Požadavky ke zkouškám z Matematické analýzy III

(pro II. ročník oboru Informatika, zimní semestr)

1. Metrické prostory. Základní fakta z předchozích semestrů. Součiny. Ekvivalentní metriky a jejich role, ekvivalentní metriky v Euklidovském prostoru. Kompaktní prostory, zobecnění fakt o kompaktním intervalu (maxima a minima spojitých funkcí, stejnoměrná spojitost). Kompaktní podprostory Euklidovského prostoru. Separabilita. Totální omezenost. Úplné prostory. Kompaktnost a pokrytí otevřenými množinami.

Banachova věta o pevném bodě.

2. Parciální derivace a totální diferenciál. Parciální derivace. Totální diferenciál a jeho geometrický smysl. Existence totálního diferenciálu. Věta o parciálních derivacích a totálních diferenciálech složených funkcí.

Parciální derivace vyšších řádů; záměnnost parciálních derivací.

3. Věty o implicitních funkcích. Věty o řešení rovnic $f(x,y)=0$ a $f(x_{,1},\dots,x_n,y)=0$ s úplným důkazem, řešení soustavy rovnic $f_i(x_1,\dots,x_k,y_1,\dots,y_n)=0$, $i=1,\dots,n$ bez podrobností o δ a Δ, na jedničku ale indukční krok v determinantu. Role Jacobiho determinantu.

Použití: aproximativní řešení (Taylorův polynom řešení), regulární zobrazení.

4. Extrémy. Extrémy funkcí více proměnných a parciální derivace. Věta o vázaných extrémech, extrémy "na kraji definičního oboru".

5. Vícerozměrný Riemannův integrál a poznámky o Lebesgueově integrálu. Definice a základní vlastnosti Riemannova integrálu na vícerozměrných intervalech.

Fubiniova věta.

Věta o substituci (bez důkazu, ale s porozuměním roli Jacobiho determinantu).

Poznámky o Lebesgueově integrálu (všechno bez důkazu): Lebesgueova a Leviho věta, integrál před jiné obory než intervaly.

6. Obyčejné diferenciální rovnice a jejich soustavy. Obecná úloha a její převedení na soustavu rovnic prvního řádu.

Soustava diferenciálních rovnic prvního řádu a její integrální varianta.

Věta o existenci a jednoznačnosti řešení (na jedničku aspoň schema důkazu pro $y' = f(x, y)$).

7. Lineární diferenciální rovnice. (Všechno ve variantách (a) soustava lineárních rovnic prvního řádu, (b) jedna lineární rovnice n-tého řádu.)

Věta o existenci a jednoznačnosti (bez důkazu), v čem se liší od obecného případu.

Tvar soustavy řešení (afinní prostor dimense n). Wronského determinant a věta o jeho nenulovosti či nulovosti.

Metoda variace konstant.

Případ konstantních koeficientů. Nalezení soustavy řešení v případě jedné rovnice n-tého řádu podrobně, u soustav aspoň převedení na úlohu o vlastních číslech a vlastních vektorech.