

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales



TESIS DOCTORAL

Identificación de Parámetros Dinámicos de Robots
Paralelos Basada en un Conjunto de Parámetros
Significativos.

Presentada por: D. Miguel Ángel Díaz Rodríguez

Dirigida por: Dr. D. Vicente Mata Amela

Dr. D. Sebastian Enrique Provenzano Randazzo

Valencia, Octubre de 2009

TESIS DOCTORAL

**Identificación de Parámetros Dinámicos de Robots
Paralelos Basada en un Conjunto de Parámetros
Significativos.**

que para la obtención

del grado de

Doctor Ingeniero Industrial

presenta

D. Miguel Ángel Díaz Rodríguez

en el

Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales

de la Universidad Politécnica de Valencia

Dirigida por

Dr. D. Vicente Mata Amela

Dr. D. Sebastian Enrique Provenzano Randazzo

Valencia, Octubre de 2009

TESIS DOCTORAL

**IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DINÁMICOS DE
ROBOTS PARALELOS BASADA EN UN CONJUNTO
DE PARÁMETROS SIGNIFICATIVOS.**

Presentada por: D. Miguel Ángel Díaz Rodríguez

Dirigida por: Dr. D. Vicente Mata Amela

Dr. D. Sebastian Enrique Provenzano Randazzo

TRIBUNAL CALIFICADOR

PRESIDENTE: Dr. D. _____

VOCALES: Dr. D. _____

Dr. D. _____

Dr. D. _____

SECRETARIO: Dr. D. _____

En Valencia, a ____ de _____ de 2009.

Resumen

Los robots paralelos constituyen un campo de investigación muy activo en los últimos 20 años. Frente a los robots seriales presentan, fundamentalmente, dos conocidas ventajas como son, una mayor precisión en el posicionamiento y una mayor rigidez con respecto a la relación entre sus dimensiones y la carga de trabajo máxima. Los principales inconvenientes de estos robots paralelos son un espacio de trabajo más reducido y problemas específicos a la hora de planificar su control.

Las aplicaciones industriales demandan cada vez más de una mayor precisión por lo que se debe de disponer de robots con controladores robustos basados en el conocimiento del modelo dinámico. Por otra parte, si se requieren simulaciones realistas se debe disponer de modelos dinámicos precisos para así evaluar con mayor certeza los posibles escenarios de operación de dichos robots antes de su puesta en práctica en el proceso industrial. La precisión del modelo dinámico depende en gran medida de la certeza con la que se puedan determinar los parámetros dinámicos del modelo, esto es: masas, localización del centro de gravedad, términos de inercia y parámetros de fricción. Entre las técnicas que se han propuesto para su determinación, la identificación de parámetros dinámicos por medio de métodos experimentales es la que ha proporcionado mejores resultados. Dichas técnicas de identificación han sido aplicadas en mayor medida a la determinación de los parámetros dinámicos de los robots seriales, siendo su aplicación a robots paralelos más escasa. Esta tesis se enmarca dentro de una línea de investigación sobre la identificación de parámetros dinámicos que se ha venido desarrollando en el Área de Ingeniería Mecánica de la Universidad Politécnica de Valencia durante los últimos 10 años.

Uno de los aspectos que se ha demostrado más importante en la identificación consiste en diseñar las trayectorias a partir de las cuales se extraen los datos en los que se va a basar la identificación. El objetivo que se pretende es el de diseñar los experimentos de forma tal de que se incremente la certidumbre con la cual se identifican los parámetros. En este sentido, se presenta el diseño del experimento basado en técnicas multicriterio.

Uno de los resultados más relevantes de la presente tesis, es que no siempre el empleo de modelos dinámicos subyacentes muy complejos redundaba en unos parámetros identificados más ajustados a la realidad. Esto es, se ha constatado de forma experimental que puede ser preferible considerar modelos más simples, pero constituidos por parámetros con una mayor significación a la hora de definir el comportamiento dinámico del sistema mecánico.

En la presente tesis se propone una metodología completa para la identificación de parámetros dinámicos de robots paralelos basada en un conjunto de parámetros significativos. Los aspectos más relevantes de la metodología propuesta se pueden resumir en: 1) A partir de la identificación de parámetros considerando un modelo dinámico subyacente completo, ir reduciendo dicho modelo a partir de consideraciones estadísticas, 2) Imponer la condición de factibilidad física a los parámetros que se van a identificar.

Los experimentos han sido realizados sobre dos tipos de robots paralelos, específicamente, robots paralelos completos de tres grados de libertad, a saber; un robot de configuración 3-RPS, que se disponía de trabajos previos, y de un robot de configuración 3-PRS. Este último fue proyectado en el marco experimental del presente trabajo. La aplicación de la estrategia metodológica propuesta permitió obtener modelos reducidos, los cuales se han verificado mediante la resolución del problema dinámico inverso y posterior comparación entre las fuerzas generalizadas y las acciones de control reales. Así mismo, se ha procedido a la formulación del problema dinámico directo considerando los conjuntos de parámetros identificados. En ambos casos, la respuesta del sistema muestra un elevado grado de concordancia con los resultados reales.

Abstract

Parallel robots have been a very active research field over the last 20 years. Compared to serial robots, parallel robots have essentially two well-known advantages such as a greater precision in positioning and an increased rigidity with respect to the relationship between size and work load limit. The main drawbacks of parallel robots are their small workspace and also specific problems related to control planning.

Industrial applications demand the increasing of the robot speed without losing the accuracy of positioning at the end-effector of the robot. Thus, the implementation of advanced model-based control schemes is required. Moreover, any realistic simulation and optimization of motion, including their physical constraints, require an accurate dynamic model. The accuracy of the dynamic model depends largely on the certainty in which the dynamic parameters of the robot are identified, namely; mass, location of the center of gravity, inertia terms and friction parameters. Among the techniques that have been proposed for their determination, the identification of dynamic parameters through experimental methods is the one that has provided better results. These identification techniques have been applied widely to the determination of dynamic parameters of serial robots. Their application to parallel robots has been given few attention. This dissertation is part of a research topic on the identification of dynamic parameters that has been carried out in the Department of Mechanical Engineering of the Polytechnic University of Valencia over the last 10 years.

One of the most important aspects in the identification is the design of the trajectories from which the data is collected. The aim of this thesis is to design experiments with the purpose of increasing the certainty in which the parameters are identified. In this way, the design of the experiment based on multicriteria techniques is presented.

One of the most relevant contribution of this dissertation it is that not always the use of a complete and complex dynamic model can lead to a realistic identification of the dynamic parameters. That is, it has been found, on the basis of the experiments that were conducted, that it is preferable to consider simplified models, but with parameters determined with more significance, to define the dynamic behavior of the mechanical system.

In this dissertation a methodology is proposed for identification of dynamic parameters for parallel robots based on a set of significant parameters. The most important aspects of the proposed methodology can be summarized as: 1) Starting from a complete and complex dynamic model, to reduce the model by means of statistical considerations, 2) Imposing physical feasibility condition on the parameters to be

identified.

Experiments have been carried out on two types of parallel robots, specifically, fully parallel robots with three degrees of freedom; a 3-RPS robot configuration, which was available from a previous work, and a 3-PRS one. The latter was designed in the experimental framework of this thesis. The implementation of the proposed methodological strategy yielded to a model which was verified by solving the inverse dynamic problem and subsequent comparison of the generalized forces with the actual control actions. Moreover, the formulation of the direct dynamic problem has been treated by considering the identified dynamic parameter. In both cases, the system response showed a high degree of correlation with the actual performance.

Resum

Els robots paral·lels constituïxen un camp d'investigació molt actiu en els últims 20 anys. Enfront dels robots serials presenten, fonamentalment, dos coneguts avantatges com són, una major precisió en el posicionament i una major rigidesa respecte a la relació entre les seues dimensions i la càrrega de treball màxima. Els principals inconvenients d'estos robots paral·lels són un espai de treball més reduït i problemes específics a l'hora de planificar el seu control.

Les aplicacions industrials demanden cada vegada una major precisió pel que es deu disposar de robots amb controladors robustos basats en el coneixement del model dinàmic. D'altra banda, si es requerien simulacions realistes s'ha de disposar de models dinàmics precisos per a així avaluar amb major certesa els possibles escenaris d'operació dels dits robots abans de la seua posada en pràctica en el procés industrial. La precisió del model dinàmic depén en gran manera de la certesa amb què es puguen determinar els paràmetres dinàmics del model, açò és: masses, localització del centre de gravetat, termes de la inèrcia i paràmetres de fricció. Entre les tècniques que s'han proposat per a la seua determinació, la identificació de paràmetres dinàmics per mitjà de mètodes experimentals és la que ha proporcionat millors resultats. Dites tècniques d'identificació han sigut aplicades en major mesura a la determinació dels paràmetres dinàmics dels robots serials, sent la seua aplicació a robots paral·lels més escassa. Esta tesi s'emmarca dins d'una línia d'investigació que sobre la identificació de paràmetres dinàmics s'ha vingut desenrotllant en l'Àrea d'Enginyeria Mecànica de la Universitat Politècnica de València durant els últims 10 anys.

Un dels aspectes que s'ha demostrat més important en la identificació consistix a dissenyar les trajectòries a partir de les quals s'extrauen les dades en què es va a basar la identificació. L'objectiu que es pretén és el de dissenyar els experiments de forma tal que s'incremente la certesa amb la qual s'identifiquen els paràmetres. En este sentit, es presenta el disseny de l'experiment basat en tècniques multicriteri.

Un dels resultats més rellevants de la present tesi, és que no sempre l'ocupació de models dinàmics subjacents molt complexos redunda en uns paràmetres identificats més ajustats a la realitat. Açò és, s'ha constatat de forma experimental que pot ser preferible considerar models més simples, però constituïts per paràmetres amb una major significació a l'hora de definir el comportament dinàmic del sistema mecànic.

En la present tesi es proposa una metodologia completa per a la identificació de paràmetres dinàmics de robots paral·lels basada en un conjunt de paràmetres significatius. Els aspectes més rellevants de la metodologia proposada es poden resumir en:

1) A partir de la identificació de paràmetres considerant un model dinàmic subjacent complet, anar reduint el dit model a partir de consideracions estadístiques, 2) Imposar la condició de factibilitat física als paràmetres que es van a identificar.

Els experiments han sigut realitzats sobre dos tipus de robots paral·lels, específicament, robots paral·lels complets de tres graus de llibertat, a saber; un robot de configuració 3-RPS, que es disposava de treballs previs, i d'un robot de configuració 3-PRS. Este últim va ser projectat en el marc experimental del present treball. L'aplicació de l'estratègia metodològica proposada va permetre obtindre modelos reduïts, els quals s'han verificat per mitjà de la resolució del problema dinàmic invers i posterior comparació de les forces generalitzades amb les accions de control reals. Així mateix, s'ha procedit a la formulació del problema dinàmic directe considerant els conjunts de paràmetres identificats. En estos dos casos, la resposta del sistema mostra un elevat grau de concordança amb els resultats reals.

“Observa -me dijo-, aprende, conserva en tu mente lo que has visto, dibuja a los ojos de tus semejantes el cuadro del Universo físico, del Universo moral; no escondas los secretos que el cielo te ha revelado: di la verdad a los hombres”.

Fragmento del poema
Mi delirio en el Chimborazo,
Simón Bolívar.

Dedicatoria

*A las personas con quienes he compartido
aventuras de viaje durante los
pasados cuatro años.*

Agradecimientos

Quiero extender mis mas sinceros agradecimientos a las siguientes personas:

Al Profesor Vicente Mata Amela, Director y Tutor de la presente Tesis Doctoral por su saber estar y dirigir la presente Tesis, lo cual será para mi un modelo de trabajo a seguir en futuros desarrollos en el campo de la docencia e investigación.

Al Profesor Sebastian Provenzano, codirector de la presente Tesis Doctoral y con el cual he venido trabajando bajo su dirección desde mi entrada al personal docente y de investigación, en el año 2002, al Departamento de Tecnología y Diseño de la Universidad de los Andes, Venezuela.

A Nidal Farhat, quien tomó el testigo del campo de la identificación de parámetros, extendiendo su aplicación de robot seriales a la de sistemas mecánicos compuestos por cadenas cerradas. Por sus numerosos consejos, explicaciones en la transferencia del conocimiento del campo en estudio y sugerencias en el desarrollo de las rutinas numéricas utilizadas en la presente tesis.

A Xabier Iriarte, quien realizó una estancia en nuestro grupo de trabajo, por las extensas discusiones sobre los temas abordados en la presente tesis que han ayudado a intentar interiorizar los conceptos del modelado e identificación de robots. En este mismo sentido, también quiero agradecer a Luz Adriana por las discusiones sobre la aplicación de los conceptos del modelado e identificación hacia otros sistemas mecánicos.

Al Profesor Angel Valera y a su grupo de trabajo, entre ellos Ranko Zotovic, quienes contribuyeron con la proyección de los componentes del sistema de control, instrumentación y desarrollo del sistema de control del robot 3-PRS utilizado en los experimentos realizados de esta tesis.

Un agradecimiento especial a Javier SanFeliu, quien con sus experiencia técnica aportó valiosos consejos, los cuales han permitido la adecuación de los modelos CAD de las partes componentes del robot hacia la fabricación. Por su arduo trabajo en la construcción de la piezas y ensamblado del robot paralelo 3-PRS proyectado para el marco experimental de la presente tesis.

A Fede que una que otra vez tuvo que bajar a sacarme las patas del barro cuando se estropeaba el ordenador y ayudarme en la instalación de los programas utilizados en el desarrollo de la presente tesis.

Al Profesor Antonio Besa, quien en varias oportunidades nos colaboró con la instrumentación y medición de algunas de las variables requeridas para los experimentos.

A los numerosos alumnos de intercambio que, a través de sus trabajos de fin de curso, participaron en la elaboración y proyección de los modelos CAD de las piezas del robot paralelo 3-PRS.

Al departamento de Mecánica y Materiales por su acogimiento y trato deferente a lo largo de estos aproximadamente cuatro años de estancia en el departamento.

A los miembros del departamento de Tecnología y Diseño de la Universidad de Los Andes por su motivación y apoyo para iniciar y culminar los estudios doctorales. De igual manera, a la Dirección de Asuntos Profesorales de la Universidad de Los Andes, particularmente al personal encargado de la oficina de becas y sabáticos.

Finalmente, quiero extender mis más sincero y mayor agradecimiento a las personas que saben que están aquí y que participaron en esta aventura ya que sin su apoyo emocional no hubiese sido posible culminar este trabajo.

Nomenclatura

\vec{g}	Aceleración de la gravedad.
G	Función de Gibbs o energía de las aceleraciones.
$d_i, \theta_i, a_i, \alpha_i$	Parámetros de Denavit-Hartenberg.
q_i	Coordenada generalizada i -ésima.
\dot{q}_i	Velocidad generalizada i -ésima.
\ddot{q}_i	Aceleración generalizada i -ésima.
${}^i\ddot{\vec{r}}_{o_i}$	Aceleración del origen del sistema de referencia local del cuerpo i .
${}^i\ddot{\vec{r}}_{g_i}$	Aceleración del centro de gravedad del cuerpo i .
${}^k\vec{r}_{o_i, o_j}$	Vector de posición que relaciona los sistemas de referencia i y j expresado en el sistema de referencia k .
${}^i\vec{r}_{o_i g_i}$	Vector de posición del centro de gravedad del cuerpo i en el sistema de referencia local del cuerpo.
${}^i R_j$	Matriz de rotación que relaciona los sistemas de referencia i y j .
K	Matriz de observación para una sola configuración.
W	Matriz de observación del sistema.
W1	Matriz de observación reducida del sistema.
$\vec{\tau}$	Vector de fuerzas generalizadas en los nudos.
$\vec{\tau}_f$	Vector de fuerzas generalizadas debidas a la fricción.
$\vec{\Phi}$	Vector de parámetros dinámicos del sistema.
$\vec{\Phi}_b$	Vector de parámetros base del sistema.
$\vec{\Phi}_i$	Vector que agrupa los parámetros inerciales.

$\vec{\Phi}_f$	Vector que agrupa los coeficientes de fricción.
$\vec{\Phi}_{idnt}$	Vector de parámetros dinámicos identificados.
n_{pts}	Número de puntos.
${}^i\vec{\omega}_i$	Velocidad angular del cuerpo i expresada en el sistema de referencia i -ésimo.
${}^i\dot{\vec{\omega}}_i$	Aceleración angular del cuerpo i expresada en el sistema de referencia i -ésimo.
M	Matriz de masa del sistema.
\vec{C}	Vector bias que contiene las fuerzas centrífugas, de gravedad y de Coriolis.
A	Matriz Jacobiana de ecuaciones de restricción.
${}^i\vec{z}_j$	Vector unitario en la dirección del eje Z del sistema de referencia unido al cuerpo j expresado respecto al sistema de referencia i .
\vec{b}	Vector que contiene términos cuadráticos en velocidad que aparecen en las ecuaciones de restricción de aceleración.
m_i	Masa del cuerpo i .
I_{g_i}	Tensor de inercia del cuerpo i calculado respecto al centro de gravedad.
I_{o_i}	Tensor de inercia del cuerpo i calculado respecto al origen del sistema de referencia.
\vec{I}_i	Vector que agrupa los términos incluidos en el tensor de inercia I_{o_i} .
$(\tilde{\cdot})$	Matriz antisimétrica.
F_c	Coefficiente de fricción de Coulomb.
F_v	Coefficiente de fricción viscosa.
F_s	Coefficiente de fricción estática.
vs	Velocidad de Stribeck.
$\text{signo}(\cdot)$	Función que proporciona el signo del argumento.
$\text{Cond}(\cdot)$	Función que proporciona el número de condición de una matriz.
κ	Número de condición.
$\det(\cdot)$	Función que proporciona el determinante de una matriz.

RMS	Error Cuadrático Medio.
ε_{ra}	Error Relativo Absoluto.
<i>DOF</i>	Grados de libertad.
SVD	Descomposición en Valores Singulares.
MC	Método de los Mínimos Cuadrados.
R	Par de revolución.
P	Par prismático.
S	Par esférico.
SQP	Programación Secuencial Cuadrática (Sequential Quadratic Programming)
PID	Proporcional, Integral, Derivativo.

Índice general

Resumen	I
Abstract	III
Resum	V
	VII
Agradecimientos	XI
Nomenclatura	XIII
Índice general	XVII
1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Antecedentes	5
1.2.1. Modelo Dinámico	5
1.2.2. Parámetros Base	8
1.2.3. Diseño de Experimentos	9
1.2.4. Procedimiento de Estimación	12
1.2.5. Factibilidad Física	14
1.2.6. Simplificación del Modelo	15
1.3. Objetivos	17
1.4. Organización de la Tesis	18
2. Modelado de Robots Paralelos	19
2.1. Modelado cinemático de robots paralelos	20
2.1.1. Sistemas de coordenadas	20
2.1.2. Cinemática inversa y directa	24

2.1.3. Formulación de la cinemática directa	26
2.2. Modelo Dinámico de Sólido Rígido	30
2.3. Modelado de la Fricción en los Pares de los Robots	33
2.4. Modelado de los elementos activos	37
2.5. Modelo Dinámico Utilizado en la Identificación de Parámetros	38
2.6. Modelo canónico	40
2.6.1. Modelo en forma lineal de un robots serial de 2-GDL	40
2.6.2. Parámetros Base Obtenidos Mediante Álgebra Lineal	42
2.7. Resumen	45
3. Diseño de Experimentos	47
3.1. Criterios para Obtener Trayectorias Óptimas	48
3.2. Trayectorias Optimas Mediante Técnicas Multicriterio	53
3.3. Parametrización de la Trayectoria	54
3.4. Restricciones	57
3.4.1. Restricciones en los Actuadores	58
3.4.2. Restricciones debido a Pares Esféricos	59
3.4.3. Restricciones por el Espacio de Trabajo	61
3.4.4. Restricciones debido a la Estimación Inicial de la Trayectoria	62
3.5. Ejemplos de Trayectorias Óptimas	63
3.5.1. Determinación del Número de puntos de la trayectoria	64
3.5.2. Trayectorias Óptimas para un Robot Paralelo 3-RPS	65
3.5.3. Trayectorias Óptimas para un Robot Paralelo 3-PRS	69
3.6. Adquisición de Datos y Procesamiento	71
3.6.1. Mediciones	71
3.6.2. Procesamiento de Datos	72
3.7. Resumen	73
4. Casos de Estudio: Robots Paralelos de 3-GDL	75
4.1. Métodos y Ensayos	76
4.1.1. Análisis de la Desviación Estándar	78
4.1.2. Factibilidad Física	79
4.1.3. Verificación de la Identificación	80
4.2. Identificabilidad de los Parámetros Dinámicos Robot 3-RPS	80
4.2.1. Resultados Robot 3-RPS Simulado	86
4.2.2. Resultados Robot 3-RPS Real	91
4.3. Conjuntos de Parámetros Base	93
4.4. Resumen	99

5. Obtención del Conjunto de Parámetros Significativos	101
5.1. Procedimiento para Identificación	103
5.2. Valores a Priori de los Parámetros	104
5.2.1. Fricción Juntas Prismáticas	104
5.3. Conjuntos Base	106
5.4. Caracterización de los Parámetros Dinámicos	107
5.5. Verificación de la Factibilidad	109
5.6. Estimación de los Parámetros Base	111
5.7. Simplificación del Modelo	113
5.7.1. Reducción del Modelo por Análisis de la Desviación Estándar	113
5.8. Validación	114
5.9. Aplicación al Robot Paralelo 3-RPS	114
5.9.1. Diseño del Experimento	115
5.9.2. Ecuaciones de Factibilidad	116
5.9.3. Estimación de los Parámetros de Modelo	117
5.9.4. Validación del Modelo	119
5.9.5. Fricción no Lineal en Pares Prismáticos	121
5.10. Aplicación al Robot Paralelo 3-PRS	123
5.10.1. Diseño del Experimento	123
5.10.2. Ecuaciones de Factibilidad	124
5.10.3. Estimación de los Parámetros de Modelo	126
5.10.4. Validación del Modelo	127
5.11. Discusión	127
5.12. Resumen	131
6. Simulación Dinámica Basada en Parámetros Identificados	133
6.1. Modelo Dinámico Directo	134
6.2. Problema de la Fricción Discontinua	139
6.2.1. Determinación de la Fricción en la fase de <i>stick</i>	141
6.3. Resultados	144
6.3.1. Robot 3-RPS	144
6.4. Resumen	150
7. Conclusiones	151
7.1. Futuros Trabajos	154
Bibliografía	157

Anexo A	167
A.1. Descripción de los Robots Paralelos	167
A.2. Especificaciones de los Actuadores y Motores	169
A.2.1. Actuadores	169
A.2.2. Motores	170
A.3. Determinación de la Fricción en los Actuadores	171
Anexo B	173
B.1. Cinemática directa del robots 3-RPS	173
B.1.1. Problema de Posición	173
B.1.2. Problema de Velocidad y Aceleración	175

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

En el área de los sistemas mecánicos, tales como robots industriales, la ecuación que define el comportamiento del sistema se denomina modelo dinámico. Dependiendo del análisis requerido ocurren dos tipos de problemas dinámicos. El primero, denominado Problema Dinámico Inverso (PDI) se conoce el movimiento del sistema (posición, velocidad y aceleración) y se desea determinar las acciones, pares y/o fuerzas, necesarias para producir el movimiento preestablecido. El segundo enfoque constituye la resolución del Problema Dinámico Directo (PDD), en el cual se conocen las acciones externas que actúan sobre el robot y se desea determinar el movimiento que éste desarrolla a lo largo del tiempo. Si se requiere de soluciones realistas de ambos problemas, se debe conocer con elevada exactitud el conjunto de parámetros físicos inherentes al modelo. Estos parámetros se agrupan en dos categorías: parámetros cinemáticos y parámetros dinámicos. Los primeros vienen, en su mayoría, definidos por la geometría del robot, longitud entre las barras y orientación de los pares cinemáticos. Así mismo, se pueden incluir entre los parámetros cinemáticos los referidos a los errores debido a los sistemas de transmisión y la elasticidad presente en los pares cinemáticos. Generalmente, los fabricantes de robots industriales proveen, en sus catálogos, las dimensiones características necesarias para el modelado cinemático del robot o, en su defecto, estas pueden ser obtenidas a través de la medición directa sobre el robot. Si se requiere de un grado importante de precisión en los parámetros cinemáticos, éstos pueden ser estimados mediante técnicas de calibración de robots, el cual es tema que ha sido abordado repetidamente en la robótica industrial, presentándose numerosas referencias sobre los procedimientos y esquemas de calibración, ver por ejemplo KHA-

LIL Y DOMBRE (2002) y BESA (2002), por mencionar solo algunos. Por otra parte, los parámetros dinámicos vienen definidos por las propiedades de masa de las barras que constituyen el sistema robótico: masas, momentos de inercia y localización del centro de gravedad. Además, la fricción es un fenómeno que es necesario considerar en el análisis y por ende los parámetros que definen el modelo de fricción deben ser determinados. Los parámetros dinámicos generalmente no son suministrados por los fabricantes. Incluso cuando éstos se conocen a partir de catálogos, con el tiempo estos parámetros pueden variar por el desgaste de sus partes o debido a la lubricación de los pares (parámetros de fricción). Lo anterior motiva la necesidad de estudiar procedimientos para la determinación de los parámetros dinámicos.

Ciertas propiedades dinámicas pueden determinarse mediante modelos de dibujo asistido por ordenador (CAD) o mediante el desmontaje de las piezas del robot. Sin embargo, la obtención de los parámetros mediante herramientas CAD tiene como desventaja principal el que no todos los componentes del robot pueden ser modelados con una precisión suficientemente detallada, por ejemplo, detalles de componentes de máquinas como tornillos, sistemas de transmisión, entre otros. Además, los parámetros debido a la fricción no pueden ser determinados mediante este procedimiento. La medición directa de los parámetros sobre las partes del robot involucra su desmontaje, en el caso de un robot en operación, éste no resulta práctico si se considera que el desmontaje del robot puede repercutir en una pérdida de la calibración cinemática del mismo y además se requiere de una parada prolongada de funcionamiento del robot. Por lo anterior, las técnicas de identificación de parámetros mediante ensayos realizados directamente sobre el robot es una de las formas más apropiadas para la determinación de parámetros dinámicos y la que ha dado mejores resultados.

La identificación de parámetros consiste en ajustar la respuesta del modelo dinámico del robot a los datos recolectados experimentalmente durante ensayos realizados sobre el sistema real. Una vez identificado el modelo dinámico apropiado para el robot en estudio, así como también estimados los parámetros del modelo de forma experimental, éstos pueden ser utilizados para evaluar el desempeño del robot mediante simulaciones fuera de línea. Lo anterior puede realizarse a partir de la resolución del PDI, el cual también puede ser empleado para desarrollar controladores robustos basados en el modelo dinámico. Este último aspecto sobre controladores es importante cuando se requiere de un robot que opere a mayores velocidades, sin que ello repercuta en una pérdida de la precisión en su funcionamiento. Por otra parte, el modelo identificado puede emplearse en la simulación dinámica a través de la resolución del PDD y de esta forma evaluar escenarios sobre posibilidades de funcionamiento del robot.

En síntesis, el objetivo de la identificación de parámetros es mejorar la precisión de la simulación y operación del robot analizado. La Figura 1.1 esquematiza las aplicaciones del modelado, identificación y control de robots. El modelo dinámico debe ser ajustado mediante técnicas de identificación de parámetros para lograr un mejor desempeño tanto en el control del robot como en la planificación de trayectorias.

Los procedimientos de identificación de los modelos dinámicos aplicados a robot seriales se inician a mediados de los 80 (ATKESON ET AL., 1986, KHOSLA Y KANADE, 1985, MAYEDA ET AL., 1984, OLSEN Y BEKEY, 1986). La naturaleza experimental del procedimiento de identificación, así como también, las diferentes topologías, tipo de actuación y pares cinemáticos de los robots, particularizan al modelo dinámico de tal manera que la identificación en robots continúa siendo una área abierta, particularmente para el caso de robots paralelos. Es así como la aplicación de las técnicas de identificación en sistemas mecánicos ha sido reportada entre las tendencias actuales de investigación en el área de dinámica de sistemas dinámicos multicuerpo (SCHIEHLEN, 2007).

