

Modelli matematici ambientali - A.A. 2015/2016 - Prova in itinere del 21 Marzo 2016

Esercizio 1. In un allevamento di bovini e' stato riscontrato un tasso di mortalita' costante pari all' 1% mensile. Se il padrone dell'allevamento decide di immettere nell'allevamento 4 nuovi capi ogni mese, quale sara' all'incirca la numerosita' dei bovini nel lungo periodo?

Si determini l'equazione differenziale che caratterizza la numerosita' $P(t)$ dei bovini in funzione del tempo e se ne trovi la soluzione supponendo $P(0) = 100$.

Esercizio 2 Si determinino i punti di equilibrio dell'equazione differenziale

$$x' = 2x^2 - 8x + 6$$

discutendone la stabilita'. Tracciare un grafico approssimativo della soluzione per $t \geq 0$ supponendo $x(0) = 2$.

Esercizio 3 Si stima che una foresta di conifere possa contenere al massimo 1000 alberi e che il tasso massimo di natalita' sia pari a 0.2 [1/t], (t=anni). Inoltre, la presenza di un parassita induce un tasso di mortalita' costante pari a 0.1 [1/t].

1) Si determini l'equazione differenziale che caratterizza la numerosita' degli alberi $P(t)$ e se ne trovi la soluzione supponendo $P(0) = 10$. Si determini il numero approssimativo degli alberi nel lungo periodo.

2) Supponendo che il tasso di mortalita' dovuto alla presenza del parassita' abbia un valore generico $\alpha > 0$, si dica per quali valori di α la foresta non va incontro all'estinzione e si determini in funzione di α il numero approssimativo degli alberi nel lungo periodo.

Esercizio 4 Si scriva uno *script* Matlab che simula il comportamento del modello dell'esercizio 1 con intervallo di tempo $\Delta t = 1$ mese, per un tempo totale pari a 100 mesi. Si riporti il testo dello script, e il valore finale di $P(100 \text{ mesi})$ calcolato dallo script.