

Оценка параметров хаотического процесса с помощью UKF-фильтра для построения прогноза

Елена Малютина, Владимир Иванович Ширяев

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия
e.mankevich@gmail.com, vis@prima.susus.ac.ru

Аннотация. Решается задача идентификации хаотической компоненты временного процесса в условиях малого числа доступных наблюдений и когда реализация процесса единственна. Полученная в результате решения поставленной задачи аппроксимация используется для построения прогноза исследуемого процесса. В качестве модели хаотического сигнала предлагается использовать разложение по системе хаотических процессов, описываемых логистическим отображением. При этом параметры логистического отображения (состояние системы на каждом предыдущем шаге, лямбда) известны неточно и оцениваются с помощью UKF-фильтра. Поступление новых наблюдений позволяет найти новые оценки параметров и скорректировать модель, на основании которой строится дальнейший прогноз с сохранением заданной точности.

Ключевые слова: детерминированный хаос, нелинейная динамика, прогнозирование, короткий временной ряд, хаотическое моделирование

1 Введение

Задача идентификации хаотического сигнала [1, 2, 5, 6] имеет множество приложений в технических, информационных и социально-экономических системах, например, восстановление модели внешней возмущений на управляемый объект, построение модели сигнала на выходе высокочувствительного датчика [5, 6], повышение точности краткосрочных прогнозов [5, 6, 11, 12]. Актуальность исследования заключается в том, что при решении задач обработки сигналов, в которых содержится хаотическая составляющая [1, 14], сложность состоит в том, что выборка для обработки имеет малую длину, реализация процесса единственна и нет информации о вероятностных распределениях ошибок. Применение линейных моделей в случаях, когда шумы имеют фрактальную природу, не обеспечивают приемлемую точность [6]. Много исследований хаотических процессов посвящено методам реконструкции динамических систем по экспериментальным данным, основанным на применении нейронных сетей. Но для обучения нейронных сетей требуется большой объем выборки, что не всегда можно получить в реальных условиях. В связи с этим становится акту-

альной разработка соответствующих алгоритмов фильтрации для хаотических процессов [6,7].

В связи с тем, что логистическое отображение, которое используется для аппроксимации исследуемого процесса, является нелинейной функцией, параметры логистического отображения предлагается оценивать с помощью ансамбленного фильтра Калмана (UKF) [13], предложенного оксфордскими учеными Джулье С. и Ульманом Д. в 1996 году.

2 Постановка задачи

Для построения модели хаотического процесса $y_k, k = \overline{1, N}$ предлагается использовать разложение по системе процессов, заданных нелинейными отображениями

$$x_{k+1}^{(i)} = f_i(x_k^{(i)}, \lambda_i), k = 0, 1, \dots, N-1, i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

где функции $f_i, i = 1, 2, \dots, n$ определены на единичном интервале, то есть $f_i : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$. В качестве примера таких процессов рассматриваются логистические отображения [3, 8, 9]

$$x_{k+1}^{(i)} = \lambda_i x_k^{(i)} (1 - x_k^{(i)}), k = 0, 1, \dots, N, i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

хаотические решения которых возникают при $x_0^{(i)} \in (0, 1), \lambda_i \in (\lambda_\infty, 4]$, где $\lambda_\infty \approx 3.57$.

Для проверки работы ансамбленного фильтра Калмана рассматривается модельный пример [4] при числе базисных процессов $n = 1$ и отсутствии шума в системе, параметр $a = 1$:

$$\begin{aligned} y_k &= ax_k + \eta_k, \\ x_k &= \lambda x_{k-1} (1 - x_{k-1}), k = 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (3)$$

где $x_k \in R$ – хаотическое решение системы, $y_k \in R$ – вектор измерений, λ – параметр логистического отображения, $\eta_k \sim N(0, \sigma)$ – шумы в измерениях.