Es de resaltar que la identificación de parámetros dinámicos en robots es un línea de investigación que se viene desarrollando en el departamento. Es así como, BENIMELI (2005) inicia el estudio de técnicas de identificación de parámetros dinámicos de robots seriales. El modelo dinámico utilizado en la identificación es obtenido a partir de las ecuaciones de la dinámica de acuerdo con el formalismo de Gibbs-Appell. En ese trabajo se evaluaron aspectos teóricos y prácticos de la identificación de robots seriales mediante su aplicación experimental sobre un robot PUMA 560. Por otra parte, en ese mismo trabajo se propone un procedimiento, para la identificación de los parámetros del modelo, mediante el cual se asegura la factibilidad física de los parámetros dinámicos identificados. Dicho procedimiento se basa en la aplicación de técnicas de optimización no lineal con restricciones no lineales (MATA ET AL.,

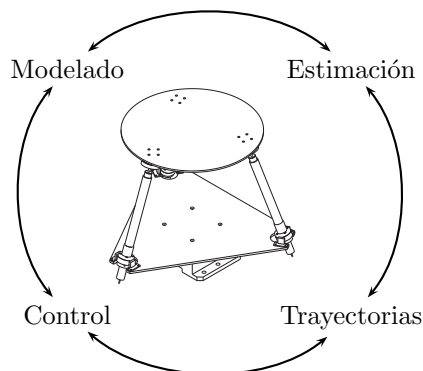


Figura 1.1: Aplicación de la identificación de parámetros

2005). La extensión del procedimiento de identificación al caso de robot paralelos fue posteriormente tratada por FARHAT (2006).

Un aspecto que no ha sido considerado en los dos trabajos anteriormente mencionados, es la certidumbre con la cual se identifican los parámetros. Lo anterior puede abordarse a partir de técnicas estadísticas. La estimación del nivel de certidumbre del modelo identificado es uno de los motivos del desarrollo de la presente tesis, la cual, particularmente, se centrará en la identificación de parámetros de robots paralelos. Es bien sabido que por sus características, este tipo de robots viene siendo objeto de estudio, en el campo de la dinámica de sistemas multicuerpo, desde hace dos décadas, actualmente las experiencias académicas vienen siendo introducidas a la industria (PIERROT ET AL., 2009). En lo que respecta a la aplicación de técnicas de identificación, uno de los primeros trabajos fue desarrollado por BHATTACHARYA ET AL. (1997) el cual realiza una identificación de parámetros sobre una plataforma Stewart. El trabajo abordó el tema de identificación empleando un robot simulado y muestra la dificultad de la aplicación de las técnicas de identificación a este tipo de robot. En este mismo sentido, WIENS ET AL. (2002) caracteriza la dinámica de unos tipos de robots paralelos con el fin de establecer que parámetros contribuyen en la dinámica del robot y por ende establecer cuales parámetros son candidatos a ser identificados. El estudio lo realiza sobre tres configuraciones de robot paralelos de 6-GDL y concluye resaltando la necesidad de una metodología iterativa que logre la identificación apropiada del modelo dinámico. Es así como, a partir de las técnicas estadísticas y la verificación de la factibilidad física con la cual se obtienen los parámetros, se propone en esta tesis una estrategia metodológica para la identificación de parámetros aplicada a robots paralelos.

Por otra parte, se debe mencionar que un aspecto que surge como componente de la metodología a la profundización de los conceptos del diseño de experimentos utilizados en la identificación. El objeto es diseñar los experimentos de forma tal que se incremente la certidumbre con la cual se identifican los parámetros. En este sentido, se presentará el diseño del experimento por medio de un procedimiento multicriterio (DÍAZ-RODRÍGUEZ ET AL., 2009a). La validación del procedimiento metodológico así como también el diseño de experimentos se implementará experimentalmente sobre robot paralelos completos de 3-GDL, a saber; un robot de configuración 3-RPS, que se disponía de trabajos previos, y de un robot de configuración 3-PRS. Este último fue proyectado en el marco experimental del presente trabajo.

1.2. Antecedentes

La identificación del modelo dinámico de un sistema mecánico consiste en desarrollar un modelo del sistema para luego obtener los parámetros del mismo mediante el ajuste de datos experimentales (fuerzas generalizadas y cinemática de los actuadores). El procedimiento de identificación de parámetros de robots se puede resumir en los siguientes aspectos:

- Desarrollo del modelo dinámico que describa el comportamiento dinámico del robot. El modelo obtenido a partir de los principios de la dinámica debe ser reescrito, mediante operadores del álgebra matricial, de forma lineal en parámetros dinámicos.
- Determinación del conjunto de parámetros que influyen en el comportamiento dinámico del robot bien sea de forma independiente o bajo combinaciones lineales (parámetros base).
- Diseño de los experimentos de forma tal que se incremente la certidumbre con la cual se identifican los parámetros.
- Estimación de los parámetros del modelo desarrollado.
- Simplificación del modelo y verificación de la factibilidad de los parámetros estimados.
- Validación del modelo.

1.2.1. Modelo Dinámico

Como se mencionó con anterioridad, la implementación de procedimientos de identificación de parámetros en robot seriales se inició a mediados de los 80. Los primeros trabajos estaban orientados a establecer el modelo dinámico usado en la identificación. Si bien el modelo dinámico del robot es no lineal, el mismo puede ser reescrito en función de los parámetros dinámicos de forma lineal. El modelo lineal en parámetros se desarrolla expresando el tensor de inercia de cada barra en un sistema no centroidal, un ejemplo de esto es expresarlos en base a los nudos de las barras. Es necesario también utilizar ciertas operaciones del álgebra matricial. En ese mismo sentido, el modelo también puede ser obtenido en forma lineal utilizando la formulaciones baricentricas (RAUCENT Y SAMIN, 1994).

Ahora bien, el modelo puede obtenerse por medio de dos enfoques: integral y diferencial. Por un lado, el enfoque integral utiliza la ecuaciones de la energía del sistema.

Por otro lado, el enfoque diferencial emplea las ecuaciones del movimiento del sistema. El primer aspecto a resaltar es que el modelo integral requiere como variables, solo la posición y velocidad, mientras que, el enfoque diferencial requiere, además de la posición y la velocidad, de la aceleración. El método integral permite la obtención de expresiones más simples a costa de una pérdida de información con respecto al método diferencial. De hecho, tal como se indica en PRUFER ET AL. (1994), el modelo integral presenta diversas desventajas frente al diferencial lo cual ha llevado a que en estos momentos sea este último el más comúnmente empleado. Por un lado, mientras en el modelo diferencial existen tantas ecuaciones como grados de libertad en el robot, en el integral tan solo existe una ecuación, lo cual lleva a la aparición de dependencias lineales entre los términos de fricción de distintas articulaciones, resultando en un incremento de la divergencia de los parámetros identificados. Por otra parte, dado que la solución mediante el método integral persigue la minimización de los errores para la energía total del sistema, no se asegura que los parámetros así identificados permitan predecir de forma precisa los pares en los nudos, al contrario de lo que sucede con el método diferencial, donde se minimizan los errores correspondientes a los pares en los nudos (BENIMELI, 2005). Además, el proceso de integración del cual se deduce el modelo integral tiene un efecto de amplificación de las señales de baja frecuencia que, junto a la atenuación de las señales de mayor frecuencia, dificulta la separación de las contribuciones de la fricción correspondientes a distintas articulaciones. Como consecuencia, aumenta la sensibilidad al ruido, lo cual se manifiesta como un condicionamiento numérico deficiente en la solución mediante técnicas de estimación.

Por lo anterior, el modelo dinámico empleado en esta tesis está basado en el modelo diferencial. La selección del enfoque viene dada por el hecho de que el modelo dinámico en forma diferencial puede ser empleado tanto para simulación como para el control del robot. El modelo dinámico se obtiene a partir de los principios de la dinámica. Es así como ATKESON ET AL. (1986) lo obtiene a partir de la formulación de Newton-Euler, SHEU Y WALKER (1991) a partir las ecuaciones de Lagrange y GROTJAHN ET AL. (2001) mediante el Principio de Jourdain o de las Potencias Virtuales. Incluso formulaciones basadas en el método de los elementos finitos han sido utilizadas para desarrollar el modelo dinámico (HARDEMAN ET AL., 2006). Siguiendo los principios de la dinámica se puede desarrollar el modelo y reescribirse de forma lineal respecto a los parámetros y representado por la siguiente expresión,

$$\mathbf{K}_i \left(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}} \right) \vec{\Phi} = \vec{\tau}_i \quad (1.1)$$

siendo $\vec{\Phi}$ el vector de parámetros inerciales debido al sólido rígido, $\vec{\tau}_i$ el vector de fuerzas generalizadas, \mathbf{K}_i la matriz de observación determinada para una configura-

ción particular i del robot y $\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}}$ los vectores de coordenadas generalizadas y sus derivadas en el tiempo.

El modelo dinámico en esta tesis es obtenido a partir del formulismo de Gibbs-Appell (BENIMELI, 2005, FARHAT, 2006). Como se aprecia en la ecuación, la matriz depende de las coordenadas generalizadas así como de sus derivadas en el tiempo. Como se explicará mas adelante, el número de filas en la ecuación 1.1 es igual al número de GDL del sistema. El número de columnas dependerá del número de barras n , en movimiento, del sistema mecánico. Cada barra presenta 10 parámetros inerciales (6 del tensor de inercia, la masa de la barra y los momentos de primer orden), por lo cual el número de columnas es igual a $10 \times n$.

Por lo general, el número de GDL es menor al número de parámetros dinámicos, con lo cual la ecuación 1.1 representa un sistema no determinando. A fin de estimar los parámetros se construye un sistema sobredeterminado. Para ello, se evalúa la ecuación 1.1 en diferentes configuraciones obtenidas mientras el robot ejecuta una trayectoria prescrita.

Luego de aplicar la ecuación 1.1 a diferentes configuraciones del robot se obtiene el siguiente sistema sobredeterminado,

$$\mathbf{W} \left(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}} \right) \vec{\Phi} = \vec{\tau} \quad (1.2)$$

siendo $\mathbf{W} = [\mathbf{K}_1^T \mathbf{K}_2^T \cdots \mathbf{K}_{n_{ptos}}^T]^T$, $\vec{\tau} = [\vec{\tau}_1^T \vec{\tau}_2^T \cdots \vec{\tau}_{n_{ptos}}^T]^T$ y n_{ptos} el número de configuraciones utilizados para la identificación.

A partir de la ecuación anterior puede determinarse el vector de parámetros inerciales mediante técnicas de estimación. El hecho de que el sistema sea lineal con respecto a los parámetros permite que procedimientos basados en Mínimos Cuadrados (MC) puedan ser aplicados. Sin embargo, no todos los parámetros que aparecen en el modelo pueden ser identificados. La no identificabilidad de alguno de los parámetros se debe a la topología del robot que restringe el movimiento relativo entre las barras que conforman el sistema mecánico. Es así como existen parámetros completamente identificables, identificables bajo combinaciones lineales y no identificables (ATKESON ET AL., 1986). Bajo esta clasificación los parámetros no identificables son aquellos que no influyen en el comportamiento dinámico del robot. Considérese por ejemplo el caso de una barra con movimiento plano, donde el vector normal al plano de movimiento se orienta en la dirección z . Los parámetros del tensor de inercia correspondientes a los ejes x e y no influirán con la fuerza generalizada. Los parámetros que contribuyen de forma independiente con la dinámica del robot se denominan parámetros completamente identificables. Por último, los parámetros identificables en combinación lineal son aquellos que, debido a los tipos de pares cinemáticos presentes en el ro-

bot, no pueden identificarse de forma independiente sino como combinación con otros parámetros. El conjunto basado en los parámetros completamente identificables y los identificables bajo combinaciones lineales, se denomina parámetros base (MAYEDA ET AL., 1984) y se define como el conjunto mínimo de parámetros necesarios para describir el modelo dinámico.

1.2.2. Parámetros Base

La determinación del conjunto de parámetros base ha sido ampliamente abordada en robot seriales. En el trabajo de ATKESON ET AL. (1986) se utiliza la Descomposición en Valores Singulares (SVD) para obtener el sistema en parámetros base. KHOSLA (1989) categoriza los parámetros identificables, identificables bajo combinación lineales y no identificables de forma simbólica estudiando las ecuaciones de movimiento basadas en la formulación Newton-Euler. GAUTIER Y KHALIL (1990) estudian las ecuaciones de la energía de las barras del robot conjuntamente con el tipo de unión con su barra predecesora. Así, se establecen las ecuaciones de forma cerrada que permiten determinar la ecuación simbólica de los parámetros base. Por otra parte, GAUTIER (1991) presenta dos procedimientos numéricos para determinar el conjunto base. El primer procedimiento basado en la SVD y otro basado en la descomposición QR. El procedimiento basado en la SVD ha sido uno de los mas implementados, por ejemplo PFEIFFER Y HOLZL (1995), ANTONELLI ET AL. (1999) y CALAFIORE ET AL. (2001), por mencionar solo algunos. Es de resaltar que a medida que la complejidad del sistema mecánico aumenta, el procedimiento simbólico para reagrupar los parámetros se va volviendo impracticable. Para el caso de un robot paralelo no hay un procedimiento general para la reagrupación de los parámetros de forma simbólica. En sistemas mecánicos más complejos los procedimientos numéricos resultan mas prácticos, sin embargo, hay que destacar que la solución numérica del conjunto de combinaciones lineales de parámetros base vienen escritas en función de valores numéricos asociados a las dimensiones particulares del robot.

Con respecto a los sistemas mecánicos de cadenas cerradas, tales como los robots paralelos, el procedimiento numérico es el mas extendido. GUEGAN ET AL. (2003) emplea la descomposición QR para determinar los parámetros base de un robot *Orthoglide* de 3-GDL. GROTHJAHN ET AL. (2004) utilizan la SVD en la consecución de los parámetros base de un robot paralelo de 6-GDL (PaLiDa). De los autores que han abordado mas recientemente la determinación del conjunto base, se encuentra el trabajo desarrollado por CHEN ET AL. (2002) donde se propone un procedimiento para mecanismos planos que posteriormente es extendido a mecanismos espaciales. En dicho procedimiento, la determinación de los parámetros base se realiza mediante

SVD. Luego, se determinan de forma simbólica las relaciones entre los parámetros base, a partir de estudiar la correspondencia entre los valores numéricos obtenidos (SVD) con respecto a las longitudes del sistema. El análisis para identificar los valores numéricos se basa en los teoremas de transferencia de masa y de inercia. El procedimiento ha sido implementado para la determinación de los parámetros base de una suspensión MacPherson. (CHEN Y BEALE, 2003). Recientemente IRIARTE ET AL. (2009) proponen un procedimiento basado en la SVD donde luego se determinan las expresiones simbólicas de los parámetros base mediante un análisis dimensional.

Una vez obtenido el modelo dinámico en parámetros base, es posible realizar la identificación. En este trabajo, por la complejidad involucrada en el modelado de robots paralelos, se utiliza el procedimiento numérico basado en la SVD. Posteriormente, se emplea un procedimiento para obtener la expresión simbólica de los parámetros base mediante el análisis dimensional de las posibles combinaciones que dan origen a los valores numéricos obtenidos mediante SVD.

1.2.3. Diseño de Experimentos

Una parte importante del proceso de identificación de parámetros es la selección de las trayectorias a ejecutar por el robot durante los experimentos. La selección de las trayectorias se refiere a los movimientos de los pares actuados del robot y de como estos pueden ser excitados para mejorar la precisión con la cual se estiman los parámetros. El primer autor en considerar el nivel de excitación de la trayectoria fue ARMSTRONG (1989). Luego de su introducción, la importancia de diseñar las trayectorias ha sido resaltada por diversos autores que la han considerado en la identificación de parámetros de robots seriales (CALAFIORE Y INDRI, 1998, GAUTIER, 1992, PARK, 2006, PRESSE Y GAUTIER, 1993, SCHAEFERS ET AL., 1996, SWEVERS ET AL., 1997). De igual manera, el diseño de experimentos basado en el nivel de excitación de la trayectoria ha sido empleado para la identificación de robots paralelos (ABDELLATIF ET AL., 2005b, 2008, DÍAZ-RODRÍGUEZ ET AL., 2009a, FARHAT ET AL., 2008). La selección de las trayectorias depende de la forma en que van a ser identificados los parámetros, es decir, si todos los parámetros van a ser identificados de forma simultánea, mediante un solo experimento o por otra parte, en experimentos separados.

Método Indirecto

El procedimiento de identificación de parámetros indirecto se basa en determinar los parámetros del modelo en etapas sucesivas. El método indirecto logra la identificación separada usando diferentes trayectorias donde cada una de ellas excita algunos de los parámetros. Su aplicación surge en el campo de robot seriales ya que en este

tipo de robot cada barra del robot está asociada con un par actuado. De esta manera, la barra superior puede moverse con respecto a la barra que la precede y así identificar sus parámetros dinámicos de forma independiente. Posteriormente, puede irse secuencialmente actuando las barras inferiores hasta identificar la totalidad de parámetros del sistema. Este procedimiento permite separar la identificación de los modelos de fricción en los pares con respecto a la identificación de los parámetros inerciales de sólido rígido. Entre los autores que lo han empleado para la identificación de parámetros de robots seriales se tienen: MAYEDA ET AL. (1984), OLSEN Y BEKEY (1986) y DAEMI Y HEIMANN (1996), por mencionar solo algunos.

El hecho de que en robot paralelos no todos los pares del robot pueden ser actuados de forma independiente, hace que la aplicación de una metodología indirecta sea difícil. Sin embargo, un enfoque en dos etapas ha sido propuesto (GROTJAHN ET AL., 2004). El procedimiento separa la identificación de la fricción de los parámetros del sólido rígido mediante un diseño particular de las trayectorias ejecutadas por un robot de 6-GDL.

Método Directo

El método directo busca identificar todos los parámetros del modelo en un solo experimento. En virtud de su simplicidad y de la precisión de los resultados es un procedimiento ampliamente utilizado. En los primeros trabajos la trayectoria utilizada era obtenida mediante movimientos simples de forma que se garantizara la identificación de los parámetros base (GAUTIER Y KHALIL, 1988). Posteriormente los autores introducen el diseño de la trayectoria a partir de la parametrización del movimiento en los pares actuados del robot. Así, los parámetros de la trayectoria se obtienen mediante procedimientos de optimización basados en un criterio de diseño óptimo establecido. Como criterio de optimización, ARMSTRONG (1989) sugiere minimizar el número de condición de la matriz de observación (\mathbf{W}). El criterio se propone en virtud de que el número de condición es un límite superior en la transmisión de los errores cuando la solución se obtiene mediante MC. Con respecto a la parametrización de la trayectoria se han presentado principalmente dos enfoques. El primero mediante el empleo de series armónicas CALAFIORE Y INDRI (1998), OLSEN ET AL. (2002), SCHAEFERS ET AL. (1996) y el segundo mediante funciones polinómicas (ANTONELLI ET AL., 1999). Mas recientemente, PARK (2006) introdujo una parametrización basada en una combinación de series de Fourier y funciones polinomiales con el fin de superar algunas de las desventajas atribuidas por el citado autor a las series de Fourier.

El diseño de la trayectoria utilizado en la identificación de robot seriales es exten-

sa, en contraste, para el caso de robot paralelos es significativamente menor. Esto a pesar de que la optimización de la trayectoria es difícil debido a su limitado espacio de trabajo. RENAUD ET AL. (2006) establecen que las trayectorias utilizadas se basan en combinaciones de movimientos a bajas y altas velocidades. Un procedimiento similar es empleado por GUEGAN ET AL. (2003) para la identificación de un robot *Orthoglide* 3-GDL y para un robot paralelo de 4-GDL (NABAT ET AL., 2006). Hasta donde el autor ha investigado, pocos trabajos emplean procedimientos de optimización de la trayectoria utilizada en la identificación directa de parámetros aplicado a robots paralelos. En los pocos trabajos que abordan la optimización de la trayectoria se emplean procedimientos similares al utilizado por SWEVERS ET AL. (1997). Entre los trabajos que aplican la identificación directa optimizando la trayectoria la parametrización se realiza en las coordenadas referidas al elemento terminal (ABDELLATIF ET AL., 2005b,c, 2008).

El esquema de identificación directo requiere de un tiempo inferior con respecto a los métodos indirectos, puesto que la identificación se puede realizar en un solo experimento. Además, los resultados obtenidos no se verán tampoco influenciados por el error de propagación asociado a los esquemas de identificación secuenciales (KHALIL Y DOMBRE, 2002). Este último aspecto cobra especial relevancia en lo que se refiere a la identificación del modelo de fricción, ya que la ésta constituye un fenómeno que experimenta variaciones considerables debido a diversos factores, como pueden ser la temperatura, el estado de las superficies, la distribución del lubricante y el nivel de carga entre otros, por lo cual será poco probable que estos factores se mantengan constantes en las medidas correspondientes a distintos pasos del proceso de identificación.

Las principales desventajas de los métodos de identificación indirectos, en cuanto a la precisión de los resultados, radican tanto en la propagación de errores como en la variabilidad de los fenómenos de fricción a través de los distintos pasos del proceso de identificación. Esto supone una fuente adicional de error. Una comparación entre el método directo e indirecto para robot seriales fue realizada por BENIMELI ET AL. (2006). Otro aspecto que dificulta la aplicación de métodos indirectos en robot paralelos es el hecho de que no todas los pares del robot son actuados, lo cual hace que la aplicación de una metodología indirecta sea difícil.

Por lo anterior en esta tesis, se opta por el enfoque directo para la identificación de parámetros de robot paralelos y se profundiza el estudio del diseño de los experimentos para la identificación de este tipo de robots. Además, la parametrización de la trayectoria se realiza sobre las coordenadas generalizadas referidas a los pares actuados. Es de resaltar que si bien para el caso de robots de 6-GDL se han presentado

metodologías indirectas, la características del robot (6-GDL) hace que se disponga de un mayor espacio para el diseño de la trayectoria, no siendo así para robots de menos de 6-GDL como los utilizados en el marco experimental de la presente tesis. Adicionalmente, la metodología indirecta presenta el inconveniente de que la acumulación de errores en los diferentes ensayos y etapas se propague, pudiendo presentarse resultados menos precisos en comparación con el método directo.

1.2.4. Procedimiento de Estimación

Luego de establecer el modelo dinámico del sistema mecánico en estudio y de diseñar el experimento, se procede a implementar la trayectoria en el robot. Durante el experimento se recolectan datos para ajustar el modelo a través de la estimación de los parámetros. El procedimiento de estimación puede realizarse simultáneamente durante el ensayo (en línea) o posterior al ensayo (fuera de línea). Los procedimientos fuera de línea son los más usados por el hecho de que son fáciles de implementar y no presentan limitaciones de tiempo de cómputo para la construcción de las ecuaciones del modelo dinámico. De los pocos autores que han empleado técnicas de estimación en línea para robots paralelos, se encuentra los trabajos de BHATTACHARYA ET AL. (1997) y RIEBE Y ULBRICH (2003). Por la complejidad asociada a la resolución del problema cinemático directo, necesaria para determinar las variables cinemáticas involucradas en la matriz de observación, en esta tesis se emplea la estimación fuera de línea. Es de resaltar que la mayoría de los trabajos orientados a la estimación de robots paralelos emplean procedimientos fuera de línea.

En la estimación fuera de línea se miden un número de datos (n_{ptos}) de la posición y fuerzas de los actuadores a un intervalo de tiempo específico (Δt). Luego se evalúa la ecuación 1.1 para cada instante medido i de la trayectoria, hasta construir el sistema expresado en la ecuación 1.2. La estimación de los parámetros se realiza por medio del sistema 1.2. La solución clásica es emplear las técnicas de Mínimos Cuadrados (MC). Si los modelos de fricción empleados son lineales, el modelo dinámico resulta lineal en parámetros, por lo que la solución del sistema se puede expresar como,

$$\vec{\Phi} = (\mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^T \vec{\tau} \quad (1.3)$$

donde $(\mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^T$ es la matriz pseudoinversa de la matriz \mathbf{W} . La estimación mediante MC asume que las fuerzas generalizadas presentan ruido del tipo gaussiano y que la desviación estándar de la medición es igual en todos los actuadores. En la práctica estas condiciones no son necesariamente satisfechas, sin embargo, por su simplicidad MC ha sido el método más frecuentemente usado (ATKESON ET AL., 1986,

CANUDAS DE WIT ET AL., 1996, GROTJAHN ET AL., 2001).

Pese a su simplicidad, la estimación mediante MC tiene la desventaja que los valores de los parámetros obtenidos pueden presentar desviaciones importantes respecto a su valor real. A fin de mejorar dicho inconveniente se ha optado por emplear Mínimos Cuadrados Ponderados (MCP) (GAUTIER Y POIGNET, 2001, KHALIL Y DOMBRE, 2002). Mediante este estimador la solución de los parámetros se puede expresar como,

$$\vec{\Phi}_{MCP} = \arg \min \left[\left(\vec{\tau} - \mathbf{W}\vec{\Phi} \right)^T \Sigma^{-1} \left(\vec{\tau} - \mathbf{W}\vec{\Phi} \right) \right] \quad (1.4)$$

siendo Σ^{-1} la matriz de ponderación. Si se considera la matriz de covarianzas de la medición de las fuerzas en los actuadores como factores de ponderación, el estimador MCP se denomina Estimador Markov. ABDELLATIF ET AL. (2005c) estiman los parámetros de un robot paralelo de 6-GDL donde se considera como factores de ponderación la inversa de la matriz de covarianza del ruido en la señal de las fuerzas medidas en los actuadores.

SWEVERS ET AL. (1997) proponen un enfoque basado en el Principio de Máxima Verosimilitud (PMV). Su implementación se propone ya que la literatura del área establece que dicho estimador es consistente, eficiente y que no presenta desviación a medida de que se incrementa el número de datos utilizados en la estimación. Sin embargo, en la práctica se asume que no hay presencia de ruido en las mediciones de la posición, velocidad y aceleración en los actuadores y que además, las fuerzas medidas presentan un ruido gaussiano con media igual a cero. Al asumir las anteriores consideraciones el PMV corresponde con la solución mediante MCP. Siendo los pesos de ponderación igual a la varianza estimada de las fuerzas medidas en los actuadores.

OLSEN Y PETERSEN (2001) implementan el estimador basado en el PMV considerando ruido en las variables de entrada de la matriz de observación, es decir, ruido en la posiciones, velocidades y aceleraciones del robot. El procedimiento es aplicado experimentalmente sobre un robot serial Mitsubishi PA-10. Los resultados indicaron que el PMV arroja resultados similares a los obtenidos mediante MCP. Los autores alegan que la similitud se debe al bajo nivel de ruido en la medición de la posición de los pares del robot en comparación con el nivel de ruido en el par aplicado a la junta. Un enfoque estadístico similar fue empleado en robot paralelos por ABDELLATIF ET AL. (2005a). Los resultados experimentales, desarrollados en un robot paralelo de 6-GDL, actuado mediante motores electromagnéticos, indican una ligera mejora utilizando el PMV. Según los autores, el PMV presenta una mejora en los resultados debido al considerable nivel de ruido obtenido experimentalmente en la medición de la posición de los actuadores. Entre otros métodos de estimación utilizados en la identificación de robots paralelos se encuentra el trabajo de POIGNET ET AL. (2003),

donde emplean un método de estimación basado en la restricción del error con el que se obtienen los parámetros. Los experimentos son realizados sobre un robot paralelo de 4-GDL.

En esta tesis, los experimentos para la implementación de la metodología propuesta, serán realizados sobre robot paralelos de 3-GDL. Debido al nivel de ruido estimado en los ensayos, el método de estimación utilizado es el basado en MCP. Los pesos de ponderación son seleccionados en función de la varianza de la medición de las fuerzas en los actuadores. Es de destacar que en el caso de que el modelo dinámico presente no linealidades en parámetros (fricción no lineal), se utilizaran algoritmos de programación secuencial cuadrática como los empleados por FARHAT ET AL. (2008).

