiana e primo tensore di Piola-Kirchhoff	65
5.4.7	Condizioni al contorno in variabili lagrangiane	66
5.4.8	Leggi di bilancio dell'energia in variabili lagrangiane	66
5.5	Interpretazione fisica del tensore di Piola-Kirchhoff	67
5.5.1	Secondo tensore di Piola Kirchhoff	67
5.5.2	Potenza delle forze interne in termini dei tensori di Piola-Kirchhoff	68

6	Equazioni costitutive	71
6.1	Principi generali per le leggi costitutive	71
6.1.1	Il principio di indifferenza materiale	71
6.1.2	Il principio di entropia	72
7	Elasticità e Termoelasticità	75
7.1	Corpi elastici	75
7.1.1	Conseguenze del principio di indifferenza materiale nel caso elastico	76
7.2	Corpi termoelastici	77
7.2.1	Principio di indifferenza materiale in termoelasticità	77
7.2.2	Equazioni di campo della termoelasticità	78
7.2.3	Conseguenze del principio di entropia in termoelasticità	79
7.2.4	Materiali isotropi	81
7.3	Principio di dissipazione in elasticità	82
7.3.1	Elasticità non lineare unidimensionale	84
7.4	Elasticità lineare	85
7.4.1	Equazioni dell'elasticità lineare isotropa	85
8	Fluidi	89
8.1	Fluidi ideali ed equazioni di Eulero	89
8.1.1	Condizioni al contorno nel caso di fluidi ideali	90
8.1.2	Lavoro delle forze interne in un fluido ideale	91
8.2	Fluidi dissipativi di Fourier-Navier-Stokes	91
8.3	Principio di entropia per un fluido	94
8.4	Alcuni casi particolari di fluidi	96
8.4.1	Gas Perfetti	96
8.4.2	Fluidi di Fourier-Navier-Stokes incompressibili	97
8.4.3	Fluidi di Eulero compressibili	98
8.4.4	Fluidi ideali di Eulero incompressibili e teorema delle tre quote	101
8.5	Equazioni dei fluidi nella formulazione Lagrangiana	102
9	Conduttore rigido di calore	105
9.1	Equazione del calore	105
9.2	Equazione di Maxwell-Cattaneo	106
10	Sistemi iperbolici	109
10.1	Classificazione	109
10.2	Esempi di sistemi iperbolici	111
10.2.1	Equazioni di Eulero	111
10.2.2	Equazione di Cattaneo	113
10.2.3	Equazioni della termoelasticità	114
10.3	Metodo delle Caratteristiche	116
10.3.1	Sistemi lineari omogenei	120
10.4	Un esempio non lineare: l'equazione di Burger	121

11 Soluzioni deboli ed onde d'urto	125
11.1 Onde d'urto e soluzioni deboli	125
11.2 Urti in un fluido di Eulero	130
11.2.1 Crescenza dell'entropia ed urti ammissibili	131
11.2.2 Urti caratteristici	134
11.3 Problema di Riemann	135
11.4 Condizioni di Lax e crescita dell'entropia	137
11.5 Modello del traffico automobilistico	139
11.5.1 Il problema del semaforo	139
11.6 Problema di Riemann per un generico sistema	144
12 Oltre la termomeccanica classica	147