3 Результаты оценивания

Для оценки процесса x_k , заданного системой (4), на каждом шаге наблюдаемого процесса $y_k, k = \overline{1, N}$ и параметра логистического отображения λ был использован ансамбленный фильтр Калмана [13]. Значения параметров логистического отображения $x_0 = 0.3, \lambda = 3.69$ заданы с ошибкой 10% и составляют

$x_0 = 0.33$, $\lambda = 4.06$. Отношение сигнал/шум (SNR) наблюдаемого процесса y_k составляет 10 дБ (рис.3). Соответственно СКО σ_x для шума $\eta \sim N(0, \sigma_\eta)$ находится из соотношения $SNR = 20 \log_{10} \frac{\sigma_x}{\sigma_\eta}$. В результате получены следующие оценки x_k (рис.1).

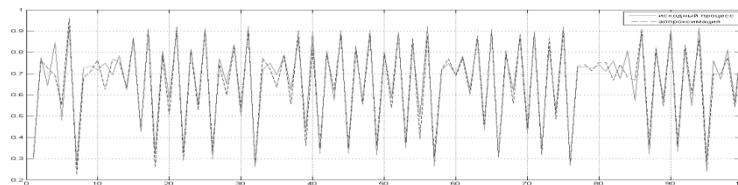


Рис. 1. Исходный процесс (—) и его аппроксимация (- -)

При количестве измерений $N=60$ была получена оценка параметра $\lambda = 3,65$ с абсолютной ошибкой, не превышающей 0,04 (рис.2).

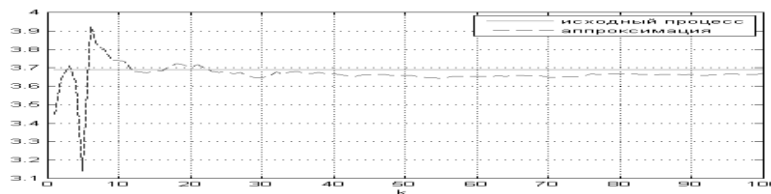


Рис. 2. Оценка параметра λ (- -) и его истинное значение

Полученные на шаге $k = 60$ оценки x_k и λ используем для построения прогноза на $L=9$ шагов вперед (рис.3). Относительная ошибка прогноза на 4 шага вперед не превысила 2%, на 8 шагов – 10%. Ошибка прогноза на 9 шагов резко возросла до 20%.

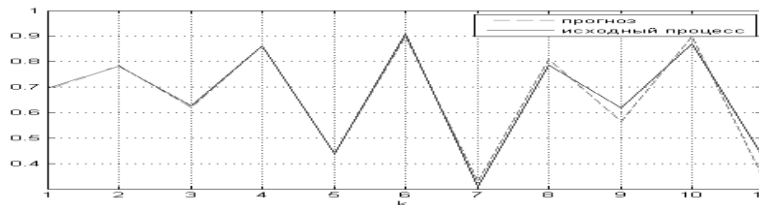


Рис. 3. Прогноз исходного процесса

4 Заключение

Приведен подход к построению модели хаотического процесса по малому числу ($N=60$) измерений при единичной реализации. Для оценки параметров был использован ансамблевый фильтр Калмана (UKF). С помощью предложенного метода были получены оценки параметров логистического отображения при $SNR=10$ дБ. Сходимость оценки параметра λ была получена на коротком отрезке выборки $N=60$. При этом абсолютная ошибка оценивания параметра λ

не превысила 0,04. Относительная ошибка прогноза до 8 шага не превысила 10%.