1.2.5. Factibilidad Física

Un aspecto importante a considerar sobre la solución del conjunto de parámetros base identificados es la factibilidad física. La factibilidad del conjunto de parámetros base consiste en intentar obtener un conjunto de parámetros base con sentido físico. Una revisión de algunos trabajos publicados recientemente, y que conciernen a la identificación de parámetros, muestra que dicho aspecto resulta poco tratado y que no se ha considerado una estrategia clara acerca de este problema. Así por ejemplo, en el caso de robots paralelos este problema no fue en absoluto considerado en GUEGAN ET AL. (2003), aunque algunos de los parámetros base reportados no eran factibles desde el punto de vista físico. GROTHJAHN ET AL. (2004) reportan que uno de los parámetros base obtenido carece de sentido físico. Los autores argumentaron su pequeño valor y un efecto despreciable sobre el comportamiento dinámico de sistema mecánico. En el trabajo los autores eliminan dicho parámetro del modelo dinámico y proceden a la estimación del conjunto de parámetros base restante. Haciendo lo anterior constatan una reducción en el número de condición de la matriz de observación y diferencias entre las fuerzas estimadas y las medidas poco significativas.

Con el fin de verificar la factibilidad física de un conjunto de parámetros base obtenidos mediante identificación YOSHIDA Y KHALIL (2000) propusieron un método para juzgar cuando un conjunto de parámetros base es físicamente factible o no. Tal y como describen en su trabajo, si un conjunto de parámetros inerciales físicamente factibles puede ser obtenido a partir de un determinado conjunto de parámetros base, entonces se dice que este último es físicamente factible. Los autores proporcionaron un procedimiento para determinar si las combinaciones lineales de los valores de los parámetros base obtenidos mediante identificación son factibles. Sin embargo, dicha metodología depende fuertemente de la topología del sistema mecánico y no garantiza la solución, especialmente en los casos de robots con un número de grados de libertad

elevado o con estructuras complejas.

La factibilidad física ha sido considerada en la identificación de parámetros de robots seriales de una forma directa por MATA ET AL. (2005). Los autores incluyen las ecuaciones de factibilidad física propuestas por Yoshida y Khalil considerándolas como ecuaciones de restricción durante el proceso de optimización. Con esto, el problema de estimación de parámetros se transforma en un problema lineal con restricciones no lineales el cual puede ser resuelto mediante algoritmos de Programación Secuencial Cuadrática. La aplicación del procedimiento a un robot paralelo de 3-DOF fue realizada por FARHAT ET AL. (2008). Es de mencionar que si bien el procedimiento arroja resultados satisfactorios, es bien sabido que el procedimiento de optimización no lineal, como el empleado, depende de una forma considerable de una apropiada estimación inicial y la solución puede corresponder con mínimo local.

En esta tesis, se incluye el estudio de la factibilidad física del conjunto de parámetros base obtenidos. En la metodología propuesta la factibilidad física no se considera como restricción en el proceso de optimización, sino que más bien se utiliza para orientar el proceso de reducción del modelo dinámico (conjuntamente con los procedimientos estadísticos) hasta lograr un conjunto de parámetros físicamente factible.

1.2.6. Simplificación del Modelo

Eventualmente, el modelo dinámico expresado en parámetros base puede ser simplificado eliminando aquellos parámetros que presentan una contribución insignificante con respecto a las fuerzas generalizadas. Así mismo el modelo puede ser simplificado considerando la topología del robot. Por ejemplo en los robots paralelos completos cuyas *patas* son de geometría similares puede reducirse el tamaño del modelo si se considera que los parámetros inerciales de las barras son similares.

La reducción del modelo dinámico debido a la poca contribución en la dinámica de algunos parámetros ha sido tratada con anterioridad. PHAM Y GAUTIER (1991) denomina parámetros esenciales al subconjunto de los parámetros base obtenido tras eliminar aquellos parámetros que contribuyen de forma insignificante con la dinámica del robot. En el trabajo, los autores proponen dos procedimientos para la obtención de los parámetros esenciales, uno basado en la SVD y el segundo mediante la estimación por pasos. Este último parte del análisis de la desviación estándar con la cual se obtienen los parámetros y consiste en ir progresivamente estimando los parámetros de un modelo reducido. La reducción se realiza en cada paso a partir de los valores de desviación estándar asociados con los parámetros identificados. Así se van eliminando los de mayor desviación estándar. El modelo final se obtiene cuando el error de predicción entre dos modelos consecutivos se incrementa considerablemente. Como

regla práctica KHALIL Y DOMBRE (2002) sugieren eliminar aquellos parámetros con una desviación estándar 10 veces mayor al menor valor de la desviación estándar.

Una de las ventajas del conjunto de parámetros esenciales es el de obtener un modelo simplificado que mejora la estimación con respecto al ruido. Adicionalmente, contribuyen con la reducción del coste computacional en la resolución del modelo dinámico. Este último aspecto es importante siempre y cuando el conjunto esencial haya sido identificado de forma tal que su comportamiento dinámico sea tan cercano como sea posible al robot real.

Desde el punto de vista de la simulación dinámica SHOME ET AL. (1998) estudia la reducción del modelo por medio del análisis de valores singulares. El estudio lo realiza mediante la resolución del problema dinámico directo de un mecanismo espacial de cuatro barras. Para la estimación de los parámetros, en lugar de datos experimentales, los autores emplean un robot simulado elaborado en el programa multipropósito MSC-ADAMS. El hecho de que valores singulares de mayor valor contengan mayor información del sistema mecánico y los de menor valor sean progresivamente menos relevantes, es utilizado para la reducción. Se elimina la información de los valores singulares de menor valor.

Entre otros autores que han considerado la reducción del modelo, se encuentra el trabajo de ANTONELLI ET AL. (1999). En dicho trabajo, se propone un procedimiento general para la identificación de parámetros de robots seriales. Los autores proponen reducir luego de estudiar la contribución en la dinámica de los parámetros obtenidos. La contribución en la dinámica la evalúan mediante la siguiente expresión,

$$\tau_i = \sum_{j=1}^{n_{ptos}} \mathbf{W}_{(j,i)} \cdot \Phi_i \quad (1.5)$$

De esta manera, se consideran como parámetros de poca contribución en la dinámica aquellos cuya influencia sea menor a una holgura indicada $\tau_i < \tau_{max}$. Es evidente que en este procedimiento el nivel de reducción del modelo viene definido por el analista en función de una holgura definida. Por consiguiente, similar al procedimiento basado de la desviación estándar, el nivel de reducción depende del analista así como también de reglas prácticas.

De los pocos autores que han estudiado la posibilidad de reducir el modelo a partir de la factibilidad física se encuentra el trabajo de GROTHJAHN ET AL. (2004). Como se ha mencionado, en dicho trabajo los autores reducen uno de los parámetros de su modelo al observar que el valor obtenido es físicamente no factible. Se aprecia en la literatura del área que la consideración de la factibilidad física como procedimiento de reducción del modelo ha sido escasamente utilizada. Uno de los aspectos propuestos

en la metodología desarrollada en esta tesis, consiste en la inclusión de la factibilidad física en el proceso de simplificación y reducción del modelo. La reducción se realiza a partir del análisis estadístico de la certidumbre, con la cual se estiman los parámetros. La reducción finaliza cuando el conjunto de parámetros estimados del modelo reducido es físicamente factible.

1.3. Objetivos

El principal objetivo de la presente tesis es desarrollar una estrategia metodológica para la determinación del modelo paramétrico adecuado para la identificación de parámetros de robots paralelos. El desarrollo del modelo paramétrico se basará en las ecuaciones dinámicas del movimiento de sólidos rígidos utilizando el formulismo de Gibbs-Appell. Se establece la hipótesis de pares cinemáticos ideales. Entre los objetivos específicos se tienen:

- La metodología debe incluir la posibilidad de modelar los efectos dinámicos que puedan presentarse debido a la fricción en los pares del robot. Así mismo, se incluirá el modelado de los elementos activos (actuadores).
- La determinación del modelo apropiado se sustentará en la reducción del modelo a partir del análisis estadístico de la certidumbre con la cual se estiman los parámetros. Adicionalmente, se considerará la factibilidad física con la cual se estiman los parámetros del modelo.
- Como parte de la metodología y debido a la complejidad de las ecuaciones de robots paralelos, se propondrá un procedimiento para el diseño de la trayectoria ejecutada por el robot durante los experimentos. El procedimiento consistirá en un multicriterio que considera la disminución de la transmisión de los errores debido al ruido, así como también un criterio para incrementar la certidumbre con la cual se estiman los parámetros.
- Desarrollar la formulación del problema dinámico directo en función de los parámetros base y así extender el uso de los parámetros identificados al campo de la simulación dinámica de robots paralelos.
- La validación de la metodología se realizará sobre robots paralelos completos de 3-GDL. Se empleará un robot paralelo de configuración 3-RPS que se dispone y se proyectará un robot paralelo completo de configuración 3-PRS.

1.4. Organización de la Tesis

El contenido de la tesis viene presentado mediante la siguiente estructura.

En el Capítulo 2 se describen las ecuaciones empleadas para el desarrollo del modelado dinámico de robots paralelos. La dinámica de sólido rígido se obtiene a partir de las ecuaciones de Gibbs-Appell. Se presenta también una revisión de los modelos de fricción utilizados para la identificación de parámetros de robots. Además, se presenta el modelado de los elementos activos. La última parte del capítulo se dedica a la obtención del modelo en parámetros base, cuya aplicación se ejemplifica con un robot serial de 2-GDL.

En el Capítulo 3 se presenta una revisión de los procedimientos empleados en el diseño de los experimentos orientados a la identificación de parámetros. Se pondrá un criterio para el diseño de las trayectorias. La aplicación del procedimiento se lleva a cabo sobre dos robots paralelos de 3-GDL.

En el Capítulo 4 se presentan casos de estudios donde se evalúa la identificabilidad de los parámetros dinámicos en presencia de ruido en las variables medidas y debido a efectos no modelados. El estudio establece el marco experimental para el desarrollo de la estrategia de identificación de parámetros basada en un conjunto de parámetros significativos. La metodología propuesta se presenta en el Capítulo 5, conjuntamente con los resultados de su aplicación sobre robots reales.

Con el objeto de evaluar el desempeño de los parámetros identificados en la resolución del PDD, en el Capítulo 6 se reescribe el PDD en función del conjunto de parámetros base del modelo identificado. El desempeño del modelo identificado se contrasta con los valores obtenidos experimentalmente.

Finalmente, en el Capítulo 7, se presentan las conclusiones más relevantes y las líneas de desarrollo para futuros trabajos.

Capítulo 2

Modelado de Robots Paralelos

En este capítulo, se describe el desarrollo del modelo dinámico empleado en la identificación de parámetros de robots paralelos. La dinámica incluye el modelado de los sólidos rígidos y la fricción en los pares o juntas que constituyen al robot. Se incluye adicionalmente el modelado del sistema de actuación del robot, tales como motores y/o trenes de engranes (elementos activos). El objetivo es reescribir la ecuación del movimiento de modo que el sistema quede de forma lineal respecto a los parámetros a identificar, tal como ha sido obtenido para la identificación de parámetros de robots seriales en los trabajos de KOZLOWSKI (1998), KHALIL Y DOMBRE (2002) y MATA ET AL. (2005), por mencionar solo algunos.

Previo al planteamiento del modelo dinámico, se describe inicialmente el procedimiento para la resolución del problema cinemático de robots paralelos. Particular atención se presta a los robots paralelos constituidos por tres *patas* o cadenas abiertas (robots paralelos completos de 3-GDL), esto debido a que el marco experimental de la presente tesis se realizan sobre dos tipos de robot 3-GDL.

Luego de definir la cinemática, se aborda el problema dinámico. Se modela el robot paralelo considerándolo como un sistema mecánico constituido por varias cadenas abiertas, obtenidas luego de separar el robot en uno o varios de sus pares. De esta forma, el modelo dinámico incluye la dinámica de las cadenas abiertas, obtenidas por la separación, conjuntamente con las ecuaciones de restricción debido a la separaciones realizadas. Este procedimiento permite modelar las diversas cadenas abiertas mediante una formulación desarrollada a partir de las ecuaciones Gibbs-Appell (MATA ET AL., 2005). La inclusión posterior de las ecuaciones de restricción debido a la separaciones

realizadas permite extender dichas formulaciones al caso de robot paralelos (MATA ET AL., 2008).

Una vez desarrolladas las ecuaciones de dinámica de sólido rígido, se presentan los diversos modelos de fricción que han sido empleados para la identificación de parámetros, tanto de robots seriales, como de robots paralelos. Los modelos de fricción empleados no se limitan exclusivamente a modelos lineales, sino que además se presentan modelos no lineales de fricción. Finalmente, se considera el modelado de los elementos activos.

Es de destacar que cuando el modelo dinámico es lineal, con respecto a los parámetros a identificar, no todos los parámetros influyen en el comportamiento dinámico del sistema robótico y algunos de ellos se puede agrupar hasta formar combinaciones lineales. Es por esto que al final del capítulo se presenta la obtención del modelo dinámico en parámetros mínimos o “*parámetros base*”. Para su obtención se presenta un procedimiento numérico basado en la Descomposición de Valores Singulares (SVD).

2.1. Modelado cinemático de robots paralelos

El análisis cinemático tiene por objetivo determinar el movimiento (posición, velocidad y aceleración) de cada uno de los elementos que conforman el sistema mecánico, en función de las coordenadas generalizadas empleadas para el modelado del sistema. Así pues, es necesario definir las coordenadas generalizadas que serán consideradas para la modelización del robot.

2.1.1. Sistemas de coordenadas

Un sistema mecánico puede ser visto como una serie de cuerpos o barras conectadas mediante pares hasta formar una o varias cadenas. Particularmente los robots paralelos están conformados por cadenas cerradas. El sistema de coordenada se puede definir a partir de la forma en que van unidas las partes del robot, por lo general pares inferiores (revolución, prismáticos, cilíndricos y esféricos). Las coordenadas de nudo son las coordenadas generalizadas empleadas en esta tesis para el modelado de robots paralelos. En este sentido, se utilizará la notación de Denavit-Hartenberg (D-H) modificada (KHALIL Y KLEINFINGER, 1986) de modo que la posición de una barra (i) del robot queda definida de forma relativa con respecto a la barra adyacente anterior ($i - 1$) a través de cuatro parámetros. Es importante mencionar que en la formulación cinemática y dinámica empleada en esta tesis, como se ha mencionado, se consideran pares ideales sin juego o deslizamientos.

En la Figura 2.1 se representa la asignación de los parámetros D-H a saber: θ_i , α_i , d_i y a_i . Estos definen respectivamente la orientación y posición de los sistemas de referencia de dos barras adyacentes ($i - 1$ e i) unidas mediante pares de revolución o prismáticos. El subíndice i indica que los parámetros están referidos a la barra i . Los parámetros D-H dependen de la apropiada localización de los sistemas coordenados en los pares del robots.

Utilizando este tipo de coordenadas, la posición y orientación relativa entre dos barras es función del tipo de par. Estas coordenadas son las empleadas aquí como coordenadas generalizadas y se denominan q_i . En la Figura 2.1 q_i define la coordenada generalizada de un par de revolución i . Empleando la notación D-H la posición del sistema coordenado O_i con respecto a O_{i-1} (ver Figura 2.1), la matriz de rotación ${}^{i-1}\mathbf{R}_i$, así como también las relaciones que determinan la velocidad y aceleración angular y lineal de un barra en función de la velocidad y la aceleración de la barra adyacente anterior, pueden ser determinadas. Lo anterior ha sido ampliamente tratado y se puede consultar de forma detallada en los libros de texto (CRAIG, 2005, KHALIL Y DOMBRE, 2002).

Es de resaltar que la modelización mediante la notación D-H no se limita a pares prismáticos o de revolución. Los pares cilíndricos y esféricos pueden ser vistos como una combinación de pares prismáticos y/o de revolución por lo que su modelado se realiza mediante un sistema equivalente conformado por una serie de pares prismáticos o de revolución conforme el caso. Los robots paralelos generalmente incorporan pares esféricos por lo cual se indica seguidamente la forma de modelar este tipo de par.

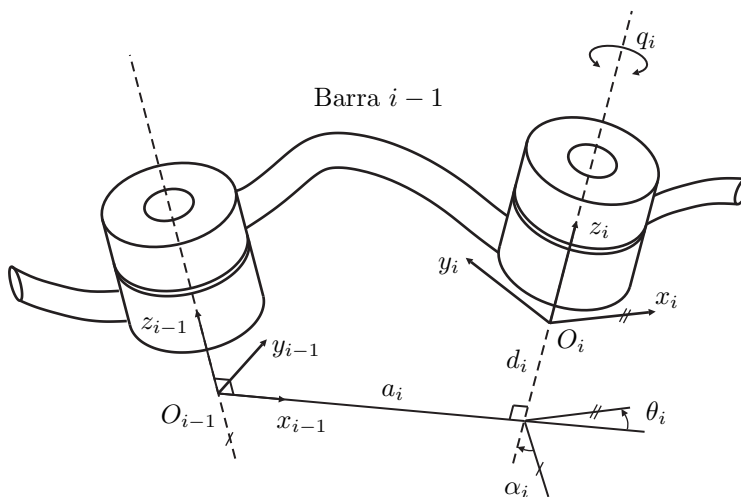


Figura 2.1: Notación D-H modificada para la asignación de los sistemas de referencia.

La Figura 2.2 (parte izquierda) muestra una representación pictórica de un par esférico. Este tipo de par se modela como un sistema equivalente conformado por tres pares de revolución consecutivos con ejes de rotación perpendiculares entre sí y que se intersecan en un mismo punto. De este modo, la notación D-H se aplica a cada par cinemático. En el sistema equivalente se considera que los dos primeros ejes presentan masas ficticias. Al tercer eje de rotación se le asignan las propiedades inerciales del eslabón superior unido mediante este par. Las direcciones de los ejes de rotación de los pares de revolución, que sustituyen a un par esférico, se seleccionan del modo indicado en la Figura 2.2 (parte derecha).

Por consiguiente, la matriz de rotación que define la orientación relativa entre los sistemas de referencia ligados al cuerpo $i - 1$ e i , unidos mediante el par esférico, se obtiene a partir de la multiplicación de las matrices de rotación correspondientes a los giros de los ejes ficticios. Debido a que el tercer sistema de referencia corresponde al cuerpo i , la matriz de rotación en el par esférico viene dada mediante la siguiente expresión,

$${}^{i-1}\mathbf{R}_i = {}^{i-1}\mathbf{R}_I {}^I\mathbf{R}_{II} {}^{II}\mathbf{R}_i \quad (2.1)$$

Como se ha mencionado, la aplicación de la metodología para la identificación de parámetros, se implementará experimentalmente sobre dos robot paralelos de 3-GDL. Estos robots están compuestos por una plataforma móvil unida a una plataforma base mediante tres *patas*. Un estudio comparativo entre las características del espacio de trabajo manipulable de robots de 3-GDL puede consultarse en (POND Y CARRETERO, 2007). En esta tesis se emplean en los experimentos dos tipos de robot paralelos, uno de configuración 3-RPS que se dispone de trabajos previos (FARHAT, 2006). El segundo, un robot paralelo de configuración 3-PRS, donde es de resaltar que el men-

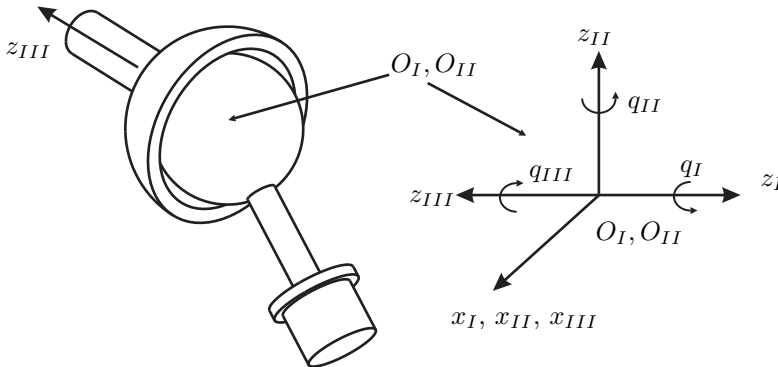


Figura 2.2: Modelado de los pares esféricos

cionado robot fue desarrollado y proyectado en el marco experimental de la presente tesis. A fin de verificar los modelos desarrollados, adicionalmente, se emplearan modelos virtuales (MSC-ADAMS) de los robots reales 3-PRS y 3-RPS. La representación esquemática del robot 3-PRS se aprecia en la Figura 2.3. Se asume que los centros de los pares esféricos se localizan en el mismo plano. De igual forma, se asume que los pares de revolución se localizan en el mismo plano de la base. Este robot puede ser modelado empleando 9 coordenadas generalizadas (secundarias e independientes). Los parámetros D-H que definen la posición del robot se indican en la Tabla 2.1. Es de resaltar que la barra adyacente anterior, a la barra 6, es la plataforma base, al igual que la barra 8. Los respectivos sistemas coordenados asociados a las coordenadas generalizadas se indican en la Figura 2.4.

El sistema de referencia global (x_0, y_0, x_0) se puede colocar a conveniencia. En el caso en estudio, se ubicó en el punto A_1 (Figura 2.4). Para la determinación de los sistemas coordenados 6 y 8, con respecto al sistema de coordenadas global, deben considerarse las distancias $\vec{r}_{A_1A_2}$ y $\vec{r}_{A_1A_3}$ respectivamente. En el Anexo A se incluyen las dimensiones significativas empleadas en el modelado cinemático y dinámico del robot. Se incluye además, una breve descripción de su diseño. Una vez definidas las coordenadas generalizadas empleadas en este trabajo, en el siguiente apartado se presenta la resolución del problema cinemático de este tipo de robots.

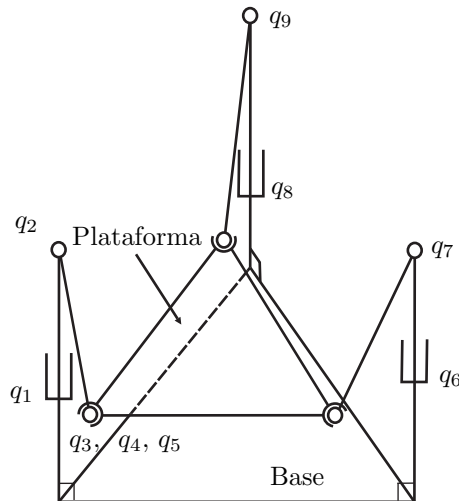


Figura 2.3: Definición de las coordenadas generalizadas para el robot paralelo de 3-GDL y configuración PRS

Tabla 2.1: Parámetros D-H correspondientes al robot 3-PRS

i	d_i	a_i	θ_i	α_i
1	q_1	0	$\pi/6$	0
2	0	0	q_2	$\pi/2$
3	0	l_a	q_3	0
4	0	0	q_4	$\pi/2$
5	0	0	q_5	$\pi/2$
6	q_6	0	$5 \pi/6$	0
7	0	0	q_7	$\pi/2$
8	q_8	0	$-\pi/2$	0
9	0	0	q_9	$\pi/2$

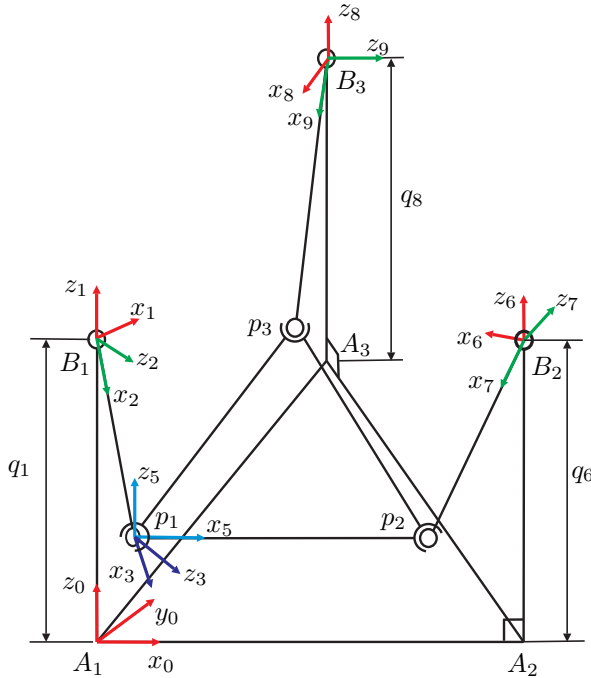


Figura 2.4: Ubicación de los sistemas de referencia asociados a las coordenadas generalizadas del robots paralelo 3-PRS

2.1.2. Cinemática inversa y directa

Se ha mencionado que en este capítulo se emplean las coordenadas de nudo para determinar la cinemática de los robot paralelos. Este tipo de coordenadas han si-

do empleadas también para la identificación de parámetros dinámicos de un robot paralelo de 3-GDL con actuadores deslizantes ubicados en configuración ortogonal (GUEGAN ET AL., 2003) y en un robot PHANToM de 3-GDL (TAHMASEBI ET AL., 2005). Además han sido empleadas en la identificación de robots de 4-GDL: H4 (RENAUD ET AL., 2006, VIVAS ET AL., 2003) y en un Par4 (NABAT ET AL., 2006). Sin embargo, es de destacar que en el campo de identificación de los parámetros dinámicos de robots paralelos, no son las únicas coordenadas que han sido empleadas. Las coordenadas referidas al elemento terminal han sido utilizadas en la identificación de parámetros de un tipo de robot paralelo de 6-GDL (PaLiDa) (ABDELLATIF ET AL., 2005c, 2008).

En la identificación de los parámetros dinámicos se debe conocer la cinemática del robot. La obtención de las variables cinemáticas puede realizarse mediante la solución del problema cinemático inverso, cuando se empleen las coordenadas del elemento terminal, o en el caso de utilizar coordenadas de nudo, será necesario resolver el problema cinemático directo. La resolución del problema cinemático de robots paralelos constituye en si mismo un área de investigación en el campo de la robótica. La resolución del problema cinemático inverso y directo de varios tipos de robots paralelos ha sido planteado en libros texto (MERLET, 2000, TSAI, 1999). Los robots empleados en el marco experimental de la presente tesis han sido objeto de estudios recientemente. La solución detallada de la cinemática directa del robot 3-RPS ha sido abordada en FARHAT (2006), GALLARDO-ALVARADO ET AL. (2007) y por GALLARDO ET AL. (2008). La cinemática inversa por SOKOLOV Y XIROUCHAKIS (2005). Para el robot 3-PRS, la solución detallada de la cinemática directa e inversa puede consultarse en LI Y XU (2007).

Es de mencionar que la selección de las coordenadas de nudo en el apartado anterior no ha sido arbitraria. Su empleo se justifica en virtud de que la trayectoria utilizada durante los experimentos se determina con respecto al movimiento de los actuadores (coordenadas generalizadas independientes). La trayectoria es diseñada de tal manera que se reduzca la transmisión de los errores de medición y efectos dinámicos no modelados. La planificación de trayectorias se puede realizar sobre el espacio cartesiano del elemento terminal o en el espacio de nudos. En el caso de los robots considerados, la resolución del problema cinemático inverso se puede obtener de forma explícita tanto para el 3-RPS (SOKOLOV Y XIROUCHAKIS, 2005), como para el robot 3-PRS (LI Y XU, 2007). No obstante, cuando se trabaja en coordenadas de nudo, la solución del problema cinemático directo es más compleja. Ahora bien, si se realiza la optimización de trayectorias a partir de las coordenadas generalizadas activas, correspondientes a los pares prismáticos (caso de los robots estudiados), se

observan ventajas, no solo a la hora de planificar el control del robot paralelo, sino cuando se imponen restricciones destinadas a evitar que el robot adopte configuraciones singulares. Así mismo, estas coordenadas permiten incluir de forma directa las restricciones para mantener a los actuadores dentro de los límites del espacio de trabajo y del rango de velocidades de operación. Por consiguiente, se emplean en este trabajo las coordenadas de nudo. El procedimiento se ejemplifica mediante la solución de la cinemática directa de un robot de configuración 3-PRS.

2.1.3. Formulación de la cinemática directa

El robot paralelo puede ser modelado considerándolo como una serie de cadenas abiertas restringidas en uno o más puntos. Por lo general, las coordenadas generalizadas independientes coinciden con los pares actuados y por tanto son conocidas, siendo las coordenadas generalizadas secundarias los pares pasivos. Si se emplean n coordenadas generalizadas, con n_i coordenadas generalizadas independientes y n_d coordenadas secundarias, para resolver el problema cinemático se requieren m ecuaciones de restricción de forma tal que $GDL = n - m$. Donde GDL son los grados de libertad del sistema. El problema de posición viene dado por un conjunto de ecuaciones no lineales,

$$f(q_1, q_2, \dots, q_n) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.2)$$

Por otro lado, las relaciones entre las velocidades secundarias e independientes son lineales, al igual que la relación entre las aceleraciones generalizadas. Se presenta a continuación la forma de obtener las ecuaciones de restricción mediante la resolución de la cinemática de un robot paralelo 3-PRS.

Posición

El problema de posición puede ser resuelto empleando las ecuaciones de lazo vectorial (TSAI, 1999). Sin embargo, si se toman en cuenta algunas características del robot paralelo en estudio, las ecuaciones que resuelven el problema de posición se obtienen de una forma más directa. Considérese de nuevo el robot paralelo 3-PRS mostrado en la Figura 2.4. Partiendo de la hipótesis de sólido rígido y pares ideales, se tiene que la distancia entre los pares esféricos debe mantenerse constante. De esta manera, la norma del vector $\vec{r}_{p_1 p_2}$ es constante e igual a l . Adicionalmente, el vector $\vec{r}_{p_1 p_2}$ se puede determinar mediante la resta de los vectores $(\vec{r}_{A_1 B_1} + \vec{r}_{B_1 p_1})$ y $(\vec{r}_{A_1 A_2} + \vec{r}_{A_2 B_2} + \vec{r}_{B_2 p_1})$. Así, igualando la norma de ambos vectores se puede obtener una ecuación de restricción. Lo anterior puede aplicarse también con respecto

al vector $\vec{r}_{p_1 p_3}$ y $\vec{r}_{p_2 p_3}$. De esta manera, se llega al conjunto de ecuaciones 2.3. Este conjunto incluye las coordenadas generalizadas q_1 , q_2 , q_6 , q_7 , q_8 , y q_9 . Este sistema no lineal puede ser resuelto para tres incógnitas.

$$\begin{aligned} \|\vec{r}_{A_1 B_1} + \vec{r}_{B_1 p_1} - (\vec{r}_{A_1 A_2} + \vec{r}_{A_2 B_2} + \vec{r}_{B_2 p_2})\| &= l \\ \|\vec{r}_{A_1 B_1} + \vec{r}_{B_1 p_1} - (\vec{r}_{A_1 A_3} + \vec{r}_{A_3 B_3} + \vec{r}_{B_3 p_3})\| &= l \\ \|(\vec{r}_{A_1 A_3} + \vec{r}_{A_3 B_3} + \vec{r}_{B_3 p_3}) - (\vec{r}_{A_1 A_2} + \vec{r}_{A_2 B_2} + \vec{r}_{B_2 p_2})\| &= l \end{aligned} \quad (2.3)$$

Si los actuadores se ubican en los pares prismáticos, q_1 , q_6 y q_8 son las coordenadas generalizadas independientes. La resolución del sistema de ecuaciones 2.3 para q_2 , q_7 y q_9 ha sido abordada de forma numérica empleando métodos de optimización y también de forma explícita mediante métodos de eliminación (TSAI ET AL., 2003). Utilizando los métodos de eliminación se puede obtener un conjunto de 64 posibles soluciones. Si bien, este método constituye una forma elegante de resolver el conjunto de ecuaciones, su aplicación requiere de un procedimiento que permita seleccionar la solución adecuada. Por otro lado, a pesar de que la solución no lineal es un proceso iterativo, el procedimiento converge siempre y cuando se disponga de una buena estimación inicial (TSAI ET AL., 2003) y que el robot no este cerca de una configuración singular. Por lo anterior se opta en este trabajo por una solución numérica basada el método de Newton-Raphson.

Luego de determinar las coordenadas q_2 , q_7 y q_9 , la matriz de rotación de la plataforma móvil con respecto a la base se determina a través de las coordenadas de los puntos p_1 , p_2 y p_3 . A partir de la matriz de rotación de la plataforma móvil se pueden obtener las restantes coordenadas secundarias q_3 , q_4 y q_5 .

Velocidad

Si se deriva la ecuación 2.2 se obtiene un sistema de ecuaciones lineales que definen las ecuaciones de restricciones a nivel de velocidades,

$$\mathbf{A}(\vec{q}) \dot{\vec{q}}(t) = \vec{0} \quad (2.4)$$

siendo \mathbf{A} la matriz Jacobiana, de las ecuaciones de restricción, con respecto a las coordenadas generalizadas \vec{q} y de dimensiones $m \times n$, además, $\dot{\vec{q}}$ es el vector de velocidades generalizadas.

La matriz Jacobiana puede obtenerse derivando el sistema 2.2. Sin embargo, como es sabido, este procedimiento no resulta muy eficiente. Una forma de obtener esta matriz de un modo recursivo resulta de las ecuaciones de compatibilidad de velocidades;

esto es, cualquier sistema de referencia en un robot paralelo tiene las mismas velocidades lineales y angulares, si estas se calculan siguiendo cualquier camino sobre barras y pares del propio robot, ver la Figura 2.5. Si se considera la velocidad de un punto cualquiera p preferiblemente en los pares de la plataforma, Por estar constituido el robot paralelo por cadenas cerradas, la velocidad de dicho punto puede ser obtenida mediante las relaciones recursivas aplicadas a las barras adyacentes anteriores de un lado del punto analizado (*rama k*). De igual manera, la velocidad de punto p puede ser obtenida mediante las velocidades de las barras adyacentes anteriores correspondientes al otro lado del punto estudiado (*rama $k + 1$*). Así, la velocidades obtenidas siguiendo ambas *ramas* deben ser igual. Por consiguiente, la ecuación de restricción a nivel de velocidad puede verse como,

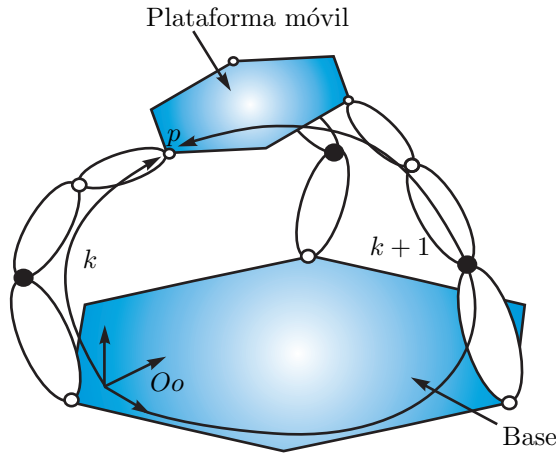


Figura 2.5: Ecuaciones de compatibilidad

$$\begin{bmatrix} p\vec{\psi}_i^k & p\psi_{i-1}^k & \dots & p\psi_1^k & -p\psi_i^{k+1} & -p\psi_{i-1}^{k+1} & \dots & -p\psi_1^{k+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_i^k \\ \dot{q}_{i-1}^k \\ \vdots \\ \dot{q}_1^k \\ \dot{q}_i^{k+1} \\ \dot{q}_{i-1}^{k+1} \\ \vdots \\ \dot{q}_1^{k+1} \end{bmatrix} = \vec{0}_{6 \times 1} \quad (2.5)$$

siendo,

$${}^p\psi_i^k = \begin{cases} \begin{bmatrix} {}^p\vec{z}_i^k \times {}^p\vec{r}_{O_i O_p}^k \\ {}^p\vec{z}_i^k \end{bmatrix} & \text{si el nudo } (i) \text{ es R} \\ \begin{bmatrix} {}^p\vec{z}_i^k \\ \vec{0} \end{bmatrix} & \text{si el nudo } (i) \text{ es P} \end{cases} \quad (2.6)$$

donde, ${}^p\vec{r}_{O_i O_p}^k$ es el vector de O_i^k a O_p^k expresado en p y ${}^p\vec{z}_i^k$ es un vector unitario en la dirección del eje z del sistema de referencia unido al cuerpo i expresado respecto al sistema de referencia p , Así, ${}^i\vec{z}_i^k = [0 \ 0 \ 1]^T$.

Aplicando la ecuación 2.5 a diferentes *ramas* del robot se obtienen las ecuaciones de velocidad.

Aceleración

Si se toma la segunda derivada de la ecuación 2.2 con respecto al tiempo se obtiene la ecuación de restricciones a nivel de aceleraciones,

$$-\vec{b} + \mathbf{A}(\vec{q})\ddot{\vec{q}} = 0 \quad (2.7)$$

donde $\ddot{\vec{q}}$ es el vector que contiene las aceleraciones generalizadas y \vec{b} un vector que agrupa términos que no dependen de las aceleraciones.

Nuevamente se indica que no resulta práctico construir la ecuación 2.7 derivando la ecuación 2.2. Para construir las ecuaciones de aceleración de una forma más eficiente, se consideran las aceleraciones lineales y angulares del sistema de referencia de un punto p de la plataforma, expresadas en el mismo sistema de referencia y calculadas siguiendo ambas *ramas*. De esta forma se tiene,

$$\mathbf{A}(\vec{q})\ddot{\vec{q}} = \vec{b}^{k+1} - \vec{b}^k \quad (2.8)$$

donde \vec{b}^k y \vec{b}^{k+1} pueden obtenerse modificando los procedimientos recursivos para la determinación de las aceleraciones de cadenas abiertas (ANGELES, 2003). Las expresiones para determinar estos vectores viene dadas seguidamente,

$$\vec{b}^k = \begin{bmatrix} {}^i\ddot{r}_i^{k*} + {}^i\vec{\omega}_i^k \times \left({}^i\vec{\omega}_i^k \times {}^i\vec{r}_{O_i^k p} \right) + {}^i\dot{\vec{\omega}}_i^{k*} \times {}^i\vec{r}_{O_i^k p} \\ {}^i\dot{\vec{\omega}}_i^{k*} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

siendo,

$$\begin{aligned}
{}^i\dot{\vec{\omega}}_i^{k*} &= {}^i\mathbf{R}_{i-1}^k {}^{i-1}\dot{\vec{\omega}}_{i-1}^{k*} + \left({}^i\mathbf{R}_{i-1}^k {}^{i-1}\vec{\omega}_{i-1}^k \times \left({}^i\vec{z}_i^k \dot{q}_i^k \right) \right) \rho_i^k \\
{}^i\ddot{\vec{r}}_{O_i}^{k*} &= {}^i\mathbf{R}_{i-1}^k \left({}^{i-1}\ddot{\vec{r}}_{O_{i-1}}^{k*} + {}^{i-1}\vec{\omega}_{i-1}^k \times \left({}^{i-1}\vec{\omega}_{i-1}^k \times {}^{i-1}\vec{r}_{O_{i-1}O_i}^k \right) + \right. \\
&\quad \left. {}^{i-1}\dot{\vec{\omega}}_{i-1}^{k*} \times {}^{i-1}\vec{r}_{O_{i-1}O_i}^k \right) + 2(1 - \rho_i^k) \left({}^i\vec{\omega}_i^k \times {}^i\vec{z}_i^k \dot{q}_i^k \right)
\end{aligned} \tag{2.10}$$

donde, ${}^i\dot{\vec{\omega}}_i^{k*}$ y ${}^i\ddot{\vec{r}}_{O_i}^{k*}$ denotan los términos de las aceleraciones angular y lineal que quedan después de anular las aceleraciones generalizadas.

2.2. Modelo Dinámico de Sólido Rígido

El modelo dinámico de robots paralelos incluye la dinámica de sólido rígido, las fuerzas debido a la fricción y a la dinámica de los elementos activos. En este apartado se presentan las ecuaciones del movimiento debido a la dinámica de sólido rígido.

A partir de las ecuaciones de Gibbs-Appell se puede demostrar (PROVENZANO, 2001) que la dinámica de un robot constituido por n sólidos rígidos puede determinarse mediante la siguiente expresión,

$$\begin{aligned}
\tau_{k,rb} = \sum_{i=1}^n \left\{ {}^i\dot{\vec{\omega}}_i^{T i} \mathbf{I}_{G_i} \frac{\partial {}^i\dot{\vec{\omega}}_i}{\partial \dot{q}_k} + \left(\frac{\partial {}^i\dot{\vec{\omega}}_i}{\partial \dot{q}_k} \right)^T [{}^i\vec{\omega}_i \times ({}^i\mathbf{I}_{G_i} {}^i\vec{\omega}_i)] + \right. \\
\left. \left(\frac{\partial {}^i\ddot{\vec{r}}_{G_i}}{\partial \dot{q}_k} \right)^T m_i {}^i\ddot{\vec{r}}_{G_i} \right\}
\end{aligned} \tag{2.11}$$

donde m_i representa la masa del cuerpo i e ${}^i\mathbf{I}_{G_i}$ es el tensor de inercia de la barra i con respecto al eje centroidal de la barra expresado en el sistema coordenado i . El vector ${}^i\dot{\vec{\omega}}_i$ representa la velocidad angular de la barra i expresada en el sistema de referencia i . Ahora bien,

$$\frac{\partial {}^i\ddot{\vec{r}}_{G_i}}{\partial \dot{q}_k} = \frac{\partial {}^i\ddot{\vec{r}}_{O_i}}{\partial \dot{q}_k} + \frac{\partial {}^i\dot{\vec{\omega}}_i}{\partial \dot{q}_k} \times {}^i\vec{r}_{O_i,G_i} \tag{2.12}$$

siendo ${}^i\vec{r}_{O_i,G_i}$ el vector posición entre el sistema coordenado i y el centro de gravedad de la barra i . ${}^i\ddot{\vec{r}}_{O_i}$ es la aceleración lineal del sistema coordenado i . Sustituyendo 2.12 en 2.11 se obtiene,

$$\tau_{k,rb} = \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{aligned} & i \dot{\vec{\omega}}_i^T {}^i \mathbf{I}_{G_i} \frac{\partial^i \dot{\vec{\omega}}_i}{\partial \dot{q}_k} + \left(\frac{\partial^i \dot{\vec{\omega}}_i}{\partial \dot{q}_k} \right)^T [{}^i \vec{\omega}_i \times ({}^i \mathbf{I}_{G_i} {}^i \vec{\omega}_i)] + \\ & \left(\frac{\partial^i \ddot{\vec{r}}_{O_i}}{\partial \dot{q}_k} + \frac{\partial^i \dot{\vec{\omega}}_i}{\partial \dot{q}_k} \times {}^i \vec{r}_{O_i, G_i} \right)^T m_i {}^i \ddot{\vec{r}}_{G_i} \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

Reagrupando los términos correspondientes a las derivadas de la aceleración angular y lineal respecto a las aceleraciones generalizadas se obtiene,

$$\tau_{k,rb} = \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial^i \dot{\vec{\omega}}_i^T}{\partial \dot{q}_k} \left({}^i \dot{\vec{\omega}}_i^T {}^i \mathbf{I}_{G_i} + {}^i \dot{\vec{\omega}}_i \times {}^i \mathbf{I}_{G_i} {}^i \dot{\vec{\omega}}_i + m_i {}^i \vec{r}_{O_i, G_i} \times \ddot{\vec{r}}_{G_i} \right)^T + \\ & \left(\frac{\partial^i \ddot{\vec{r}}_{O_i}}{\partial \dot{q}_k} \right)^T m_i \ddot{\vec{r}}_{G_i} \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

La ecuación 2.14 constituye el punto de partida para expresar el modelo dinámico de forma lineal con respecto a los parámetros dinámicos. Con este fin, es necesario determinar las derivadas parciales de las aceleraciones lineales y angulares con respecto a las aceleraciones generalizadas. Para el caso de cadenas abiertas estas relaciones han sido desarrolladas, demostrándose en BENIMELI (2005), que se pueden determinar de forma recursiva mediante la siguiente expresión,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^i \dot{\vec{\omega}}_i}{\partial \dot{q}_k} &= [0 \ 0 \ 0]^T, & i < k \\ \frac{\partial^i \dot{\vec{\omega}}_i}{\partial \dot{q}_k} &= {}^i \mathbf{R}_{i-1}^{i-1} \mathbf{R}_{i-2} \cdots {}^{k-1} \mathbf{R}_k \frac{\partial^k \dot{\vec{\omega}}_k}{\partial \dot{q}_k}, & i > k \\ \frac{\partial^i \dot{\vec{\omega}}_i}{\partial \dot{q}_k} &= {}^i \vec{z}_i, & i = k \end{aligned} \quad (2.15)$$

y

$$\begin{aligned} \frac{\partial^i \ddot{\vec{r}}_{O_i}}{\partial \dot{q}_k} &= [0 \ 0 \ 0]^T & i \leq k \\ \frac{\partial^i \ddot{\vec{r}}_{O_i}}{\partial \dot{q}_k} &= {}^i \mathbf{R}_{i-1} \left(\frac{\partial^{i-1} \ddot{\vec{r}}_{O_{i-1}}}{\partial \dot{q}_k} + \frac{\partial^{i-1} \dot{\vec{\omega}}_{i-1}}{\partial \dot{q}_k} \times {}^{i-1} \vec{r}_{O_{i-1}, O_i} \right), & i > k \end{aligned} \quad (2.16)$$

Si se emplean las relaciones 2.15 y 2.16 e introduciendo operadores vectoriales (ATKESON ET AL., 1986) el modelo dinámico se puede reescribir de forma lineal respecto

a los parámetros inerciales. El modelo lineal obtenido por presentar recursividad ha permitido desarrollar algoritmos para obtener el modelo de una forma eficiente (MATA ET AL., 2005). El modelo lineal se puede expresar de forma,

$$\vec{r}_{k,rb}^a = \begin{cases} {}^k z_k^T \sum_{i=k}^n {}^k \mathbf{R}_i \left[{}^i \hat{\eta}_i {}^i \vec{I}_i + ({}^i \tilde{r}_{O_k O_i} {}^i \tilde{\eta}_i - {}^i \ddot{r}_{O_i}) m_i {}^i \vec{r}_{O_i G_i} + \right. & k : \text{R} \\ \left. {}^i \tilde{r}_{O_k O_i} {}^i \ddot{r}_{O_i} m_i \right] & \\ {}^k z_k^T \sum_{i=k}^n {}^k \mathbf{R}_i \left(m_i {}^i \ddot{r}_{O_i} + {}^i \tilde{\eta}_i m_i {}^i \vec{r}_{O_i G_i} \right) & k : \text{P} \end{cases} \quad (2.17)$$

donde ${}^i \hat{\eta}_i = ({}^i \dot{\omega}_i + {}^i \tilde{\omega}_i {}^i \dot{\omega}_i)$ y ${}^i \tilde{\eta}_i = ({}^i \tilde{\omega}_i {}^i \tilde{\omega}_i + {}^i \dot{\omega}_i)$.

En la ecuación \tilde{a} , el tensor antisimétrico, y \hat{a} se definen,

$$\tilde{a} = \begin{pmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{a} = \begin{pmatrix} a_x & a_y & a_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_x & 0 & a_y & a_z & 0 \\ 0 & 0 & a_x & 0 & a_y & a_z \end{pmatrix}$$

En la ecuación (2.17) ${}^i \tilde{r}_{O_k O_i}$ define la posición entre los sistemas de referencia k e i medido respecto al sistema coordenado i . Las letras P y R indican la aplicación de la ecuación para un par prismático o de revolución respectivamente. El vector ${}^i \vec{I}_i$ agrupa los parámetros del tensor de inercial de la barra i expresado en el sistema coordenado de nudo, $[I_{xx_i} \ I_{xy_i} \ I_{xz_i} \ I_{yy_i} \ I_{yz_i} \ I_{zz_i}]^T$. El vector $m_i {}^i \vec{r}_{O_i G_i}$ representa el primer momento de masa respecto al sistema coordenado del nudo i , $[mx_i \ my_i \ mz_i]^T$. Por último, m_i representa la masa de la barra. La ecuación (2.17) puede escribirse de forma matricial como se indica a continuación,

$$\vec{r}_{rb}^a = \mathbf{K}^a \left(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}} \right) \vec{\Phi}_{rb} \quad (2.18)$$

siendo \mathbf{K}^a la matriz de observación del sistema para una configuración cualquiera del robot. Esta matriz depende de las coordenadas generalizadas y sus derivadas temporales. El vector $\vec{\Phi}_{rb}$ agrupa los parámetros inerciales. En la ecuación, el superíndice a indica que la misma es válida para una cadena abierta.

La dinámica de robots constituidos por cadenas cerradas puede obtenerse separando el robot en uno o más de sus pares hasta formar una serie de cadenas abiertas. El modelo dinámico se completa al incluir las ecuaciones de restricción debidas a

las separaciones realizadas (JALÓN Y BAYO, 1994). La ecuación 2.18 puede entonces aplicarse a cada una de las cadenas abiertas obtenidas. Luego, las ecuaciones de restricción que representan la unión en los pares separados puede introducirse en el modelo dinámico mediante los Multiplicadores de Lagrange de la forma,

$$\vec{\tau}_{rb}^c = \mathbf{K}^a \left(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}} \right) \vec{\Phi}_{rb} + \mathbf{A}(\vec{q})^T \vec{\lambda} \quad (2.19)$$

donde \mathbf{A} es la matriz Jacobiana de las ecuaciones de restricción respecto a las coordenadas generalizadas y $\vec{\lambda}$ es el vector de Multiplicadores de Lagrange. Separando la ecuación 2.19 en sus coordenadas secundarias d e independientes i se tiene,

$$\vec{\tau}_i = \mathbf{K}_i^a \vec{\Phi}_{rb} + \mathbf{A}_i^T \vec{\lambda} \quad (2.20)$$

$$\vec{\tau}_d = \mathbf{K}_d^a \vec{\Phi}_{rb} + \mathbf{A}_d^T \vec{\lambda} \quad (2.21)$$

El vector de multiplicadores $\vec{\lambda}$ puede eliminarse de las ecuaciones 2.20 y 2.21. Lo anterior siempre y cuando \mathbf{A}_d sea invertible. De esta manera, el modelo dinámico para un sistema constituido por cadenas cerradas y expresado en forma lineal respecto a los parámetros se puede escribir como,

$$\vec{\tau}_{rb} = \left(\mathbf{K}_i^a + \mathbf{X}^T \mathbf{K}_d^a \right) \vec{\Phi}_{rb} = \mathbf{K}_{rb} \left(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}} \right) \vec{\Phi}_{rb} \quad (2.22)$$

donde $\mathbf{X} = -\mathbf{A}_d^{-1} \mathbf{A}_i$.

La ecuación 2.22 permite determinar la contribución dinámica debido a los sólidos rígidos que conforman el robot. Seguidamente se incluye el modelado de la fricción en los pares del robot, así como también la dinámica debido a los elementos activos.

2.3. Modelado de la Fricción en los Pares de los Robots

En algunos casos concretos, como el de los robot empleados en la presente tesis, los pares de los robots están sometidos a una cantidad significativa de fuerzas debidas a la fricción. Estas fuerzas se presentan en los elementos que componen los pares: rodamientos, sellos, cilindros hidráulicos o neumáticos, entre otros. Se presentan donde existen dos superficies en contacto y con movimiento relativo. En algunos casos estas fuerzas pueden alcanzar el 20% de la carga máxima permitida por los elementos presentes en la junta que constituye el par cinemático (PIEDŒUF ET AL., 2000). Adicionalmente, se ha reportado que la fricción influye hasta en un 50% en los errores

de posicionamiento asociados al control de los robots industriales (KERMANI ET AL., 2004). Por consiguiente, un modelo dinámico realista, basado en experimentos sobre robots reales, debe considerar las fuerzas debidas a la fricción presentes en los pares del robot.

Como es bien sabido, el modelado de las fuerzas de fricción es complicado ya que su efecto depende de una variedad de factores. Sin embargo, en los trabajos de identificación de parámetros y control de robots, los autores han optado por desarrollar modelos de fricción a partir del estudio experimental del proceso fenomenológico observado (ARMSTRONG-H ET AL., 1994). OLSSON ET AL. (1998) han elaborado una revisión bastante completa describiendo los modelos de fricción empleados en el control de robots.

Los modelos empleados para el control de robots se sustentan en los modelos clásicos de fricción. En ellos la fricción es considerada como una fuerza cuya dirección es opuesta al movimiento y generalmente descrita como el producto de un coeficiente por la fuerza normal a la superficie en contacto. Sin embargo, para su modelado en pares de revolución y/o prismáticos usualmente se considera que la fricción es independiente de la carga. Así, su efecto se modela como un par aplicado τ_{f_i} que es función de la velocidad angular del par \dot{q}_i , donde el subíndice i denota el par analizado. El modelo más simple de fricción, representado en la Figura 2.6a es conocido como modelo de Coulomb y viene dado por la expresión,

$$\tau_{f_i} = -F_{c_i} \text{signo}(\dot{q}_i) \quad (2.23)$$

donde F_{c_i} el coeficiente de Coulomb del par i . Es de resaltar que cuando se implementa este modelo, la fuerza de fricción no está definida cuando la velocidad del par es nula.

Si las superficies en contacto de los pares están lubricadas se introduce una relación lineal como la mostrada en la Figura 2.6b. La relación lineal en parámetros se conoce como la fricción viscosa y se incluye mediante la siguiente expresión,

$$\tau_{f_i} = -(F_{c_i} \text{signo}(\dot{q}_i) + F_{v_i} \dot{q}_i) \quad (2.24)$$

donde F_{v_i} representa la fricción viscosa en el par i .

Por otra parte, se ha comprobado que la fuerza, debido a la fricción, necesaria para iniciar el movimiento, es más alta que la necesaria una vez iniciado el movimiento. Para incluir la fuerza de iniciación del movimiento debe considerarse su efecto durante el intervalo cercano a velocidad cero. Esto ocurre en el robot cuando inicia el movimiento o cuando hay un cambio en el sentido de la velocidad. Se ha propuesto, para el modelado de la fricción cuando se inicia el movimiento, la ecuación escrita a

continuación,

$$\tau_{f_i} = \begin{cases} -F_{b_i} & \text{Si } \dot{q}_i = 0 \\ -(F_{c_i} \text{signo}(\dot{q}_i) + F_{v_i} \dot{q}_i) & \text{Si } \dot{q}_i \neq 0 \end{cases} \quad (2.25)$$

donde F_{b_i} representa la fuerza de fricción estática y $F_{c_i} \leq F_{b_i}$.

Es de resaltar que este modelo no presenta solución única cuando la velocidad en el par es nula lo cual introduce una discontinuidad en el modelo. Adicionalmente, debe indicarse que a fines de implementación se debe introducir una holgura en la velocidad de transición cercana a cero. De esta forma, el modelo se implementa considerando una holgura δ que define la zona de transición del movimiento para la velocidad cercana a cero. Por consiguiente, si $|\dot{q}_i| < \delta$ entonces $\dot{q}_i = 0$.

Se ha observado que la transición entre la fricción estática y la de Coulomb es continua para superficies lubricadas. Esto puede modelarse como una función que depende de la velocidad y se conoce como efecto Stribeck. En este sentido se ha optado por modelos no lineales que incluyen este efecto, entre los modelos propuesto está el que se escribe seguidamente,

$$\tau_{f_i} = - \left(\text{signo}(\dot{q}_i) \left(F_{c_i} + (F_{b_i} - F_{c_i}) e^{-|\dot{q}_i/\dot{q}_{i_s}|^{\delta_s}} \right) + F_{v_i} \dot{q}_i \right) \quad (2.26)$$

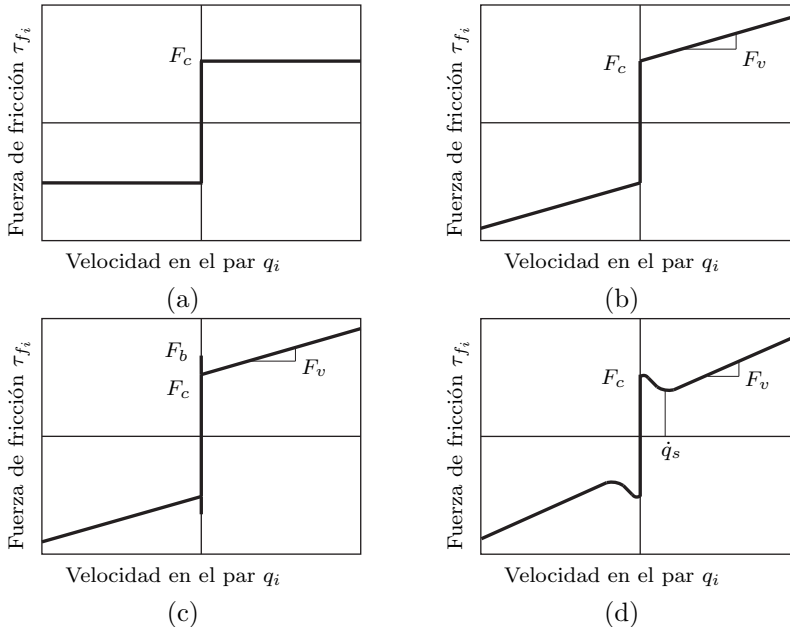


Figura 2.6: Modelos clásicos de fricción

donde \dot{q}_s es conocida como la velocidad de Stribeck y representa el rango en el cual dicho efecto ocurre. Este modelo incluye además un parámetro empírico δ_s , el cual ha sido reportado que varía entre 0.5 y 1 (BO Y PAVELESCU, 1982).