Список источников

1. Андреев Ю.В., Дмитриев А.С., Ефремова Е.В. Разделение хаотических сигналов при наличии шума // Радиотехника и электроника. – 2001. – Т. 46, № 12. – С. 1460–1470.
2. Гришин И.В., Манкевич Е.И., Телегина К.В., Шелудько А.С., Ширяев В.И. О решении задач параметрической идентификации процессов с хаотической динамикой // Вестник ЮУрГУ. Серия компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. – 2008. – № 3. – С. 44–50.
3. Малютина Е.И., Соколова Т.Е., Ширяев В.И. Об одном подходе к аппроксимации и прогнозированию хаотических процессов // Актуальные проблемы автоматизации и управления. – Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2013. – С. 81–85.
4. Малютина Е.И., Ширяев В.И. Анализ коротких временных рядов на основе теории детерминированного хаоса // XXVII Международная научно-практическая конференция “Экономико-правовые и управленческие методики преодоления социальных кризисов”. 28 июня – 6 июля 2012 г. Международная академия наук и высшего образования (МАНВО; Лондон, Великобритания). – 2012 – С. 163–167.
5. Манько Н.Г., Шалимов Л.Н., Шестаков Г.В., Штыков А.Н., Шелудько А.С., Ширяев В.И. Повышение точности оценок в алгоритме обработки измерений на выходе волоконно-оптического гироскопа с помощью применения моделей детерминированного хаоса // Актуальные проблемы автоматизации и управления. Тр. науч.-практ. конф. - Челябинск: ЮУрГУ, 2013. - С.43-46.
6. Разработка алгоритмов обработки измерительной информации и анализ точности волоконно-оптического гироскопа ВОГК-2 и его модификаций: отчет о НИР (инж. записка): ОКБ/103-11 2011058 / ЮУрГУ; рук. В.И. Ширяев; исполн.: А.С. Шелудько [и др.]. – Челябинск, 2011. – 110 с.
7. Тратас, Ю. Г. Оптимальный фильтр для неизвестного сигнала / Ю. Г. Тратас // Успехи современной радиоэлектроники. – 2013. – № 3. – С. 84–89.
8. Тюкин И.Ю., Терехов В.А. Адаптация в нелинейных динамических системах. – М.: ЛКИ, 2008. – 384 с.
9. Шелудько А.С., Ширяев В.И. Об одном подходе к построению модели хаотической компоненты временных процессов на коротких интервалах времени // Экстремальная робототехника. – СПб.: Политехника-сервис, 2010. – С. 101–108.
10. Шелудько А.С., Ширяев В.И. Совместное использование фильтра Калмана и минимаксного фильтра в задаче оценивания параметров модели хаотического процесса // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2012. – № 35. – С. 59–64.
11. Ширяев В.И. Финансовые рынки. Нейронные сети, хаос и нелинейная динамика. М.: Либроком, 2009. 232 с.
12. Яковлев В.Л., Яковлева Г.Л. Лисицкий Л.А. Модели детерминированного хаоса в задаче прогнозирования тенденций финансовых рынков и их нейросетевая реализация // Информационные технологии. 2000. № 2. С.46–52.
13. Julier S.J., Uhlmann J.K. A new extension of the Kalman Filter to nonlinear systems // In Proc. of AeroSense: The 11th Int. Symp. on Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls. – Orlando, FL, USA, 1997. – P. 132–193.
14. Skiadas C.H. Chaotic modeling and simulation. – Boca Raton: CRC Press, 2008. – 364 p.

Parameter Estimation of Chaotic Process Using UKF and Time Series Forecasting

Elena Malyutina, Vladimir I. Shiryayev

South Ural State University, Chelyabinsk, Russia
e.mankevich@gmail.com, vis@prima.susus.ac.ru

Abstract. The study is devoted to the identification of the chaotic component of the time process in terms of small number of available observations and one process implementation. The approximation obtained from the solution of the problem is used to predict the investigated process. Decomposition in the system of chaotic processes described by the logistic map is used as a model of chaotic signal. Moreover, the parameter of the logistic map and the state of the system of each previous step are known inaccurately and are estimated using the unscented Kalman filter (UKF). Supply of new observations allows finding new parameter estimations and adjusts the model based on which to build further forecast maintaining the specified accuracy.

Keywords: deterministic chaos, non-linear dynamics, forecasting, short time series, chaotic modeling.