Modelos basados en la ecuación 2.26 han sido ampliamente usados para compensar las fuerzas de fricción en el control de robots (WAIBOER, 2008). Sin embargo, en la identificación de parámetros dinámicos, inerciales y fricción de forma conjunta, hasta donde el autor ha investigado, no han sido aplicados en robots paralelos. El modelo más usado es el expresado en la ecuación 2.24 y ha sido implementado en la identificación de parámetros de un robot de 6-GDL (ABDELLATIF ET AL., 2007, 2008), de robots de 4-GDL (NABAT ET AL., 2006, RENAUD ET AL., 2006, VIVAS ET AL., 2003) y de 3-GDL (GUEGAN ET AL., 2003). Por otra parte, FARHAT ET AL. (2008) empleó un modelo asimétrico de fricción basado en la ecuación 2.24. En este caso la ecuación se aplica por partes dependiendo del sentido de movimiento. Si en la ecuación 2.24, se substituye $F_{c_i}^+$ y $F_{v_i}^+$ en lugar de F_{c_i} y F_{v_i} para sentido positivo $\dot{q} > 0$ y en el sentido contrario por $F_{v_i}^+$ y $F_{v_i}^-$ el modelo queda constituido por cuatro parámetros $F_{c_i}^+$, $F_{c_i}^-$, $F_{v_i}^+$ y $F_{v_i}^-$, donde + y - indican si el sentido de movimiento es positivo o negativo. En ese mismo trabajo se propuso un modelo no lineal de fricción escrito a continuación,

$$\tau_{f_i} = -\text{signo}(\dot{q}_i) \left(F_{c_i} + F_{v_i} |\dot{q}_i|^\delta \right) \quad (2.27)$$

donde δ es un parámetro empírico que permite incluir el efecto Stribeck.

En esta tesis se emplea, para el modelado de la fricción en los pares activas y pasivas, el modelo lineal de fricción representado por la ecuación 2.24. De esta forma, el problema de identificación es lineal en función de los parámetros a identificar y el vector de fuerzas fricción que contribuye a las fuerzas generalizadas viene dado por,

$$\vec{\tau}_f = \vec{\tau}_{f_i} + \mathbf{X}^T \vec{\tau}_{f_d} = \mathbf{K}_f \begin{pmatrix} \dot{\vec{q}} \\ \vec{\Phi}_f \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

Por otra parte, con el objeto de buscar un modelo que se acerque lo más posible a los experimentos, se emplean los modelos no lineales expresados en las ecuaciones 2.26 y 2.27. En este caso la fuerza de fricción es una función no lineal de la forma,

$$\vec{\tau}_f = \vec{\tau}_{f_i} + \mathbf{X}^T \vec{\tau}_{f_d} = \vec{f} \left(\dot{\vec{q}}, \vec{\Phi}_f \right) \quad (2.29)$$

En el siguiente apartado se describe la inclusión de la dinámica de los elementos activos.

2.4. Modelado de los elementos activos

Los elementos activos se refieren en este trabajo a los sistemas de actuación, tornillos de potencia y motores. Estos elementos son los que impulsan al robot y pueden influir considerablemente en su dinámica. En algunos casos, las fuerzas dinámicas debido a la masa e inercia de los elementos activos puede despreciarse, como por ejemplo en los casos en que el motor está directamente acoplado a los pares actuados. Ahora bien, si el motor impulsa a los pares actuados mediante trenes de engranes o tornillos de potencia, en mayor medida será necesario considerar su efecto, para que el modelo obtenido mediante identificación se acerque lo más posible a los experimentos.

Generalmente los robots paralelos son diseñados para que el sistema de actuación se ubique en la base o en la primera barra de las cadenas que conforman las *patas* del robot. Un esquema general del sistema de actuación se representa en la Figura 2.7. El motor se modela como un sólido de Inercia I_{m_i} que se mueve a una velocidad \dot{q}_{m_i} . El tren de engrane cuya relación es Γ_i transforma la velocidad angular del motor a la velocidad del par \dot{q}_i .

Si la relación de transmisión $\Gamma_i > 1$, el par de salida τ_i de transmisión se incrementa con la relación $\Gamma_i \tau_{m_i}$ y la velocidad generalizada del nudo i se determina a partir de la velocidad del motor de la forma, $\dot{q}_i = (1/\Gamma_i) \dot{q}_{m_i}$. De esta manera, la fuerza generalizada de los elementos activos τ_{r_i} vendrá dada por la siguiente expresión,

$$\tau_{r_i} = (I_i + \Gamma_i^2 I_{m_i}) \ddot{q}_i = I_{r_i} \ddot{q}_i \quad (2.30)$$

De la ecuación se aprecia que el par debido a la inercia del motor y del tren de engranes, agrupados en solo parámetro un parámetro I_{r_i} , se relacionan linealmente con la aceleración generalizada independiente del par i . Para un robot de n coordenadas

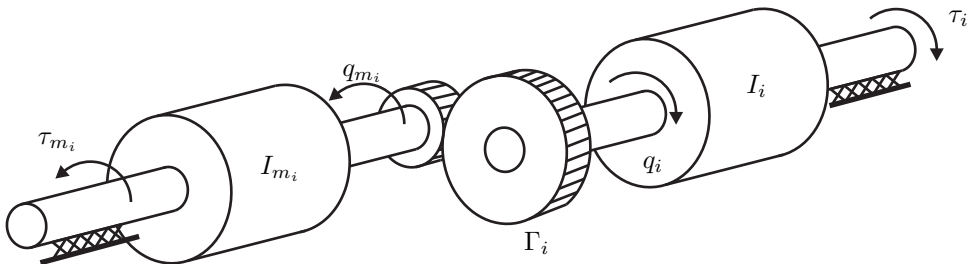


Figura 2.7: Esquema de un sistema de transmisión

generalizadas independientes se tendrá,

$$\vec{\tau}_r = \begin{bmatrix} I_{r_1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & I_{r_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \vdots \\ \ddot{q}_n \end{bmatrix} = \mathbf{K}_r \left(\ddot{\vec{q}} \right) \vec{\Phi}_r \quad (2.31)$$

2.5. Modelo Dinámico Utilizado en la Identificación de Parámetros

Hasta ahora, se han presentado los modelos para considerar los efectos dinámicos debido a los sólidos rígidos, la fricción y los elementos activos de una forma separada. El modelo completo se establece combinando estos efectos. Así, si se emplean modelos de fricción lineal con respecto a los parámetros, el modelo en conjunto es lineal presentando la forma,

$$\vec{\tau} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{rb} & \mathbf{K}_f & \mathbf{K}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\Phi}_{rb} \\ \vec{\Phi}_f \\ \vec{\Phi}_r \end{bmatrix} = \mathbf{K} \left(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}} \right) \vec{\Phi} \quad (2.32)$$

Por otro lado, si se emplean modelos de fricción no lineal, el modelo a identificar será por ende no lineal y viene dado por,

$$\vec{\tau} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{rb} & \mathbf{K}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\Phi}_{rb} \\ \vec{\Phi}_r \end{bmatrix} + \vec{\tau}_f \left(\dot{\vec{q}}, \vec{\Phi}_f \right) \quad (2.33)$$

Las ecuaciones 2.32 y 2.33 constituyen el modelo dinámico para una configuración particular del robot. La configuración aquí se refiere a la posición y sus derivadas temporales de un estado cualquiera en el cual se analice el movimiento del robot. El modelo para una configuración en particular incluye n ecuaciones. Siendo n igual al número de GDL del sistema. Si se toma en consideración que cada barra incorpora 10 parámetros inerciales al modelo, y además se incluyen parámetros de fricción y debido a la dinámica de los elementos activos, se tendrá un menor número de ecuaciones que parámetros a determinar. Se tiene así un sistema no determinado. Ahora bien, si se seleccionan diferentes configuraciones a lo largo de una trayectoria particular del robot se tendrá $n \times n_{ptos}$ ecuaciones y así se construye un sistema sobredeterminado. Cuando se emplean modelos lineales este sistema viene dado por la expresión,

$$\vec{\tau}_{nn_{ptos} \times 1} = \mathbf{W}_{nn_{ptos} \times n_p} \vec{\Phi}_{n_p \times 1} \quad (2.34)$$

siendo la matriz \mathbf{W} la matriz de observación del sistema que depende de las variables

cinemáticas.

En el caso donde se empleen modelos no lineales de fricción el sistema quedará de la siguiente forma,

$$\vec{\tau}_{nn_{ptos} \times 1} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{rb} & \mathbf{W}_r \end{bmatrix}_{nn_{ptos} \times n_s} \begin{bmatrix} \vec{\Phi}_{rb} \\ \vec{\Phi}_r \end{bmatrix}_{n_s n_{ptos} \times 1} + \vec{\tau}_{f_{nn_{ptos} \times 1}} \quad (2.35)$$

donde n_s es el número de parámetros de la dinámica de sólido rígido y de los elementos activos.

Las ecuaciones 2.34 para el caso de modelos de fricción lineal y 2.35 para modelos de fricción no lineal constituyen el modelo dinámico de un robot paralelo. El modelo incluye la totalidad de parámetros inerciales que pueden influir en el comportamiento dinámico del sistema. Ahora bien, dependiendo del movimiento permitido por los pares del robot, algunos parámetros puede que no tengan influencia en el modelo dinámico. Considérese, por ejemplo, un robot con movimiento plano y cuyo eje z se localice normal al plano. En este caso, se tiene que solo la componente Izz_i del tensor de inercia, las masas m_i y los momentos de primer orden mx_i y my_i de las barras influirán en la dinámica del robot. Por otra parte, debido a la naturaleza física de sus pares, algunos parámetros influirán a través de combinaciones lineales, siendo estas combinaciones lineales las que puedan ser identificadas. Este conjunto reducido de parámetros que pueden ser identificados se denominan *parámetros base* (AN ET AL., 1988, GAUTIER, 1991, SHEU Y WALKER, 1991). La determinación de este conjunto de parámetros puede hacerse de forma simbólica al desarrollar el modelo dinámico y observar que términos pueden agruparse linealmente.

Determinar los parámetros base de forma manual resulta altamente complicado para sistemas mecánicos tales como los robot paralelos. Una particularidad del sistema expresado en la ecuación 2.34 es que al ser lineal, en función de los parámetros dinámicos, las ampliamente conocidas técnicas del álgebra lineal pueden utilizarse para evaluar la influencia del conjunto de parámetros con respecto a las fuerzas generalizadas. Los parámetros que no influyen en la dinámica del robot puede determinarse mediante las columnas de la matriz de observación (\mathbf{W}). Una columna cero de la matriz \mathbf{W} indica que el parámetro correspondiente con dicha columna no contribuye en la dinámica del robot. En este mismo sentido, mediante las técnicas de determinación de bases vectoriales se pueden determinar las combinaciones lineales de los parámetros que contribuyen de forma independiente en la dinámica de robot. En el siguiente apartado se presentan los procedimientos para obtener el modelo dinámico en parámetros base o modelo canónico.

2.6. Modelo canónico

Con el objeto de clarificar el concepto de los parámetros base, se inicia este apartado con el modelo dinámico en forma lineal respecto a los parámetros dinámicos de un robot serial de 2-GDL. Este ejemplo es uno de los más simples que se puede analizar y sirve para aclarar el significado de los parámetros base e introducir unos aspectos importantes sobre su determinación. Luego se presenta un procedimiento para obtener el modelo en parámetros base o modelo canónico para sistemas mecánicos más complejos. El procedimiento presentado determina los parámetros base de forma numérica mediante la Descomposición en Valores Singulares (SVD) (GAUTIER, 1991).

2.6.1. Modelo en forma lineal de un robots serial de 2-GDL

La Figura 2.8 muestra la representación esquemática de un robot serial de 2 GDL. El robot se mueve con movimiento plano y la gravedad \vec{g} actúa en la dirección vertical. Con el objeto de mantener la simplicidad del problema se considera que no hay fuerzas de fricción en los pares y además se omite la dinámica de los elementos activos. Considerando únicamente la dinámica debido a sólido rígido se tienen 20 parámetros inerciales o parámetros del modelo. Ya que el robot presenta movimiento plano, solo siete de estos parámetros influyen en su comportamiento dinámico. Aplicando la ecuación 2.17 y considerando sólo los parámetros cuyas columnas no son cero se obtiene una matriz \mathbf{K} cuyos coeficientes pueden observarse en la ecuación 2.36. Los parámetros inerciales correspondientes se presentan en la ecuación 2.37.

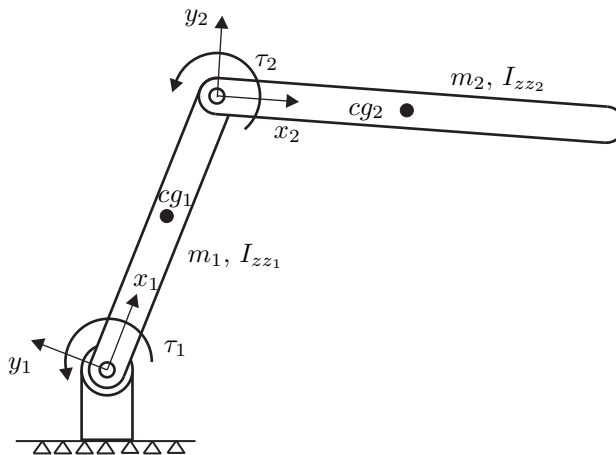


Figura 2.8: Esquema de un Robot serial de 2-GDL

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 & \mathbf{0} & S_2 l_1 \dot{q}_1^2 + g C_{12} + C_2 l_1 \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 & \mathbf{l}_1 \mathbf{g} \mathbf{C}_1 + \mathbf{l}_1^2 \ddot{\mathbf{q}}_1 & -2 S_2 l_1 \dot{q}_1 \dot{q}_2 - S_2 l_1 \dot{q}_2^2 + 2 C_2 l_1 \dot{q}_1 + C_2 l_1 \ddot{q}_2 + g C_{12} \\ & C_2 l_1 \dot{q}_1^2 - g S_{12} - S_2 l_1 \ddot{q}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 \\ -2 S_2 l_1 \ddot{q}_1 - S_2 l_1 \ddot{q}_2 - 2 C_2 l_1 \dot{q}_1 \dot{q}_2 - C_2 l_1 \dot{q}_2^2 - g S_{12} & \ddot{\mathbf{q}}_1 & \mathbf{C}_1 \mathbf{g} & -S_1 g \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$$\vec{\Phi} = \left[I_{zz_2} \quad \mathbf{m}_2 \quad m_{x_2} \quad m_{y_2} \quad I_{zz_1} \quad \mathbf{m}_{x_1} \quad m_{y_1} \right]^T \quad (2.37)$$

donde l_1 es la distancia en el eje x entre el sistema coordenado 1 y 2 referidos al sistema coordenado 1. Se denota $S_i = \sin(q_i)$, $C_i = \cos(q_i)$, $S_{ij} = \sin(q_i + q_j)$ y $C_{ij} = \cos(q_i + q_j)$ para simplificar la expresión.

Si se consideran las columnas 2, 5 y 6 de la matriz \mathbf{K} con sus correspondientes parámetros inerciales, resaltados en la ecuaciones (2.36) y (2.37). Se puede demostrar que el producto de estas tres columnas por sus respectivos parámetros inerciales se puede reducir al producto de las columnas 5 y 6 por un nuevo vector de parámetros inerciales correspondiente a la combinación lineal de los tres parámetros en estudio. Lo anterior expresado matemáticamente se puede escribir como,

$$\begin{bmatrix} l_1 g C_1 + l_1^2 \ddot{q}_1 & \ddot{q}_1 & C_1 g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_2 \\ I_{zz_1} \\ m_{x_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 & C_1 g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{zz_1} + l_1^2 m_2 \\ m_{x_1} + l_1 m_2 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Considerando el modelo en conjunto se puede establecer que el modelo dinámico en forma lineal, con respecto a los parámetros inerciales del robot, puede reescribirse como otro modelo pero expresado por seis parámetros inerciales. Se ha pasado de siete parámetros a seis parámetros correspondientes a la combinación de los anteriores. Este conjunto de seis parámetros son los denominados parámetros base y son los parámetros que pueden identificarse. Es de hacer notar que la anterior combinación, o reducción de parámetros, no es única. Existen, para este caso en particular, tres posibles combinaciones lineales. Ahora bien, se ha determinado en este apartado una combinación lineal correspondiente con la realidad física del robot en estudio. Obsérvese que $I_{zz_1} + l_1^2 m_2$ no es más que la componente del tensor de inercia normal al plano de la barra 1 más el segundo momento másico del cuerpo 2 respecto al sistema coordenado 1. La segunda combinación lineal se refiere a la suma de dos momentos másicos de primer orden, el de la masa 1 respecto al eje coordenado 1 y el de la masa de la barra 2 respecto al eje coordenado 1.

El hecho de que el modelo dinámico expresado en la ecuación (2.22) pueda ser reducido a un modelo con menor número de parámetros hace que no todos los parámetros puedan ser identificados, sino que solamente pueda realizarse la identificación sobre la combinación de parámetros obtenida. En este ejemplo en particular, por su simplicidad, la reducción del modelo puede hacerse de forma simbólica, tal como se ha mostrado. Para cadenas abiertas KHALIL Y DOMBRE (2002) proponen un método recursivo que permite obtener la combinación de dichos parámetros base. Así mismo, GAUTIER (1991) propone un método numérico para determinar el modelo canónico. Este procedimiento numérico permite su aplicación en sistemas mecánicos tales como robots paralelos. La técnica numérica se basa en la Descomposición en Valores Singulares (SVD) y se presenta en el siguiente apartado.

2.6.2. Parámetros Base Obtenidos Mediante Álgebra Lineal

Como se ha mencionado, la ecuación 2.34 es obtenida al aplicar el modelo dinámico a varias configuraciones del robot. Por lo general, dichas configuraciones son seleccionadas a intervalos de tiempo t_i durante una trayectoria particular a la cual fue sometida el robot. De esta forma se obtiene un sistema sobredeterminado,

$$\vec{\tau}_{n \times 1} = \mathbf{W}_{n \times m} \vec{\Phi}_{m \times 1} \quad (2.39)$$

siendo $n \geq m$ y donde las columnas nulas de la matriz de observación \mathbf{W} han sido eliminadas. Lo anterior implica que los parámetros asociados con dichas columnas no influyen en la dinámica del sistema.

Una vez eliminadas las columnas nulas el objetivo es encontrar un sistema reducido equivalente tal que $\mathbf{W}\vec{\Phi} = \mathbf{W}_b\vec{\Phi}_b$. Para ello la matriz \mathbf{W} puede descomponerse mediante la SVD.

$$\mathbf{W}_{n \times m} = \mathbf{U}_{n \times n} \mathbf{S}_{n \times m} \mathbf{V}_{m \times m}^T \quad (2.40)$$

siendo \mathbf{U} y \mathbf{V} sendas matrices ortogonales. La matriz \mathbf{S} es una matriz diagonal que contiene los valores singulares s_1, s_2, \dots, s_m de \mathbf{W} y donde $s_1 \geq s_2 \geq \dots \geq s_m \geq 0$.

Si el sistema en estudio presenta dependencia lineal, el rango (r) de la matriz \mathbf{W} es menor al número de columnas (m) y se tendrán $m - r$ valores singulares iguales a cero. Es de resaltar que debido a los errores numéricos, algunos de los valores singulares que deben ser iguales a cero presentan valores cercanos a cero. La precisión (ϵ) de ordenador se emplea para determinar que valores singulares se consideran igual a cero (GAUTIER, 1991). Si $s_{b+1} < r \times \epsilon \times s_1$ entonces $\text{rango}(\mathbf{W}) = r$. De esta forma, si el sistema es de rango deficiente se tendrá,

$$\mathbf{W}_{n \times m} = \mathbf{U}_{n \times n} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{r \times r} & \mathbf{0}_{r \times (m-r)} \\ \mathbf{0}_{(n-r) \times r} & \mathbf{0}_{(n-r) \times (m-r)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V1}_{m \times r}^T \\ \mathbf{V2}_{m \times (m-r)}^T \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

De la ecuación anterior postmultiplicando ambos lados de la ecuación por la matriz $\begin{bmatrix} \mathbf{V1}_{m \times m} & \mathbf{V2}_{m \times (m-r)} \end{bmatrix}$ se puede deducir que,

$$\mathbf{W} \mathbf{V2} = \mathbf{0}_{n \times (m-r)} \quad (2.42)$$

Lo cual indica que las columnas de $\mathbf{V2}$ definen la combinación lineal buscada entre las columnas de la matriz \mathbf{W} . Una columna i de la matriz \mathbf{W} , correspondiente con un vector fila i de componentes cero de $\mathbf{V2}$, será entonces independiente de todas las restantes columnas.

A partir de la propiedad de la ortogonalidad de la matriz \mathbf{V} y la expresión 2.42, se puede demostrar la siguiente ecuación,

$$\mathbf{W} \vec{\Phi} = \mathbf{W} \left(\vec{\Phi} + \mathbf{V2}^T \vec{\Phi}_a \right) = \mathbf{W} \vec{\Phi}_R \quad (2.43)$$

donde $\vec{\Phi}_a$ es un vector arbitrario de dimensión $m - r$. Como puede apreciarse en la ecuación $\vec{\Phi}_R = \left(\vec{\Phi} + \mathbf{V2}^T \vec{\Phi}_a \right)$.

Se pretende entonces encontrar la manera en la que las componentes de $\vec{\Phi}_R$ están relacionadas entre si, ya que esas serán las relaciones que definan los parámetros base. Para ello se introduce la matriz de permutación \mathbf{P} tal que ordene las filas de $\mathbf{V2}$ de la siguiente manera,

$$\mathbf{P}^T \mathbf{V2} = \begin{bmatrix} \mathbf{V21}_{r \times (m-r)} \\ \mathbf{V22}_{(m-r) \times (m-r)} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

La permutación se realiza de forma que la matriz $\mathbf{V22}$ sea cuadrada y de rango completo. Su selección no es única y puede realizarse seleccionando la primera fila de $\mathbf{V2}$ e ir sucesivamente añadiendo filas hasta se tenga una matriz cuadrada de rango $m - r$. Es de resaltar que las filas de la matriz $\mathbf{V21}$ representan las columnas independientes de la matriz de observación.

Si se aplica la matriz de permutación a la ecuación 2.42 se tiene,

$$\mathbf{WPP}^T \mathbf{V2} = \begin{bmatrix} \mathbf{W1}_{n \times r} & \mathbf{W2}_{n \times (m-r)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V21}_{r \times (m-r)} \\ \mathbf{V22}_{(m-r) \times (m-r)} \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{n \times (m-r)} \quad (2.45)$$

De la expresión 2.45 se obtiene la siguiente relación,

$$\mathbf{W2} = \mathbf{W1} \mathbf{B} \quad (2.46)$$

donde, $\mathbf{B} = -\mathbf{V21} \mathbf{V22}^{-1}$.

Ahora bien, retomando la igualdad $\mathbf{W} \vec{\Phi} = \mathbf{W} \vec{\Phi}_R$ y aplicando la matriz de permutación a ambos lados de la ecuación se tiene,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W1} & \mathbf{W2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\Phi}_1 \\ \vec{\Phi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W1} & \mathbf{W2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\Phi}_{R1} \\ \vec{\Phi}_{R2} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Sustituyendo la relación obtenida en la ecuación 2.46 en la ecuación 2.47 se tiene,

$$\mathbf{W1} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{b \times b} & \mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\Phi}_1 \\ \vec{\Phi}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{W1} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{b \times b} & \mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\Phi}_{R1} \\ \vec{\Phi}_{R2} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

donde $\mathbf{I}_{r \times r}$ es la matriz identidad.

La expresión anterior permite llegar a la siguiente ecuación,

$$\vec{\Phi}_{R1} = \vec{\Phi}_1 + \mathbf{B} (\vec{\Phi}_2 - \vec{\Phi}_{R2}) \quad (2.49)$$

De esta forma $\vec{\Phi}_{R1}$ queda definida como una combinación lineal de los parámetros $\vec{\Phi}$ y del vector $\vec{\Phi}_{R2}$. Sin embargo, para cualquier valor que tome $\vec{\Phi}_{R2}$ se cumple la relación $\mathbf{W} \vec{\Phi} = \mathbf{W} \vec{\Phi}_R$. Existirá entonces un número infinito de soluciones dependiendo de los valores arbitrarios asignados al vector $\vec{\Phi}_{R2}$. La solución de los parámetros base se obtiene para $\vec{\Phi}_{R2} = \mathbf{0}$ y su expresión viene dada por,

$$\vec{\Phi}_{base} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{r \times r} & \mathbf{B}_{r \times (m-r)} \end{bmatrix} \mathbf{P}^T \vec{\Phi} \quad (2.50)$$

Finalmente el modelo dinámico expresado en parámetros base se puede expresar,

$$\vec{\tau} = \mathbf{W}_b \vec{\Phi}_{base} \quad (2.51)$$

donde $\mathbf{W}_b = \mathbf{W1}$ y es una matriz de rango completo.

Como se ha mencionado, la selección de las filas que forman al vector $\mathbf{V22}$ no es única. Ahora bien, una forma de obtenerla es que la matriz permita obtener la agrupación natural de los parámetros dinámicos, tal como la obtenida manualmente en el apartado anterior para el caso del robot serial. Este agrupación, la del robot serial de 2-GDL, se logra mediante SVD si en la construcción de la matriz $\mathbf{V22}$ se parte desde la primera fila de $\mathbf{V2}$ y luego se va añadiendo de forma sucesiva las filas hasta que se tenga una matriz de rango completo.

Por otra parte, la precisión de la solución de sistema lineal expresado en la ecuación 2.51 depende del condicionamiento de la matriz \mathbf{W}_b la cual se determina a partir de la permutación de la matriz \mathbf{W} . Por tanto, otra forma de seleccionar las filas de la matriz $\mathbf{V22}$ es la de considerar aquellas filas que mejoren el condicionamiento de \mathbf{W}_b . Esto será abordado con más detalle en el siguiente capítulo donde se desarrolla el diseño de los experimentos orientados a la identificación de parámetros.

Por último, es importante resaltar el hecho de que los parámetros dinámicos, en particular los de sólido rígido, se agrupan en el modelo, imposibilita la determinación, mediante identificación, de la contribución individual de cada uno de los parámetros en la dinámica del robot. Dicho de otra forma, se puede identificar la contribución de la combinación lineal, mas no de cada parámetro individual. En el ejemplo del robot serial de 2-GDL se puede determinar la contribución del parámetro $I_{zz_1} + l_1^2 m_2$, mas no la de cada parámetro I_{zz_1} o $l_1^2 m_2$ individualmente.

2.7. Resumen

En este capítulo se han presentado las ecuaciones que definen el modelo dinámico utilizado en esta tesis para la identificación de parámetros de robots paralelos. La modelización incluye los procedimientos para resolver el problema cinemático y dinámico. El modelo dinámico presentado, parte de considerar al robot paralelo como un robot constituido por varias cadenas abiertas sometidas a restricciones. Luego, el modelo así obtenido, ha sido reescrito en forma lineal con respecto a los parámetros a identificar. Mas aún, se ha hecho una revisión sobre los modelos de fricción más empleados en la identificación de parámetros. La revisión no se a limitado exclusivamente a modelos de fricción lineal, sino que también se han incluido modelos de fricción no lineal. Así mismo, se han presentado las ecuaciones que permiten incluir los efectos dinámicos debido a los elementos activos. Finalmente, se indicó que no todos los parámetros del modelo dinámico contribuyen de forma independiente en la dinámica del robot. Esto se abordó de forma explícita al estudiar la dinámica de un robot serial de 2-GDL, donde se apreció que algunos parámetros se pueden agrupan hasta formar combinaciones lineales. La determinación de dichas combinaciones lineales, o modelo en parámetros base, de forma manual es difícil y por consiguiente se presentó un procedimiento numérico basado en la SVD que permite obtener de forma sistemática el conjunto de parámetros base de sistemas mecánicos complejos.

Capítulo 3

Diseño de Experimentos

En el capítulo anterior se describieron las ecuaciones que definen el modelo dinámico de un robot paralelo. En dicho modelo, las coordenadas generalizadas y sus derivadas en el tiempo se relacionan con las fuerzas generalizadas mediante los parámetros dinámicos. La identificación de estos parámetros puede realizarse ajustando la respuesta del modelo dinámico con el comportamiento observado en experimentos conducidos sobre el robot estudiado. Lo anterior implica tomar datos experimentales de las coordenadas generalizadas independientes, así como también, de las fuerzas generalizadas, mientras el robot ejecuta una trayectoria cualquiera. Ahora bien, cada trayectoria en particular que ejecute el robot corresponderá con una respuesta dinámica (fuerzas medidas) particular. Lo anterior puede resultar en la posibilidad de ejecutar trayectorias donde algunos de los parámetros dinámicos no contribuyan en la respuesta dinámica. En consecuencia, la trayectoria afecta la precisión con la cual se identifican los parámetros por lo que se ha propuesto obtener trayectorias mediante procedimientos de optimización (ARMSTRONG, 1989) cuya finalidad sea aumentar la precisión con la cual se obtienen los parámetros. En este capítulo se busca establecer las condiciones bajo las cuales se deben conducir los experimentos, a fin de mejorar la precisión de los parámetros identificados.

Se inicia el capítulo estableciendo los criterios o funciones objetivo que han sido empleados para el diseño de las trayectorias orientadas a la identificación de parámetros de robots. Estas trayectorias se denominan “*trayectorias excitantes*” (ARMSTRONG, 1989). En esta tesis se les denomina *trayectorias óptimas*. En este mismo sentido, se propone una función objetivo multicriterio.

Una vez presentados los criterios de diseño de las trayectorias, se exponen las formas mediante las cuales se logra evaluar la función objetivo. En particular esto se

realiza a través de la parametrización de la trayectoria a ser ejecutada por el robot. Adicionalmente, es necesario considerar las limitaciones de movimiento del robot, límites de los actuadores, pares, espacio de trabajo, entre otros, por lo que, el proceso de optimización debe incluir dichas restricciones lo cual hace que la obtención de las trayectorias óptimas consista en un proceso de optimización no lineal con restricciones.

Finalmente, el diseño de experimentos presentado en este capítulo no solo se limita a la forma en la cual la trayectoria utilizada en los experimentos es determinada, sino que también se presenta, al final del capítulo, el tratamiento que se realiza sobre los datos recogidos experimentalmente.

3.1. Criterios para Obtener Trayectorias Óptimas

La identificación de parámetros dinámicos busca obtener el valor de los parámetros que minimice la diferencia entre la respuesta del modelo dinámico y los valores de las fuerzas generalizadas, medidas experimentalmente. Si la diferencia se establece como el error cuadrático, para el caso general se tiene,

$$s(\vec{\Phi}) = \sum_{j=1}^{GDL} \sum_{i=1}^{n_{ptos}} \left(h_{j,i} \left(\vec{\Phi}, \vec{q}_i, \dot{\vec{q}}_i, \ddot{\vec{q}}_i \right) - \vec{\tau}_{j,i} \right)^2 \quad (3.1)$$

donde,

$$\begin{aligned} h_{j,i} &= \mathbf{K}_j \left(\vec{q}_i, \dot{\vec{q}}_i, \ddot{\vec{q}}_i \right) \vec{\Phi} && \text{lineal} \\ h_{j,i} &= \left[\mathbf{K}_{rb_j} \left(\vec{q}_i, \dot{\vec{q}}_i, \ddot{\vec{q}}_i \right) \quad \mathbf{K}_{r_j} \left(\vec{q}_i, \dot{\vec{q}}_i, \ddot{\vec{q}}_i \right) \right] \begin{bmatrix} \vec{\Phi}_{rb} \\ \vec{\Phi}_r \end{bmatrix} + \vec{\tau}_{f_j} \left(\dot{\vec{q}}_i, \vec{\Phi}_f \right) && \text{no lineal} \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde el subíndice j se refiere a la fuerza generalizada ejercida por cada actuador.

De esta forma el problema de identificación puede definirse como la determinación de $\vec{\Phi} \in R^p$ de tal manera que la ecuación 3.1 sea mínima. Una solución del problema puede ser obtenida por medio de Mínimos Cuadrados. La solución de los parámetros, así obtenida, puede denotarse como $\vec{\Phi}^*$.

Existen otros estimadores tales como, Mínimos Cuadrados Ponderados (MCP), Mínimos Cuadrados Generalizados o el Principio de Máxima Verosimilitud (PMV). El PMV ha sido empleado en la identificación de parámetros tanto en robot seriales (SWEVERS ET AL., 1997), como en robot paralelos (ABDELLATIF ET AL., 2005a). En este sentido, cuando se ha aplicado el PMV para la identificación de parámetros de robot simulados (modelos cuyos parámetros han sido obtenidos mediante progra-

mas de dibujo asistido por ordenador), se ha obtenido una mejora en los parámetros dinámicos identificados. Sin embargo, su aplicación a robots reales no ha representado mejoras significativas. Además, en su aplicación se han empleado ciertas suposiciones sobre las mediciones experimentales, de tal manera que el PMV se reduce a Mínimos Cuadrados Ponderados. Hasta donde el autor ha investigado la técnica de MCP es la más empleada en la identificación de parámetros de robots paralelos, ya que su aplicación ha arrojado resultados adecuados a partir de experimentos.

En esta tesis, se emplea MCP para la identificación de parámetros de robots paralelos. A fines de establecer los criterios de diseño de experimentos se parte de la solución de Mínimos Cuadrados considerando los pesos unitarios. Esto no limita la presentación de los criterios aquí expuestos, sino que contribuye a clarificar los conceptos presentados.

En la solución del problema de minimización de la ecuación 3.1 se asume que no hay ruido en las variables cinemáticas medidas experimentalmente ($\vec{q}_i, \dot{\vec{q}}_i$ y $\ddot{\vec{q}}_i$). Además, se denota ρ como el error debido a las mediciones o efectos no modelados de las fuerzas generalizadas (τ_i), es decir, $\rho_i = \tau_i - h(\vec{\Phi}^*, \vec{q}_i, \dot{\vec{q}}_i, \ddot{\vec{q}}_i)$. Se asume que los errores son independientes y que presentan una distribución normal con una valor de media igual a cero y varianza conocida σ^2 .

La idea entonces consiste en linealizar el modelo 3.1, caso de que sea no lineal, en la vecindad de $\vec{\Phi}^*$ para así poder aplicar técnicas de regresión lineal (SEBER Y LEE, 2003). Si se define,

$$\vec{f}(\vec{\Phi}) = \left(h(\vec{\Phi}, \vec{q}_1, \dot{\vec{q}}_1, \ddot{\vec{q}}_1), \dots, h(\vec{\Phi}^*, \vec{q}_l, \dot{\vec{q}}_l, \ddot{\vec{q}}_l) \right)^T \quad (3.3)$$

Aplicando la expansión de la serie de Taylor, y utilizando solamente los términos de primer orden se tiene,

$$\begin{aligned} s(\vec{\Phi}) &= \left\| f(\vec{\Phi}) - \vec{\tau} \right\|^2 \\ &= \left\| f(\vec{\Phi}^*) + \nabla f(\vec{\Phi}^*) (\vec{\Phi} - \vec{\Phi}^*) - \vec{\tau} \right\|^2 \\ &= \left\| \nabla f(\vec{\Phi}^*) \vec{p} - \vec{\rho} \right\|^2 \end{aligned} \quad (3.4)$$

donde $\vec{\rho} = \tau - \vec{f}(\vec{\Phi}^*)$, $\vec{p} = \vec{\Phi} - \vec{\Phi}^*$. Además, $\| \cdot \|^2$ indica la norma cuadrática. Si denominamos a $\mathbf{F} = \nabla f(\vec{\Phi}^*)^T$ como el Jacobiano de $\vec{f}(\vec{\Phi})$ evaluado en $\vec{\Phi} = \vec{\Phi}^*$ y asumiendo que \mathbf{F} es de rango completo, la solución del sistema puede ser obtenida mediante,

$$\vec{p} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F} \vec{\rho} \quad (3.5)$$

Sustituyendo la ecuación 3.5 en la ecuación 3.4 se tiene la aproximación de la solución buscada para $\vec{\Phi}$ de la forma,

$$\vec{\Phi} = \vec{\Phi}^* + (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F} \vec{\rho} \quad (3.6)$$

A partir de la aproximación obtenida en la ecuación 3.6, las bien conocidas propiedades estadísticas aplicadas a modelos lineales, pueden ser empleadas para modelos lineales bajo ciertas suposiciones adicionales (SEBER Y WILL, 1989). Es de mencionar que, debido a la suposición de distribución normal del error, el vector de parámetros $\vec{\Phi}$ coincide con la solución mediante el Principio de Máxima Verosimilitud.

La ecuación 3.6 permite obtener una medición de la precisión o incertidumbre con la cual han sido obtenidos los parámetros. Se define $\mathbf{I}^* = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$ y, bajo las suposiciones establecidas anteriormente, la matriz de covarianza $\sigma^2 \mathbf{I}^{-1}$ se puede aproximar como $s^2 \mathbf{I}^{*-1}$, siendo $s^2 = s(\vec{\Phi}) / (l - n)$. El hecho de que la matriz \mathbf{I}^* dependa de las coordenadas generalizadas, puede ser empleado para diseñar la trayectoria ejecutada por el robot durante los experimentos, de forma que mejore la precisión con la cual son estimados los parámetros.

La posibilidad de escribir el modelo dinámico de sólido rígido lineal con respecto a los parámetros a identificar, ha hecho que en el desarrollo histórico del área se haya optado principalmente por emplear modelos lineales de fricción. De esta forma, la solución del sistema sobredeterminado representado en la ecuación 2.34, se puede resolver utilizando Mínimos Cuadrados. En este marco, ARMSTRONG (1989) fue el primero en introducir el concepto de diseño de trayectorias con el objetivo de mejorar la precisión en la estimación de los parámetros dinámicos en robot seriales.

La solución de un sistema lineal sobredeterminado tal como el obtenido en la ecuación 2.32 puede ser resuelto mediante Mínimos Cuadrados, siempre y cuando la matriz \mathbf{W} sea de rango completo. Dicha solución presenta la forma,

$$\vec{\Phi} = (\mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^T \vec{r} \quad (3.7)$$

La matriz de covarianza $\sigma^2 \mathbf{I}^{-1}$ para modelos lineales puede determinarse utilizando $\mathbf{I}^* = \mathbf{W}^T \mathbf{W}$. Hay que mencionar que la precisión con la cual se estiman los parámetros en el caso lineal viene directamente relacionada con la matriz de observación \mathbf{W} . La desviación estándar de la estimación obtenida de cada parámetro está relacionada con la matriz \mathbf{I}^* y se denomina matriz de información. ARMSTRONG (1989) estableció como criterio para el diseño de las trayectorias el maximizar el menor valor singular de dicha

matriz.

Luego de haber introducido las trayectorias óptimas, éstas han sido empleadas en los sucesivos trabajos del área. Los diferentes criterios que han sido empleados en el caso de robot seriales puede consultarte en el trabajo de KOZLOWSKI (1998). Estos criterios se resumen en la Tabla 3.1.

En la Tabla 3.1, κ se refiere a la función que determina el número de condición de una matriz definida como la relación entre el mayor y el menor valor singular de una matriz, $\kappa = s_{max}/s_{min}$. Además, ω_1 y ω_2 representan los pesos. Basado en los criterios indicados en la Tabla 3.1, el procedimiento de obtención de trayectorias puede definirse como,

$$\begin{aligned} \text{minimizar } & S(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}}) \\ \text{sujeto a } & g(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}}) \leq 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

donde S es una función cuyo resultado escalar la cual depende de las coordenadas generalizadas y sus derivadas en el tiempo. La función S puede ser definida mediante cualquiera de los criterios establecidos en la Tabla 3.1. Las restricciones debido al movimiento permitido por los actuadores o las limitaciones del robot en cuanto al espacio de trabajo manipulable, se incluyen en el proceso de optimización mediante algunas funciones lineales y no lineales representadas por g .

Los criterios resumidos en la Tabla 3.1 se han aplicado en la identificación de parámetros de robots seriales. Para el caso de robots paralelos principalmente se han empleados los indicados con los números 2 y 5. GUEGAN ET AL. (2003) emplearon el criterio basado en el número de condición de la matriz de observación para la identificación de parámetros dinámicos de un robot paralelo de 3-GDL. El trabajo no emplea técnicas de optimización para obtener las trayectorias utilizadas en la

Tabla 3.1: Algunos criterios para el diseño de trayectorias óptimas

No	Criterio	Autores
1	$\frac{1}{s_{min}(\mathbf{I}^*)}$	ARMSTRONG (1989)
2	$\kappa(\mathbf{W})$	GAUTIER Y KHALIL (1992)
3	$\omega_1 \kappa(\mathbf{W}) + \omega_2 \frac{ \mathbf{W}_{i,j_{max}} }{ \mathbf{W}_{i,j_{min}} }$	GAUTIER Y KHALIL (1992)
4	$\omega_1 \kappa(\mathbf{W}) + \frac{1}{s_{min}(\mathbf{I}^*)}$	PRESSE Y GAUTIER (1993)
5	$-\log(\det(\mathbf{I}^*))$	SWEVERS ET AL. (1997)

identificación, sino que dichas trayectorias son seleccionadas a partir de una diversidad obtenida de forma aleatoria. De esta manera, las trayectorias con menor número de condición fueron seleccionadas. Un procedimiento similar fue adoptado por VIVAS ET AL. (2003) y RENAUD ET AL. (2006) para la identificación de parámetros de un robot paralelo con 3 GDL de rotación y uno de traslación denominado H4.

Por otra parte, el número de condición se ha incluido en la función objetivo, para determinar las trayectorias óptimas, conjuntamente con procedimientos de optimización. En este caso, la trayectoria ejecutada por el robot es parametrizada y, mediante un procedimiento de optimización, se determinan los valores de los parámetros que minimicen el valor del número de condición. Este procedimiento ha sido empleado para la identificación de un robot de 6-GDL por ABDELLATIF ET AL. (2005b), donde la coordenadas generalizadas del elemento terminal fueron parametrizadas. Adicionalmente, FARHAT ET AL. (2007) obtuvieron las trayectorias óptimas, para la identificación de un robot paralelo de 3-GDL, mediante la parametrización del movimiento en los pares actuados del robot.

Como se ha indicado, además del criterio del número de condición de la matriz de observación, el $-\log(\det(\mathbf{I}^*))$ ha sido empleado como criterio para la obtención de trayectorias óptimas. Principalmente se emplea cuando se dispone información de las características del ruido en las mediciones. En este marco ABDELLATIF ET AL. (2005c) utilizan este criterio para la identificación de un robot paralelo de 6-GDL. Un estudio comparativo realizado sobre dicho robot utilizando los criterios 1 y 5 ha indicado que cuando se disponen de las características del ruido de medición, la obtención de trayectorias minimizando $-\log(\det(\mathbf{I}^*))$ conlleva a una ligera mejora de los parámetros obtenidos (ABDELLATIF ET AL., 2005a).

En el desarrollo de esta tesis, los criterios arriba mencionados se han empleado para obtener trayectorias óptimas orientadas a la identificación de parámetros de robots paralelos completos de 3-GDL, uno de configuración RPS y el otro de configuración PRS. El procedimiento para la obtención de las trayectorias se realiza basándose en la ecuación 3.8, para lo cual se parametriza el valor de las coordenadas generalizadas independientes referidas al movimiento de los actuadores. Para la resolución del problema, se emplean algoritmos de optimización no lineal de Programación Secuencial Cuadrática. En la optimización se incluyeron las restricciones debido al movimiento de los actuadores y del espacio de trabajo manipulable del robot, las cuales se presentan más adelante. Se ha observado que el procedimiento de optimización es bastante complicado, no solo en términos del tiempo de cómputo, sino que también la función objetivo sufre por la presencia de múltiples mínimos locales. Se ha encontrado que cuando se optimiza siguiendo el criterio basado en el número de condición, al

evaluar el $-\log(\det(\mathbf{I}^*))$ (criterio no utilizado en la optimización), su valor resulta más elevado que el obtenido cuando este segundo criterio es utilizado para obtener la trayectoria. De igual forma, cuando se optimiza utilizando la función logarítmica y se evalúa el criterio del número de condición, no empleado en la optimización, se observa que el valor resulta más elevado que cuando se emplea el segundo criterio. Se observa así la necesidad de determinar un óptimo que permita mejorar ambos criterios sin que un criterio se mejore en detrimento del otro. Por lo anterior, se propone emplear técnicas de optimización que permitan considerar ambos criterios. El procedimiento propuesto se presenta en el siguiente apartado.

3.2. Trayectorias Optimas Mediante Técnicas Multicriterio

El diseño de trayectorias óptimas empleando más de un criterio ha sido abordado con anterioridad. En la Tabla 3.1 se puede apreciar que los criterios 3 y 4 se definen por dos criterios combinados mediante pesos. El criterio 3 incluye un término que busca equilibrar la matriz de observación (\mathbf{W}) de tal manera que los elementos de la matriz sean del mismo orden de magnitud. El criterio 4 determina una trayectoria con buen número de condición, previniendo que el menor valor singular sea muy pequeño. Este criterio busca equilibrar la desviación estándar de los parámetros identificados. Sin embargo, la desviación estándar relativa de los parámetros con valores pequeños puede resultar muy elevada.

Los criterios 3 y 4 pueden verse como una optimización multicriterio mediante el método de la suma ponderada. Este método sufre por que algunas soluciones no pueden ser determinadas, específicamente cuando la función objetivo no es convexa, lo cual ocurre en las funciones objetivo utilizadas para la obtención de trayectorias óptimas. Existen otras variantes de la optimización multicriterio, como el método de la programación por metas donde se establece una meta para cada objetivo.

Una de las posibilidades de obtener la trayectorias es considerar la varianza de cada uno de los parámetros y adicionalmente asegurar que la trayectoria presente un buen condicionamiento numérico, es decir, utilizar como funciones objetivo $F_1 = \kappa(\mathbf{W})$ y $F_2 = -\log(\det(\mathbf{I}^*))$. Lo anterior se puede realizar mediante procedimientos de optimización a través de la consecución de metas “*goal attainment method*” (GEMBICKI Y HAIMES, 1975). Este procedimiento puede ser expresado como una optimización no lineal empleando la siguiente formulación,

$$\begin{array}{ll}
\text{Minimizar} & \gamma \quad \text{tal que} \\
& F_1 \left(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}} \right) - \omega_1 \gamma \leq F_1^* \\
& F_2 \left(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}} \right) - \omega_2 \gamma \leq F_2^* \\
\text{Sujeto a} & g \left(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}} \right) \leq 0
\end{array} \tag{3.9}$$

donde $F_1 = \kappa(\mathbf{W})$ and $F_2 = -\log(\det(\mathbf{I}^*))$.

Los parámetros F_1^* y F_2^* definen el valor de las metas que deben ser conseguidas. Los pesos ω_i y γ introducen cierta relajación en el cumplimiento de las metas. Este procedimiento busca obtener una solución en la cual una mejora en uno de los criterios, ejemplo F_1 , no degrade de forma sustancial el otro criterio, ejemplo F_2 . Se busca así obtener una solución que satisfaga las metas establecidas. Si se incluye información referente al ruido de las fuerzas en los actuadores, las funciones F_1 y F_2 pueden sustituirse por, $F_1^\Sigma = \kappa(\Sigma^{-0.5}\mathbf{W})$ y $F_2^\Sigma = -\log(\det(\mathbf{I}^*))$.

Para tener una idea de los valores mínimos que F_1 y F_2 pueden alcanzar, debido a la topología del robot, se pueden realizar varias optimizaciones empleando cada criterio en particular. Luego de obtener diferentes mínimos locales para cada función, estos valores pueden ser utilizados para definir las metas F_1^* y F_2^* .

La determinación de las trayectorias óptimas mediante el procedimiento propuesto, se puede resumir mediante los siguientes pasos,

- Se realizan optimizaciones para cada criterio F_1 y F_2 de forma individual
- Los valores mínimos obtenidos para cada criterio en el paso anterior se usan para establecer las metas F_1^* y F_2^* .
- Se optimiza de acuerdo con la ecuación 3.9. Si las metas no pueden satisfacerse, éstas se modifican hasta conseguir una solución que las satisfaga.

El problema de optimización planteado en las ecuaciones 3.8 y 3.9 dependen de las coordenadas generalizadas. De hecho, dependen de las coordenadas generalizadas independientes y sus derivadas en el tiempo. Estas coordenadas son entonces las variables a optimizar. Por consiguiente, es necesario parametrizar la trayectoria y optimizar en función de estos parámetros. Lo anterior es el objeto del siguiente apartado.

3.3. Parametrización de la Trayectoria

Principalmente existen dos procedimientos de parametrización de la trayectoria. Por un lado, la optimización se realiza directamente en un conjunto finito de configuraciones del robot, es decir, se optimizan valores discretos de las coordenadas

generalizadas y sus derivadas temporales (ARMSTRONG, 1989, GAUTIER Y KHALIL, 1992, PRESSE Y GAUTIER, 1993). Mediante este procedimiento se parte de una estimación inicial, correspondiente a puntos discretos, que luego se optimizan de acuerdo con el criterio empleado. Se incluyen adicionalmente las ecuaciones de restricción. Luego de obtener el conjunto de puntos discretos “óptimos”, se determina la trayectoria mediante el ajuste de estos puntos a un polinomio, el cual generalmente es de quinto grado (GAUTIER Y KHALIL, 1992). Se puede ver que mediante este procedimiento el número de variables a optimizar es directamente proporcional al número de configuraciones en las que ha sido discretizada la trayectoria. Lo anterior implica obtener trayectorias de intervalos de tiempo prolongados y a su vez definidas con gran precisión.

Por otra parte, SWEVERS ET AL. (1996) introducen la parametrización de las trayectorias a ejecutar en los pares del robot mediante una suma finita de funciones armónicas de series de Fourier. Este enfoque garantiza limitar el ancho de banda de la señal obteniéndose además una trayectoria periódica. En este caso, no se optimizan configuraciones en particular de la trayectoria, sino que las variables a optimizar son los parámetros que definen la serie finita de Fourier empleada en cada par activo y que presenta la siguiente forma,

$$\begin{aligned}
 q_i(t) &= q_{i0} + \sum_{j=1}^{n_H} \left[\frac{a_{ij}}{2\pi f j} \sin(2\pi f j t) - \frac{b_{ij}}{2\pi f j} \cos(2\pi f j t) \right] \\
 \dot{q}_i(t) &= \sum_{j=1}^{n_H} [a_{ij} \cos(2\pi f j t) + b_{ij} \sin(2\pi f j t)] \\
 \ddot{q}_i(t) &= \sum_{j=1}^{n_H} [-2\pi f j a_{ij} \sin(2\pi f j t) + 2\pi f j b_{ij} \cos(2\pi f j t)]
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

siendo f la frecuencia fundamental de la serie de Fourier. El período de la trayectoria viene dado por $T_f = 2\pi/f$. Además, q_{i0} , a_{ij} y b_{ij} son los coeficientes de la serie de Fourier que son las variables a optimizar. La variable n_H indica el número de armónicos empleados en la parametrización de la trayectoria. En la ecuación, cada serie de Fourier contiene $n_H + 1$ parámetros. Así, a_{ij} y b_{ij} de $j = 1..n_H$ e $i = 1..GDL$ son las amplitudes de las funciones seno y coseno que forman parte de la serie de Fourier. Por simplicidad, el vector de parámetros que define el movimiento en cada par activo se agrupan en el vector δ_p .

En esta tesis, se utiliza la parametrización de las trayectorias mediante series finitas de Fourier por las siguientes ventajas que su aplicación presenta (SWEVERS ET AL., 1996),

- La periodicidad permite repetir varias veces la trayectoria durante el ensayo. De esta forma, la señal usada en los experimentos puede ser el promedio de las repeticiones, lo cual disminuye el ruido en la misma.
- Permite obtener características estadísticas del ruido. Esto puede ser empleado para determinar variables estadísticas de la señal y así realizar la identificación de parámetros en un marco estadístico.
- Las velocidades y aceleraciones puede ser obtenidas de forma explícita. Por un lado los datos medidos de posición pueden ajustarse a la serie finita de Fourier que define la trayectoria usada en el experimento. Al disponer de una expresión analítica de la posición, las velocidades y aceleraciones se pueden obtener derivando dicha ecuación. Por otro lado, se puede emplear la transformada de Fourier y obtener las derivadas en el dominio de la frecuencia lo que reduce las distorsiones de fase.

Este enfoque ha sido ampliamente utilizado en la obtención de trayectorias óptimas particularmente en robot seriales. En robots paralelos ha sido empleados para obtener las trayectorias utilizadas en la identificación de parámetros de un robot paralelos de 6-GDL (ABDELLATIF ET AL., 2008). La parametrización fue realizada sobre las coordenadas del elemento terminal. FARHAT ET AL. (2008) empleó este procedimiento para la identificación de un robot paralelo de 3-GDL. Sin embargo, en este caso la parametrización se realizó sobre las coordenadas generalizadas independientes referidas a los pares activos.

Un aspecto a resaltar de la ecuación 3.10, es que la parametrización no permite imponer las posiciones iniciales y sus derivadas en el tiempo de la trayectoria. La optimización garantiza la solución en el intervalo entre 0 y el tiempo final t_f ($0, t_f$). A partir de esta observación, PARK (2006) introdujo una nueva forma de parametrizar la trayectoria que permite imponer la posición y orientación inicial y final del robot. En dicho trabajo la posición angular de los pares activos i se parametriza mediante la siguientes expresión,

$$q_i(t) = \lambda_i(t) + \delta_i(t) \quad (3.11)$$

siendo $\lambda_i(t)$ una función polinómica de quinto grado y $\delta_i(t)$ es una serie de Fourier, tal como la representada por la ecuación 3.10, donde el término constante de la serie de q_{i0} es sustituido por la función $\lambda_i(t)$. De esta manera, la imposición de la posición y orientación inicial y final de la trayectoria puede realizarse mediante la siguientes expresiones,

$$\begin{aligned}
q_i(0) &= \lambda_i(0) + \delta_i(0), & q_i(t_f) &= \lambda_i(t_f) + \delta_i(t_f) \\
\dot{q}_i(0) &= \dot{\lambda}_i(0) + \dot{\delta}_i(0), & \dot{q}_i(t_f) &= \dot{\lambda}_i(t_f) + \dot{\delta}_i(t_f) \\
\ddot{q}_i(0) &= \ddot{\lambda}_i(0) + \ddot{\delta}_i(0), & \ddot{q}_i(t_f) &= \ddot{\lambda}_i(t_f) + \ddot{\delta}_i(t_f)
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Estas ecuaciones pueden utilizarse para determinar los coeficientes del polinomio en función de los coeficientes de la serie de Fourier y de las condiciones de contorno.

Por ultimo, es de mencionar que en robot seriales se han aplicado otras formas de parametrización de la trayectoria basadas en funciones armónicas, tales como las propuestas por CALAFIORE ET AL. (2001). En dicho trabajo los parámetros de la trayectoria, además de los coeficientes de los armónicos, se considera también las frecuencias de cada armónico. Adicionalmente, se han empleado funciones polinómicas (ANTONELLI ET AL., 1999).

Por otra parte, es de resaltar que en el proceso de optimización se requiere un número discreto de configuraciones del robot. Estas configuraciones son luego introducidas en el modelo dinámico hasta construir el sistema sobredeterminado. De esta forma, en el proceso hay que especificar el número de configuraciones del robot que van a ser utilizadas para la evaluación del sistema sobredeterminado. Lo anterior se realiza en este trabajo evaluando la ecuación 3.10 para t en intervalos de tiempo constante Δt .

Los experimentos desarrollados en este trabajo, como se ha mencionado, se realizan mediante la parametrización de la trayectoria por medio de series finitas de Fourier. Mas aún, la parametrización de la trayectoria se realizó sobre las coordenadas de las pares activos utilizando la ecuación 3.10. Se opta por la parametrización en los pares activos ya que de esta forma las ecuaciones de restricción, debido a los límites de los actuadores, a nivel de posición, velocidad y aceleración, pueden ser incluidas en el proceso de optimización como restricciones lineales. Además, los pares activos del robot, que son los pares cuyo movimiento es controlado, permiten generar los datos para que el controlador ejecute la trayectoria. Por contraste, parametrizar la trayectoria en el elemento terminal requiere luego la resolución del problema cinemático inverso para así obtener la acción de control en los actuadores.

Las ecuaciones de restricción empleadas en el proceso de identificación de los robots utilizados en los experimentos se presentan en el siguiente apartado.

3.4. Restricciones

Las ecuaciones de restricción en el contexto de la obtención de trayectorias óptimas se refieren a las limitaciones en los ángulos o desplazamientos de los actuadores

así como también sus velocidades y aceleraciones. Además, se deben considerar las restricciones debido al espacio de trabajo manipulable del robot a fin de evitar que la trayectoria pase por configuraciones singulares.

3.4.1. Restricciones en los Actuadores

Las ecuaciones de restricción debido a la limitaciones de movimiento en los pares se pueden resumir como,

$$\begin{aligned} q_{i_{min}} &\leq q_i \left(\vec{\delta}_p, t \right) \leq q_{i_{max}} \\ -\dot{q}_{i_{min}} &\leq \dot{q}_i \left(\vec{\delta}_p, t \right) \leq \dot{q}_{i_{max}} \\ -\ddot{q}_{i_{min}} &\leq \ddot{q}_i \left(\vec{\delta}_p, t \right) \leq \ddot{q}_{i_{max}} \end{aligned} \quad (3.13)$$

En los robot paralelos no todos los pares son actuados. Para el caso particular de los pares actuados, el movimiento viene dado por la ecuación 3.10. En un par prismático, las restricciones de posición vienen limitadas por la carrera de cada actuador. Así mismo, las velocidades y aceleraciones viene restringidas por la velocidades máximas de operación de los motores y trenes de engrane que conforman el sistema de actuación. El hecho de que el sistema sobredeterminado este conformado por un número de configuraciones (n_{ptos}), conlleva a que se debe verificar que no se sobrepasen los límites de los actuadores en cada una de las configuraciones. Esto se puede expresar como,

$$lb_{p_i} \leq q_{i0} + \sum_{j=1}^{n_H} \left[\frac{a_{ij}}{2\pi f \cdot j} \sin(2\pi f \cdot j \cdot t) - \frac{b_{ij}}{2\pi f \cdot j} \cos(2\pi f \cdot j \cdot t) \right] \leq ub_{p_i} \quad (3.14)$$

siendo lb_{p_i} y lu_{p_i} los límites inferiores y superiores de los actuadores respectivamente. En este caso la ecuación se debe aplicar a las n_{ptos} configuraciones discretas utilizados para obtener el sistema sobredeterminado. Así se tendrán un número de $n_{ptos} \times GDL$ ecuaciones de restricción, debido a la limitaciones a nivel de posición en los actuadores.

De esta misma forma, se pueden obtener las restricciones de los actuadores debido a la velocidad máxima permitida por los motores,

$$lb_{v_i} \leq \sum_{j=1}^{n_H} [a_{ij} \cos(2\pi f \cdot j \cdot t) + b_{ij} \sin(2\pi f \cdot j \cdot t)] \leq lu_{v_i} \quad (3.15)$$

donde lb_{v_i} y lu_{v_i} son las velocidades mínimas y máximas respectivamente limitadas por los actuadores.

De igual manera pueden plantearse las ecuaciones de restricción debido a las ace-

leraciones en los pares actuados. Es importante notar que el conjunto de ecuaciones representadas en 3.14 y 3.15 es lineal. Lo cual permite ser incluido de una forma simple en el proceso de optimización de la forma,

$$\vec{l}b \leq \mathbf{A}_{m,n} \cdot \vec{\delta}_{p_{n,1}} \leq \vec{u}b \quad (3.16)$$

donde $\vec{u}b$ y $\vec{l}b$ se refieren a los vectores que contiene los límites superiores e inferiores de los actuadores tanto a nivel de posición como de velocidad y aceleración. En este caso $m = n_{ptos} \times GDL$ y $n = (n_H + 1) \times GDL$.

Como puede verse, parametrizar la trayectoria en los actuadores permite que las ecuaciones de restricción sean lineales. Esto no ocurre si se parametriza la trayectoria en las coordenadas del elemento terminal. Ahora bien, otras restricciones físicas que limitan el rango de movimiento del robot lo constituyen los pares esféricos. Su consideración conlleva a ecuaciones no lineales y son descritas en el siguiente apartado.

3.4.2. Restricciones debido a Pares Esféricos

La Figura 3.1 muestra un esquema de la sección transversal de un par esférico. En ella α representa el ángulo entre el eje de simetría del par y la barra conectada con la plataforma. El eje de simetría se refiere a la carcasa de la bola. La junta permite que α varíe hasta alcanzar el ángulo máximo α_{max} . Esto influye en la orientación de la plataforma móvil y en el espacio de trabajo manipulable. Las ecuaciones físicas impuestas por el par esférico sobre la cinemática, para un robot paralelo 3-RPS, han sido previamente estudiadas (LEE Y SHAH, 1988). Sin embargo, las ecuaciones de restricción fueron desarrolladas mediante un estudio cinemático basado en coordenadas cartesianas. En este apartado se desarrolla un procedimiento para incluir las ecuaciones de restricción de pares esféricos empleando las coordenadas generalizadas de nudo.

La carcasa que envuelve la bola del par esférico puede asumirse que va unida de forma rígida a la plataforma móvil. Así, el ángulo entre el eje de simetría del par y la plataforma es conocido y se denomina φ . En la Figura 3.1 es de 90° . A partir de φ es posible determinar el vector unitario que define la orientación del eje de simetría referido a la plataforma. Luego, el producto escalar del vector obtenido y el vector unitario en la dirección de la barra ligada a la plataforma determina el ángulo entre ambos (α). Este ángulo deberá ser menor que el máximo permitido por la junta ($\alpha_{max}/2$) a fin de cumplir la ecuación de restricción.

Como ejemplo considérese la plataforma de un robot paralelo completo de 3-GDL, Figura 3.2. El vector unitario \vec{u}_p que define el eje de simetría del par puede

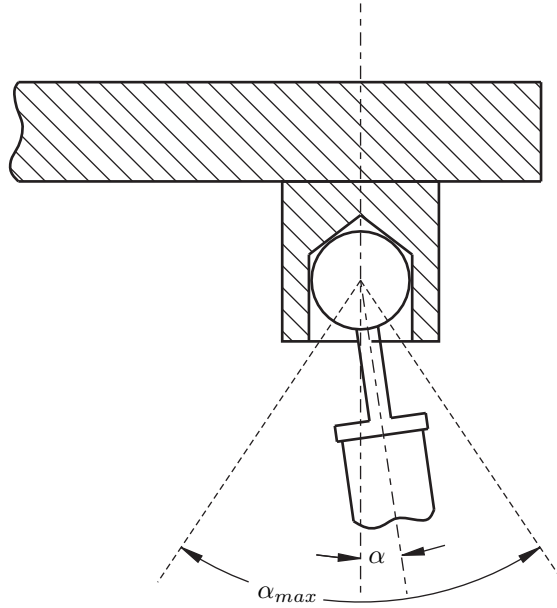


Figura 3.1: Esquema de una junta esférica

representarse en el sistema coordenado ligado a la plataforma móvil mediante los ángulos φ y γ de la forma,

$$\vec{u}_p = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) \cos(\gamma) & \cos(\varphi) \sin(\gamma) & \sin(\varphi) \end{bmatrix}^T \quad (3.17)$$

donde la línea definida por los puntos ubicados en el centro de la plataforma y el centro del par esférico definen el ángulo γ con respecto con el eje \vec{x}_p del sistema de referencia ligado a la plataforma móvil.

El vector representado en la ecuación 3.17 puede expresarse en el sistema coordenado ligado a la barra anterior mediante la matriz de rotación ${}^i R_p$. Una vez expresado el vector \vec{u}_p en el sistema coordenado i , el ángulo α queda definido por $\arccos(\vec{u}_p \cdot \vec{u}_i)$.

Las ecuaciones de restricción obtenidas mediante el producto escalar de los vectores unitarios \vec{u}_p y \vec{u}_i son no lineales. Estas se pueden expresar de la forma,

$$c(\vec{\delta})_{m \times 1} \leq 0 \quad (3.18)$$

siendo $m = n_{ptos} \times GDL$.

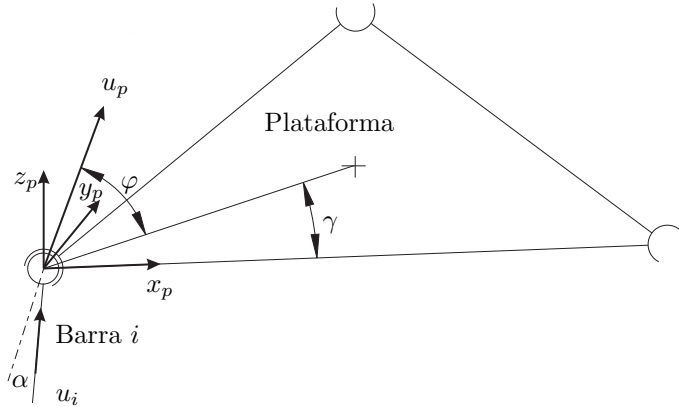


Figura 3.2: Determinación del ángulo de apertura del Par Esférico

3.4.3. Restricciones por el Espacio de Trabajo

La geometría de los pares cinemáticos, como se ha visto, introduce restricciones en el proceso de obtención de trayectorias óptimas. Estas restricciones pueden ser lineales y no lineales. La topología del robot, así como las dimensiones de sus barras, introducen restricciones con respecto al espacio de trabajo que puede alcanzar el robot. Las ecuaciones de restricción están asociadas con la resolución del problema cinemático directo, particularmente, con las configuraciones de singularidad del robot. Como se ha mencionado, la cinemática directa permite determinar las coordenadas secundarias a partir de las coordenadas generalizadas independientes, que en este caso corresponden con los pares actuados. Si se separa la ecuación de restricción de velocidad 2.4 en sus coordenadas generalizadas secundarias e independientes se tiene,

$$\mathbf{A}_i \vec{q}_i + \mathbf{A}_d \vec{q}_d = 0 \quad (3.19)$$

despejando las velocidades generalizadas secundarias se tiene,

$$\vec{q}_d = -\mathbf{A}_d^{-1} \mathbf{A}_i \vec{q}_i \quad (3.20)$$

La ecuación 3.20 presenta solución siempre y cuando la matriz \mathbf{A}_d pueda ser invertida. De esta forma, la matriz \mathbf{A}_d puede ser empleada para evitar que la trayectoria obtenida presente singularidades. La restricción debe cumplirse para los n_{ptos} de la trayectoria. El número de condición puede ser empleado para determinar lo cerca que se está de la singularidad. El espacio de trabajo manipulable puede definirse como el máximo valor permitido al número de condición (POND Y CARRETERO, 2007). Por consiguiente la ecuación de restricción, no lineal, se define como,

$$\kappa(\mathbf{A}_d) \leq J \quad (3.21)$$

siendo J el valor máximo permitido a fin de evitar las singularidades. Al respecto, POND Y CARRETERO (2007) emplean $J = 6$ para el análisis del espacio de trabajo manipulable de robots paralelos de configuración 3-RPS y 3-PRS. La ecuación 3.21 puede expresarse de forma similar a la ecuación 3.18 en el proceso de optimización.

Las ecuaciones de restricción, hasta ahora introducidas, se refieren a los aspectos geométricos del robot y sus pares. Durante el proceso de optimización se tiene que la resolución del problema cinemático directo depende de la estimación inicial utilizada para determinar las coordenadas generalizadas secundarias a partir de la coordenadas independientes. La relación se obtiene resolviendo el problema no lineal asociado a la resolución del problema cinemático directo. La convergencia hacia la solución buscada depende de la medida en que se disponga de una buena estimación inicial lo cual se presenta en el siguiente apartado.

3.4.4. Restricciones debido a la Estimación Inicial de la Trayectoria

Durante la optimización, a medida que se modifican los parámetros de la trayectoria, se modifica también la configuración inicial de la trayectoria. Es necesario que la configuración inicial de las coordenadas generalizadas independientes sea cercana al valor empleado como estimación en la solución del problema cinemático directo. En consecuencia, el proceso convergerá con mayor rapidez. Este problema puede ser abordado manteniendo los valores de las coordenadas generalizadas independientes de la configuración inicial en un rango determinado. La ecuación de restricción para dicha configuración puede ser obtenida sustituyendo $t = 0$ en la ecuación de posición (3.10). La ecuación obtenida resulta lineal y presenta la siguiente forma,

$$lb_{p_i} \leq q_{i0} + \sum_{j=1}^{n_H} -\frac{b_{ij}}{2\pi f j} \leq ub_{p_i} \quad (3.22)$$

siendo lb_{p_i} y lu_{p_i} los límites inferiores y superiores respectivamente del rango establecido para la configuración del robot de inicio de la trayectoria.

Como se puede apreciar, la ecuación 3.22 es lineal y puede, de un modo similar a la ecuación 3.16, ser introducida en el proceso de optimización como una restricción lineal.

Luego de introducir las ecuaciones de restricción utilizadas en la obtención de trayectorias óptimas, en el siguiente apartado se presentan ejemplos de trayectorias

obtenidas para la identificación de parámetros de los robots paralelos.

3.5. Ejemplos de Trayectorias Óptimas

Los criterios de diseño de las trayectorias óptimas, así como las ecuaciones de restricción a las cuales está sujeto el robot durante su movimiento, han sido introducidos en apartados anteriores. En este apartado, se presentan ejemplos de trayectorias óptimas obtenidas para robot paralelos completos de 3-GDL de configuraciones RPS y PRS. El problema de trayectorias consiste en un procedimiento de minimización de una función con múltiples variables, sometida a ecuaciones lineales y no lineales de restricciones. Lo anterior se puede resumir matemáticamente como,

$$\begin{aligned} & \text{mín } f(\vec{\delta}_p) \quad \vec{\delta}_p \in R^{n_p} \\ & \text{sujeto a } \begin{cases} c(\vec{\delta}_p) \leq 0 \\ \mathbf{A} \vec{\delta}_p \leq b \end{cases} \end{aligned} \quad (3.23)$$

donde $f(\vec{\delta}_p)$ puede definirse mediante los criterios indicados en la Tabla 3.1.

El procedimiento de obtención de la matriz \mathbf{W} y \mathbf{I}^* se esquematiza en la siguiente Figura 3.3.

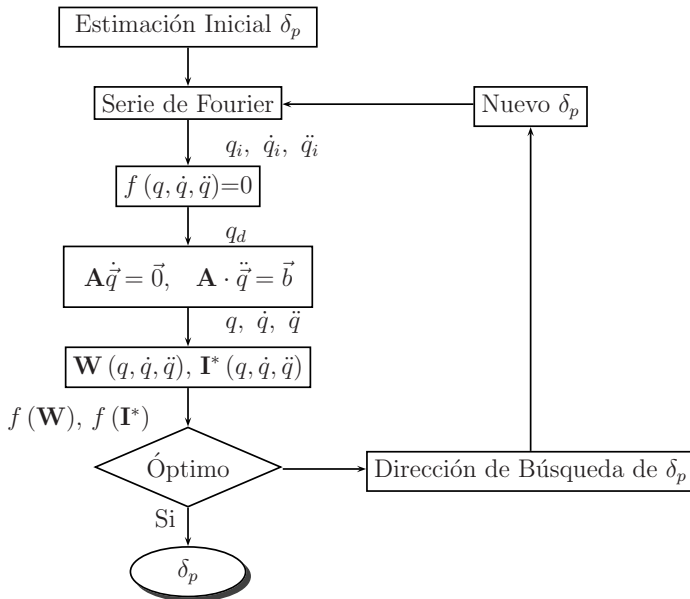


Figura 3.3: Esquema del proceso de obtención de \mathbf{W} y \mathbf{I}

Una matriz de observación bien condicionada corresponde con una trayectoria en la cual todos los parámetros dinámicos influyen en las fuerzas externas aplicadas por los actuadores. Por este motivo, las trayectorias utilizadas en esta tesis se derivan principalmente mediante dos criterios. El primero utilizando el criterio de minimizar $\kappa(\mathbf{W})$. El segundo, el criterio basado en el $-\log(\det(\mathbf{I}^*))$ y conocido como “*D-óptimo*”. Si bien el primer criterio permite identificar parámetros que disminuyen el error entre los experimentos y el modelo identificado, el criterio $-\log(\det(\mathbf{I}^*))$ permite obtener parámetros con menor desviación estándar. Por este motivo se incluyen también trayectorias óptimas obtenidas mediante el multicriterio propuesto en un apartado superior del presente capítulo. Se busca con este procedimiento aprovechar las ventajas de la combinación de ambos criterios.

De las ecuaciones de restricción presentadas en los apartados anteriores se observa que su dimensión depende del número de puntos utilizados n_{ptos} , los GDL y el número de armónicos empleados n_H . Los GDL y n_H puede ser establecidos con anterioridad. De igual manera puede ocurrir con el n_{ptos} . Sin embargo, si se considera una gran cantidad de puntos, el procedimiento de optimización requerirá de un considerable coste computacional. En el siguiente apartado se determina el número mínimo de puntos aconsejable a utilizar para la obtención de las trayectorias óptimas

3.5.1. Determinación del Número de puntos de la trayectoria

Si se toma como criterio de diseño el número de condición de la matriz de observación, su valor varía en función a la cantidad de puntos empleados. Se pueden estudiar trayectorias cualesquiera a fin de representar la influencia del número de puntos utilizados con respecto al valor de $\kappa(\mathbf{W})$. Estas trayectorias pueden ser obtenidas ajustando una serie de puntos a la serie de Fourier indicada en la ecuación 3.10. Se debe verificar que la trayectoria así obtenida satisfaga las restricciones debido a los pares y el espacio de trabajo del robot. Seguidamente se procede a evaluar el número de condición de la matriz de observación para diversos puntos de la trayectoria, es decir se evalúa la 3.10 en intervalos discretos a lo largo de la trayectoria.

La Figura 3.4(a) muestra la representación de dos trayectorias obtenidas de forma aleatoria y que satisfacen las restricciones del robot paralelo de configuración 3-RPS anteriormente mencionado. En ella se puede apreciar como a partir de 70 puntos, el número de condición de la matriz de observación se mantiene casi constante a medida que se incrementan los puntos utilizados. Este comportamiento fue observado cuando para diversas trayectorias aleatorias. Por tanto, para la determinación de trayectorias del robot 3-RPS se emplean 75 puntos.

Un procedimiento similar se realiza sobre el robot paralelo de configuración 3-PRS.

La Figura 3.4(b) indica que a partir de 60 puntos el número de condición de la matriz de observación se mantiene casi constante. Por consiguiente, para la determinación de trayectorias del robot 3-PRS se emplean 65 puntos.

Luego de determinar el número de puntos empleados para la optimización de la trayectoria, en el siguiente apartado se presentan ejemplos de la optimización de trayectoria desarrolladas sobre el robot paralelo de configuración 3-RPS.

3.5.2. Trayectorias Óptimas para un Robot Paralelo 3-RPS

En este apartado se presentan ejemplos de trayectorias obtenidas mediante optimización, para el robot paralelo del tipo 3-RPS que se dispone y mostrado en la Figura 3.5. Se realizan diversas optimizaciones agrupadas de acuerdo con el criterio empleado como función objetivo. Se obtienen trayectorias bajo los criterios: $\kappa(\mathbf{W})$, $-\log(\det(\mathbf{I}^*))$ y el multicriterio descrito con anterioridad. El modelo dinámico de sólido rígido del robot paralelo 3-RPS viene conformado por 70 parámetros. No obstante, solo 31 parámetros dinámicos de sólido rígido influyen en el comportamiento dinámico del robot. Mas aún, el modelo en parámetros base esta conformado por 25 parámetros que influyen bajo combinación lineal.

Una vez obtenida la matriz de rango completo utilizada en la identificación, se construye el modelo dinámico completo incluyendo la inercia de los rotores (3 parámetros). Además, se consideran diversos casos de fricción. Se obtienen trayectorias que incluyen solo fricción en las pares prismáticos (6 parámetros) y también considerando

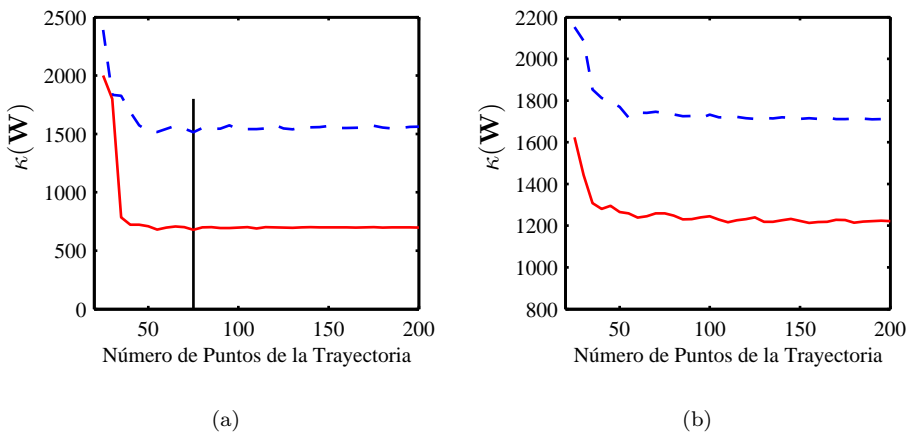


Figura 3.4: Relación entre $\kappa(\mathbf{W})$ y el número de puntos de la trayectoria robot paralelo (a) 3-RPS y (b) 3-PRS

el modelado de la fricción en pares prismáticas y de revolución (12 parámetros). En el modelado de la fricción se emplearon los modelos simétricos de fricción de Coulomb y viscosa.

En la optimización de la trayectoria, mediante un solo criterio, se emplea la rutina “*fmincon*” del paquete computacional Matlab. La rutina permite determinar el mínimo de una función no lineal sujeta a restricciones lineales y no lineales mediante un código basado en la Programación Secuencial Cuadrática. Se parametrizan las coordenadas generalizadas independientes mediante 11 funciones armónicas de la Serie de Fourier expresada en la Ecuación 3.10. Las restricciones empleadas se resumen seguidamente,

- El movimiento en los pares prismáticos se restringió en función al desplazamiento permitido por el actuador, el cual tiene una carrera de 0.3 m. Se emplean 0.524 y 0.784 m como límites inferior y superior de las coordenadas generalizadas independientes. Además, la velocidad de la junta se restringe en función de la velocidad permitida por el sistema de transmisión de potencia en el rango de -0.1 a 0.1 m/s.
- El ángulo de apertura de los pares esféricos ($\alpha_{max}/2$), por consideraciones geométricas, se limita a valores menores de 43° .
- A fin de mejorar la convergencia, el punto inicial de la trayectoria se restringe al rango 0.650 a 0.750 m.

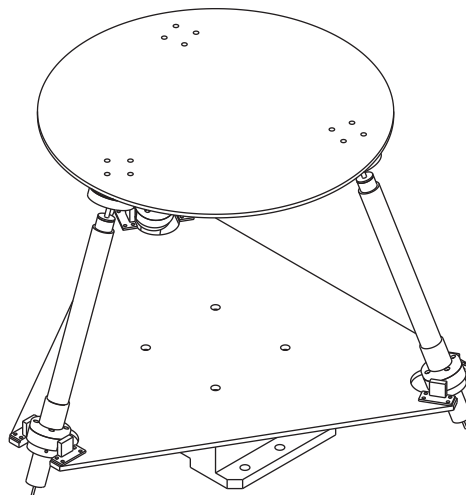


Figura 3.5: Representación CAD del robot paralelo 3-RPS.

La estimación inicial de los coeficientes de Fourier de la trayectorias se genera de forma aleatoria. La Figura 3.6(a) muestra una de las trayectorias obtenidas para las coordenadas generalizadas independientes del robot. Se obtienen considerando modelos de fricción solo en los pares prismáticos. Se emplea el criterio $-\log(\det(\mathbf{I}^*))$ como función objetivo. La trayectoria en particular se obtuvo luego 246 iteraciones, donde las condiciones de convergencia fueron satisfechas. La tolerancia para verificar la convergencia de la función objetivo es de $10e-6$. Tal como se aprecia en la figura, el tiempo de duración de la trayectoria fue de 7.5 s y la función objetivo converge al valor $-\log(\det(\mathbf{I}^*)) = -107$. A fines comparativos se evalúa el número de condición de la matriz de observación $\kappa(\mathbf{W}) = 1069$.

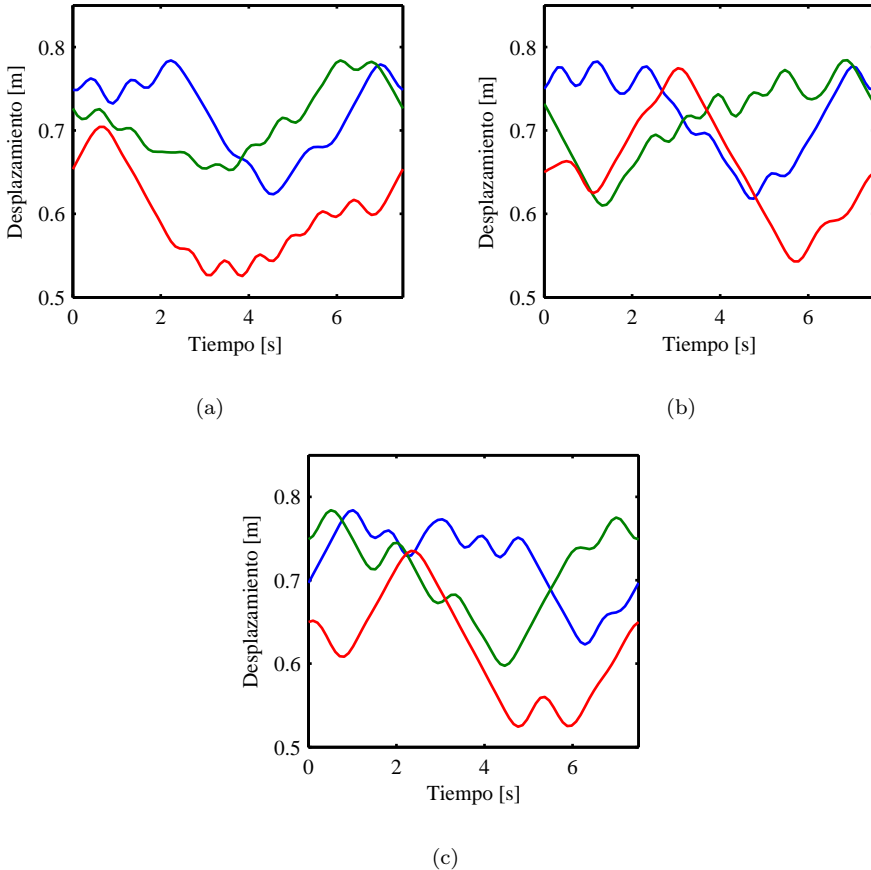


Figura 3.6: Trayectorias óptimas mediante los criterios (a) $-\log(\det(\mathbf{I}^*))$, (b) $\kappa(\mathbf{W})$ y (c) Multiobjetivo para el Robot 3-RPS.

Por otra parte, la Figura 3.6(b), muestra las trayectorias obtenidas para las coordenadas generalizadas independientes cuando se utilizó el criterio $\kappa(\mathbf{W})$. Se emplean igualmente 11 funciones armónicas y las ecuaciones de restricción ya descritas. La trayectoria en particular se obtuvo luego de 180 iteraciones. La tolerancia para verificar la convergencia de la función objetivo fue de $10e-6$ y, de igual manera, el tiempo de duración de la trayectoria es de 7.5 s. La función objetivo presenta el valor de 569. A fines comparativos se evalúa el criterio *D-óptimo* $-\log(\det(\mathbf{I}^*)) = -99$. Es de hacer notar que el número de condición obtenido es menor que el alcanzado cuando $-\log(\det(\mathbf{I}^*))$ se empleó como criterio de optimización. Esta anotación puede extenderse para las diversas trayectorias obtenidas empleando ambos criterios. Las primeras dos columnas de la Tabla 3.2 resumen los valores de cuatro conjuntos de trayectorias obtenidas mediante optimización de acuerdo a cada criterio. Como se puede apreciar cuando se evalúa el criterio no usado en la optimización, se observa que su valor es mayor que el obtenido cuando este último es usado como criterio.

A fin de considerar trayectorias con base a más de un criterio se obtienen trayectorias empleando el procedimiento de optimización multicriterio ya descrito. Se emplea la rutina *“goalattain”* incluida en el paquete computacional Matlab. Las metas a ser alcanzadas se seleccionan en función de los valores obtenidos para las trayectorias basadas en un solo criterio. Así pues, $F_1 < 650$ y $F_2 < -105$. Se emplea una tolerancia de $10e-6$, para las optimizaciones. De igual manera que en los casos anteriores, la estimación inicial de los coeficientes de Fourier se obtiene de forma aleatoria. La Figura 3.6(c) muestra la representación una trayectoria obtenida con $\kappa(\mathbf{W}) = 639$ y $-\log(\det(\mathbf{I}^*)) = -106$. La convergencia se alcanza luego de 70 iteraciones. El número de iteraciones y el correspondiente tiempo de computo es menor que cuando se considera un solo criterio en la optimización. Si bien es de resaltar que los pasos iniciales del procedimiento multicriterio requiere de optimizaciones en base a un sólo criterio para determinar el valor de cada una de las metas.

Tabla 3.2: Valores de la Funciones Objetivo.

Criterio	$\kappa(\mathbf{W})$		$-\log(\det(\mathbf{I}^*))$		Multiobjetivo	
Valor	$\kappa(\mathbf{W})$	$-\log(\det(\mathbf{I}^*))$	$\kappa(\mathbf{W})$	$-\log(\det(\mathbf{I}^*))$	$\kappa(\mathbf{W})$	$-\log(\det(\mathbf{I}^*))$
1	595	-93	1285	-110	561	-107
2	555	-98	1553	-108	613	-105
3	577	-94	1504	-107	605	-106
4	806	-86	1802	-104	590	-110

3.5.3. Trayectorias Óptimas para un Robot Paralelo 3-PRS

Se presentan en este apartado el diseño de trayectorias óptimas para un robot paralelo de configuración 3-PRS que, como se ha mencionado, fue desarrollado en el marco experimental de la presente tesis. Una representación pictórica de robot se presenta en la Figura 3.7. En la optimización de la trayectoria mediante un solo criterio se emplea la rutina “*fmincon*” anteriormente mencionada.

A diferencia de la trayectoria obtenida para el robot 3-RPS en este caso se emplea un tiempo de 10 segundos de movimiento de la trayectoria. Se utilizan además 100 puntos para generar el sistema sobredeterminado que constituye la matriz de observación. Adicionalmente, se parametriza cada coordenada generalizada independiente mediante 11 funciones armónicas. Las restricciones empleadas se resumen seguidamente,

- El movimiento en pares prismáticos se restringe en función al desplazamiento permitido por el actuador, el cual tiene una carrera de 0.500 m. Se emplea 0.750 y 1.170 m como límites inferior y superior de las coordenadas generalizadas independientes. De igual forma la velocidad de la junta se restringe, en el rango de -0.15 a 0.15 m/s.
- El ángulo de apertura de los pares esféricos ($\alpha_{max}/2$), por consideraciones geométricas, se limita a valores menores de 43° .

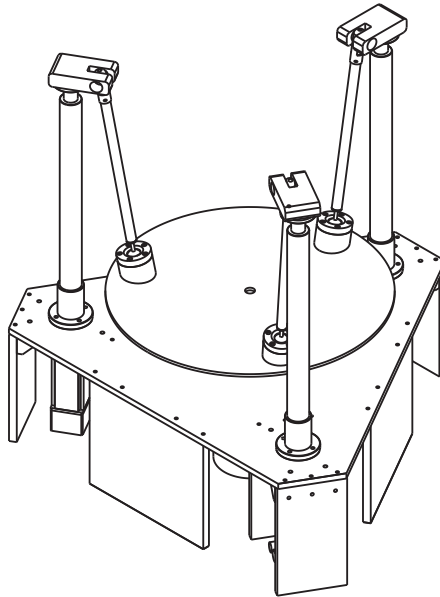


Figura 3.7: Representación CAD Robot Paralelo 3-PRS

La estimación inicial de los coeficientes de Fourier de la trayectorias se genera de forma aleatoria. La Figura 3.8(a) muestra una de las trayectorias obtenidas para las coordenadas generalizadas independientes del robot. Se obtienen considerando modelos de fricción sólo en los pares prismáticos. Se emplea el criterio $-\log(\det(\mathbf{I}^*))$ como función objetivo. La tolerancia para verificar la convergencia de la función objetivo es de $10e-6$ y ésta se alcanza tras 111 iteraciones. El valor final fue de -62 mientras que el número de condición de la matriz de observación para la trayectoria obtenida es de $\kappa(\mathbf{W}) = 51$. En la Figura 3.8(c) se incluye el comportamiento de la trayectoria óptima obtenida mediante el multicriterio correspondiente a $\kappa(\mathbf{W}) = 61$ y $-\log(\det(\mathbf{I}^*)) = -107$.

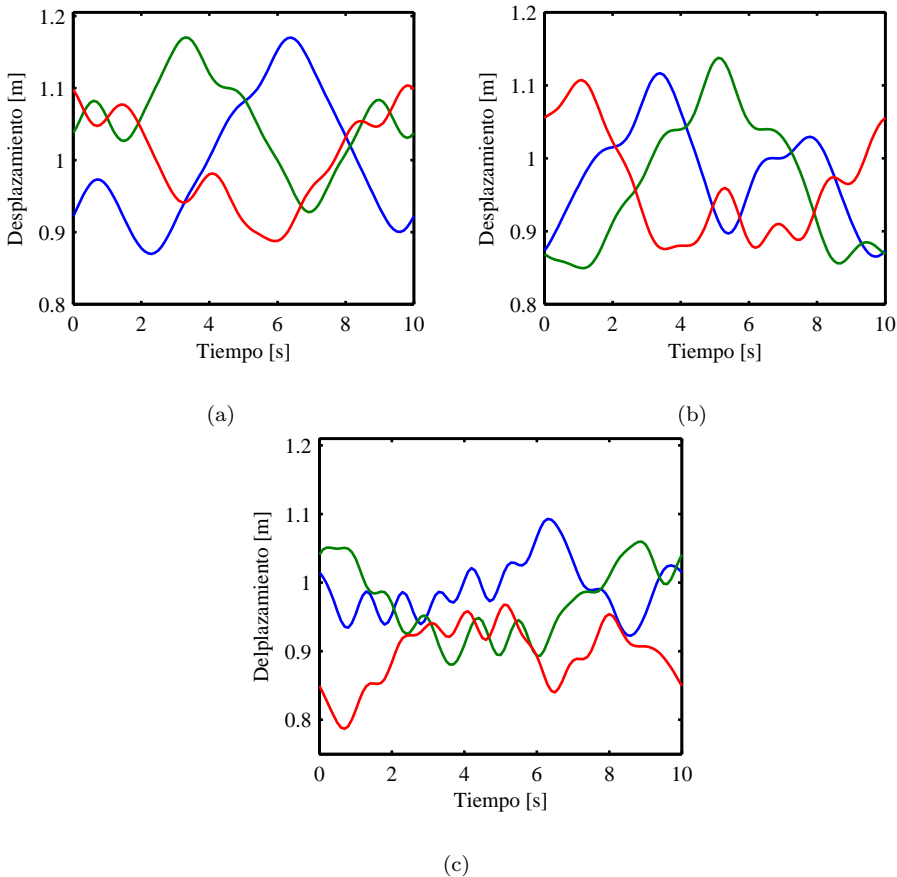


Figura 3.8: Trayectorias Óptimas mediante los criterios (a) $-\log(\det(\mathbf{I}^*))$, (b) $\kappa(\mathbf{W})$ y (c) Multicriterio para el Robot 3-PRS.

La Figura 3.8(b) muestra la representación de una trayectoria obtenida bajo el criterio del número de condición de la matriz de observación. El valor final de la función objetivo, $\kappa(\mathbf{W}) = 36.2$, se obtiene tras 158 iteraciones. La tolerancias para verificar la convergencia es similar a los casos anteriormente mostrados. El valor del criterio *D-óptimo* fue de $-\log(\det(\mathbf{I}^*)) = -58$.

En la Tabla 3.3 se listan los valores obtenidos para diversas trayectorias en función de los criterios considerados. Como puede apreciarse el multicriterio propuesto logra obtener trayectorias con números de condición y $-\log(\det(\mathbf{I}^*))$ intermedios con respecto a los basados en un solo criterio.

3.6. Adquisición de Datos y Procesamiento

3.6.1. Mediciones

Es de recordar que las variables necesarias para la identificación de parámetros son las fuerzas ejercidas por los actuadores, la posición y las derivadas temporales de las coordenadas generalizadas. Generalmente no se dispone de una medición directa de las fuerzas en los actuadores. Un enfoque altamente aceptado es asumir una relación lineal entre la corriente y el par aplicado por el motor,

$$\tau_m = K_m i_m \quad (3.24)$$

donde τ_m es el torque aplicado por el motor, i_m es la corriente y K_m es la constante que relaciona las anteriores variables. Esta constante puede determinarse experimentalmente sobre los motores o mediante experimentos realizados directamente sobre el robot (CORKE, 1996).

Por otra parte, la mayoría de los robots industriales vienen provistos de instrumentos de medición de la posición con una elevada exactitud. Sin embargo, no disponen, por lo general, de instrumentos para la medición directa de la velocidad y la ace-

Tabla 3.3: Valores de la Funciones Objetivo Robot Paralelo 3-PRS.

Criterio	$\kappa(\mathbf{W})$		$-\log(\det(\mathbf{I}^*))$		Multiobjetivo	
Valor	$\kappa(\mathbf{W})$	$-\log(\det(\mathbf{I}^*))$	$\kappa(\mathbf{W})$	$-\log(\det(\mathbf{I}^*))$	$\kappa(\mathbf{W})$	$-\log(\det(\mathbf{I}^*))$
1	43	-62	64	-72	61	-107
2	43	-66	112	-72	112	-105
3	44	-60	63	-73	63	-106
4	45	-60	53	-74	53	-110

leración. Una forma de obtener dichas variables es mediante la derivación numérica de la posición medida mediante diferencias centrales (KHALIL Y DOMBRE, 2002). La velocidad viene dada mediante la ecuación,

$$\dot{q}_i(t) = \frac{(q_i(t+1) - q_i(t-1))}{2\Delta t} \quad (3.25)$$

Otro enfoque sugieren reajustar las mediciones de posición a la trayectoria utilizada en el proceso de optimización pudiendo ser determinadas la primera y segunda derivada de forma analítica (SWEVERS ET AL., 1996). En el desarrollo experimental de esta tesis, a fin de determinar un procedimiento apropiado para hallar las derivadas temporales de las coordenadas generalizadas, se elabora una comparación entre tres métodos. La comparación se lleva a cabo sobre el robot paralelo 3-RPS y se realiza entre la medición obtenida por un acelerómetro ubicado en una de las patas del robot y con respecto a los siguientes procedimientos (DÍAZ-RODRÍGUEZ ET AL., 2007, 2009b),

- Filtrado de la posición medida mediante un filtro de paso bajo para luego obtener las derivadas mediante derivación numérica (KHALIL Y DOMBRE, 2002).
- Mediante el reajuste de la posición medida a la serie de Fourier utilizada en la optimización (SWEVERS ET AL., 1996).
- Determinación mediante un Ajuste Local (PAGE ET AL., 2006) el cual consiste en realizar un ajuste local de un polinomio de 3er grado para cada dato. Luego, las velocidades y aceleraciones son obtenidas tras derivar cada polinomio.

En los resultados del trabajo (DÍAZ-RODRÍGUEZ ET AL., 2007, 2009b) se concluye que los tres métodos dan resultados similares para el robot analizado. Por las ventajas adicionales que presenta la obtención de las variables mediante la serie de Fourier (SWEVERS ET AL., 1996) se opta, en esta tesis, por determinar las derivadas en el tiempo mediante la derivación analítica de la función obtenida por ajuste de la serie de Fourier.

3.6.2. Procesamiento de Datos

Una de las ventajas de utilizar trayectorias con un comportamiento periódico, es la posibilidad de repetir la trayectoria, M veces, durante el ensayo. De esta forma, es posible establecer algunas propiedades estadísticas sobre la señal medida. La varianza en la medición del par vendrá dada por,

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{n_{ptos}(M-1)} \sum_{k=1}^{n_{ptos}} \sum_{j=1}^M (\tau_{ij}(k) - \bar{\tau}_i(k))^2 \quad (3.26)$$

donde $\tau_{ij}(k)$ representa la medición k de la fuerza generalizada del par i durante la repetición de la trayectoria j y $\bar{\tau}_i$ representa el promedio de las M repeticiones del par en el par i para la medición k .

La ecuación anterior puede ser empleada para estimar el error cuadrático medio del par medido y su resultado puede ser comparado con el nivel de error obtenido en la verificación de los parámetros identificados.

La ecuación 3.26 puede ser empleada también para estimar la varianza de las medición de la posición de las coordenadas generalizadas. Para su aplicación se sustituye $\tau_{ij}(k)$ por $q_{ij}(k)$ y $\bar{\tau}_i$ por \bar{q}_i .

3.7. Resumen

En este capítulo, se presentaron los criterios y procedimientos empleados para diseñar los experimentos, de forma tal que la certidumbre con la cual se determinan los parámetros se incremente. Se mostraron principalmente dos criterios. Un criterio basado en la minimización del número de condición de la matriz de observación y un segundo criterio basado en un marco estadístico denominado *D-óptimo* el cual busca minimizar la varianza de los parámetros obtenidos. Se describió también el procedimiento para obtener las trayectorias óptimas mediante la parametrización de las trayectorias. Durante la optimización es necesario incluir las ecuaciones de restricción que eviten que el robot opere fuera de su espacio de trabajo. Por tanto, restricciones lineales y no lineales fueron presentadas. La resolución del problema de optimización, cuando se empleó un solo criterio, se llevo acabo mediante técnicas de optimización no lineal. A su vez, se propuso un procedimiento que permite obtener trayectorias en base a más de un criterio. El procedimiento propuesto se basa en técnicas de optimización multicriterio, específicamente, en procedimientos basados en la consecución de metas. Finalmente, se presentaron ejemplos de trayectorias óptimas para robots paralelos 3-RPS y el 3-PRS los cuales son utilizados en el siguiente capítulo como casos de estudio para analizar la identificación de los parámetros dinámicos de dichos robots.

Capítulo 4

Casos de Estudio: Robots Paralelos de 3-GDL

En el capítulo 2 se presentaron las ecuaciones que definen el modelo dinámico empleado en la identificación de parámetros de robots paralelos. En el capítulo 3, se presentó el diseño de los experimentos orientados a mejorar el proceso de identificación de parámetros. En el caso particular de la identificación de parámetros dinámicos de robots, el diseño del experimento se basa en la obtención de las trayectorias óptimas para luego proceder a realizar el experimento sobre el robot en estudio. Durante el experimento se miden las variables necesarias para la identificación, en este caso, las posiciones y las fuerzas ejercidas por los actuadores. Seguidamente, se construye el sistema sobredeterminado, lineal o no lineal, y se procede a estimar los parámetros del modelo.

Cuando se lleva a cabo la identificación de parámetros mediante experimentos, se presentan, principalmente, dos fuentes importantes de error. Por un lado, no todos los aspectos del robot pueden ser modelados de forma rigurosa. Esto hecho hace que se presenten discrepancias entre el modelo identificado y el robot real. Adicionalmente, las mediciones realizadas durante el experimento contienen ruido. Estas fuentes de error hacen que ciertos parámetros base no puedan ser identificados adecuadamente. En efecto, esto puede ocurrir cuando la contribución de algunos parámetros con respecto a la respuesta dinámica (fuerzas generalizadas) del robot es relativamente baja en comparación con la contribución de los restantes parámetros de modelo. De igual manera, puede ocurrir cuando su contribución es menor que el ruido en la medición.

El objetivo de este capítulo consiste en estudiar la presencia de estas fuentes de error sobre los resultados de los parámetros base identificados. Se presentan dos

casos de estudio realizados sobre robots paralelos completos de 3-GDL. El primero un robot paralelo 3-RPS, el segundo un robot paralelo 3-PRS. Se estudia, mediante robots simulados, la identificabilidad de los parámetros, es decir, la certidumbre con la cual son obtenidos los parámetros bajo la influencia de errores de medición y de discrepancias en el modelado. Posteriormente, las conclusiones del estudio se aplican en la identificación de un robot real. Los robots simulados fueron desarrollados en el paquete de propósito general MSC-ADAMS. Éstos han sido desarrollados de forma tal que su comportamiento dinámico fuese lo más cercano al comportamiento de su equivalente robot real. Seguidamente, se describen los procedimientos utilizados para evaluar la identificabilidad de los parámetros en presencia de ruido en la señal y discrepancias en el modelado.

4.1. Métodos y Ensayos

La identificabilidad de los parámetros dinámicos de los robot paralelos es estudiada considerando un robot simulado equivalente a uno real. La estimación de los parámetros se realiza empleando la técnica de Mínimos Cuadrados. Los experimentos son desarrollados en base a las trayectorias óptimas descritas en el capítulo anterior. Se emplea el número de condición de la matriz de observación como criterio de diseño de la trayectoria. El ambiente de programación de Matlab es empleado para realizar el diseño del experimento y la identificación. La Figura 4.1 muestra el esquema utilizado para evaluar la identificabilidad.

Se aprecia que las fuerzas generalizadas son obtenidas a partir de un robot simulado desarrollado en el programa multipropósito MSC-ADAMS. El robot simulado,

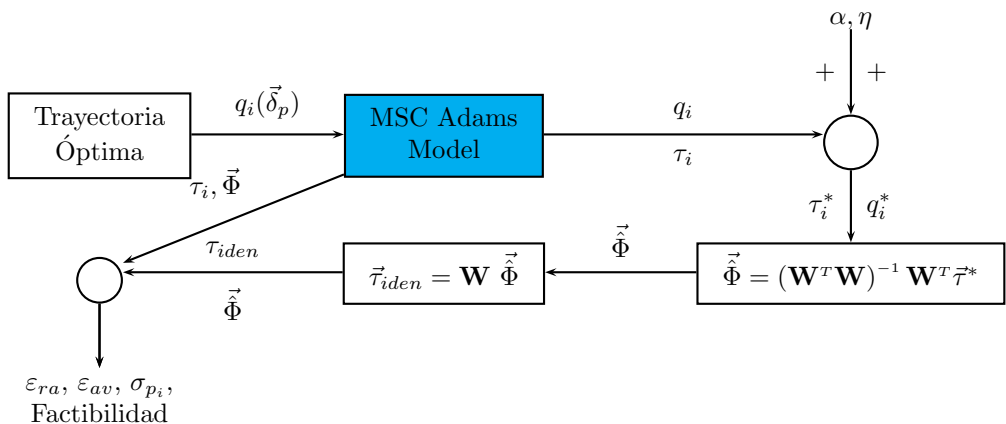


Figura 4.1: Esquema del estudio de la identificabilidad

como ha sido mencionado anteriormente, fue elaborado del tal manera que su comportamiento dinámico fuese lo mas cercano posible al comportamiento de un robot real (incluyendo modelado de fricción y de elementos activos). Para ello, los parámetros dinámicos de sólido rígido fueron obtenidos a partir de modelos CAD del robot. Además, los parámetros de fricción se obtuvieron de experimentos realizados, con anterioridad, directamente sobre actuadores lineales (FARHAT, 2006). La inercia del rotor del robot simulado fue incluida considerándola similar a la de un cilindro macizo de dimensiones similares a las del tornillo. Los valores finales de los parámetros fueron obtenidos, luego de numerosos intentos, al ajustar su comportamiento con los datos del robot real mediante ensayo y error. A fin de tener una idea sobre la cercanía del comportamiento dinámico del robot simulado y el robot real, se presenta en la Figura 4.2 una comparación entre ambos robots para tres trayectorias óptimas de números de condición 571, 595 y 601. Los resultados corresponde al modelo simulado del robot 3-RPS. La figura muestra una comparación de un solo actuador para cada trayectoria. Se puede apreciar que las respuestas dinámicas son bastante cercanas. El comportamiento de los restantes actuadores, entre el robot simulado y el real, es similar. Es de mencionar que las trayectorias están basadas en series de Fourier con 11 funciones armónicas.

El procedimiento utilizado para evaluar la influencia del ruido en la señal y efectos no modelados en la identificación de los parámetros dinámicos, se puede resumir en los siguientes puntos:

- Se estudia la influencia de los errores de medición añadiendo ruido a: 1) Las fuerzas generalizadas obtenidas del robot simulado MSC-Adams y, 2) Las coordenadas generalizadas independientes a nivel de posición. Se estudia con este caso el desempeño de la identificación de parámetros dinámicos en presencia de ruido en la señal.
- Se estudian los resultados de la identificación cuando existe discrepancias entre el modelo utilizado para identificar con el modelo virtual. Se consideran los siguientes casos. 1) Se introducen modelos no lineales de fricción en los pares prismáticos y se identifica mediante modelos lineales de fricción, 2) Se introducen modelos de fricción en las pares de revolución pero se identifica con un modelo que excluye la fricción en dichos pares y, por último, 3) Se excluye del modelo dinámico empleado en la identificación la inercia de los rotores, mas no así en el robot virtual.

La evaluación de la identificabilidad de los parámetros se estudió en base a la desviación estándar relativa obtenida de cada parámetro (KHALIL Y DOMBRE, 2002)

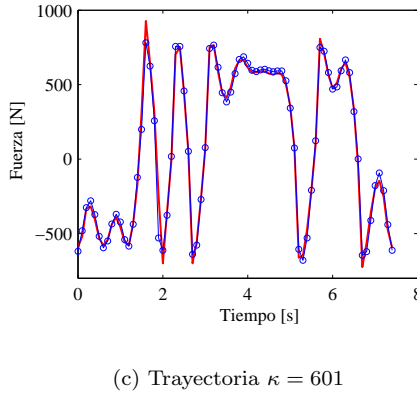
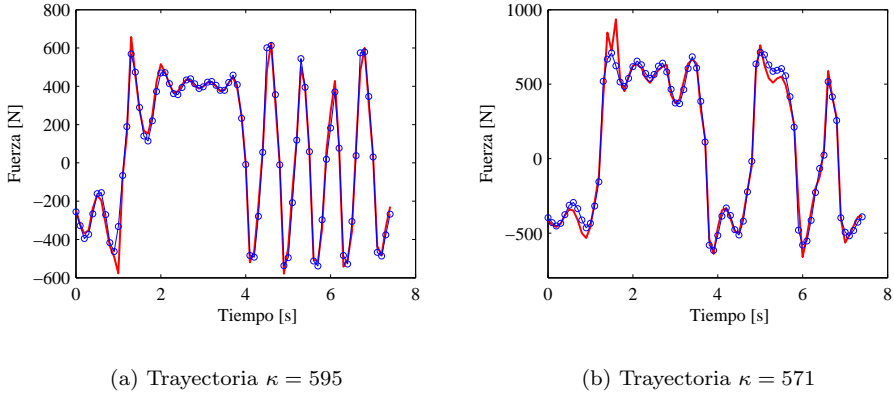


Figura 4.2: Comparación entre las fuerzas generalizadas obtenidas a partir del robot real (—) y el robot simulado (o—).

y a la factibilidad física (YOSHIDA Y KHALIL, 2000). Estos índices se describen con más detalle seguidamente.

4.1.1. Análisis de la Desviación Estándar

El hecho de que la matriz de covarianza $\sigma^2 \mathbf{I}^{-1}$, (siendo σ la desviación estándar e \mathbf{I} la matriz de información), pueda aproximarse a $s^2 \mathbf{I}^*^{-1}$ (donde s^2 es el error cuadrático medio e \mathbf{I}^* la matriz de observación que depende de las coordenadas generalizadas medidas en los experimentos) permite determinar la desviación estándar de los parámetros mediante la siguiente expresión,

$$\sigma_{x_i} = \sqrt{\mathbf{I}_{i,i}^*} \quad (4.1)$$

Expresada de forma relativa se tiene,

$$\sigma_{p_i} = \frac{\sigma_i}{\Phi_i} \cdot 100 \quad (4.2)$$

donde Φ_i es el valor estimado del parámetro i .

A partir de la desviación estándar relativa se puede establecer cuales parámetros son identificados de una forma apropiada. Por ejemplo, parámetros con una desviación 10 veces mayor que el valor de la mínima σ_{p_i} obtenida ($\sigma_{p_i} > 10 \cdot \text{mín}(\sigma_{p_i})$) se considera que no son identificables de una forma apropiada (KHALIL Y DOMBRE, 2002). Es importante resaltar que para realizar la aproximación que permite obtener la desviación estándar se asume que la matriz \mathbf{W} es determinística y que la media del error cuadrático de la identificación es igual a cero.

4.1.2. Factibilidad Física

Por otra parte, se ha considerado que el conjunto final de parámetros identificados debe ser factible. La factibilidad física es de suma importancia en la resolución del PDD, ya que si los parámetros no son factibles puede presentarse el caso de que la matriz de masas no pueda invertirse y por consiguiente la simulación es propensa a fallar. La factibilidad física puede evaluarse a partir de las ecuaciones introducidas por YOSHIDA Y KHALIL (2000),

$$\begin{aligned} m_i &> 0 \\ I_{xx}^g &> 0 \\ I_{xx}^g I_{yy}^g - (I_{xy}^g)^2 &> 0 \\ \det({}^i I_i^g) &= I_{xx}^g I_{yy}^g I_{zz}^g + 2 I_{xy}^g I_{xz}^g I_{yz}^g - I_{xx}^g (I_{yz}^g)^2 - I_{yy}^g (I_{xz}^g)^2 - I_{zz}^g (I_{xy}^g)^2 > 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

siendo I_{xx}^g , I_{xy}^g , I_{xz}^g , I_{yy}^g , I_{yz}^g y I_{zz}^g los componentes de la matriz de inercia ${}^i I_i^g$ con respecto al sistema de referencia referido al centro de gravedad de la barra i .

Nótese la dificultad de evaluar las ecuaciones de factibilidad, ya que ellas están referidas a los parámetros físicos reales de las barras. Ahora bien, para el estudio de la factibilidad utilizado en este capítulo nos limitaremos a considerar la factibilidad basada en los valores de ciertos parámetros, específicamente, aquellos cuya agrupación permite inferir que su valor debe de ser positivo. Además, se consideran los parámetros de fricción y de inercia de los rotores que deben ser positivos.

4.1.3. Verificación de la Identificación

Por último, se indican seguidamente los índices de verificación de la habilidad del modelo para predecir el comportamiento dinámico del robot. La evaluación del error global de la estimación se realiza mediante el error absoluto relativo (ε_{ra}) definido como,

$$\varepsilon_{ra} = \frac{\sum_i |\tau_{idn_i} - \tau_i^*|}{\sum_i |\tau_i^* - \bar{\tau}^*|} \quad (4.4)$$

donde, τ^* y τ_{idn} son respectivamente las fuerzas del sistema real y las obtenidas mediante el modelo utilizando los parámetros identificados y, $\bar{\tau}^*$ es la media del vector $\vec{\tau}^*$.

La posibilidad de utilizar un robot simulado permite comparar los valores de los parámetros identificados con respecto a los valores “*exactos*” provenientes del robot simulado. Por consiguiente, el promedio del error relativo entre los parámetros identificados y los valores “*exactos*” puede ser utilizado como medida de la certidumbre con la cual se determinan los parámetros. Este error se determina mediante la siguiente expresión,

$$\varepsilon_{av} = \frac{1}{n_p} \sum_{i=1}^{n_p} \left| \frac{\Phi_i - \widehat{\Phi}_i}{\Phi_i} \right| \quad (4.5)$$

donde Φ_i son las componentes del vector que agrupa los valores provenientes del modelo simulado, “*valores exactos*”, y $\widehat{\Phi}_i$ los valores identificados. El escalar n_p indica el número de parámetros del modelo. La determinación de ε_{av} se realiza con los parámetros que resulten identificables desde el punto de vista estadístico (desviación estándar).

4.2. Identificabilidad de los Parámetros Dinámicos de un Robot Paralelo 3-RPS

Se muestra en la Figura 4.3 el robot paralelo de configuración 3-RPS utilizado como primer caso de estudio. Como puede apreciarse, el robot está constituido de una plataforma base unida a una plataforma móvil mediante tres actuadores lineales. Los actuadores constituyen las *patas* del robot y pueden ser modeladas como dos barras. Una barra inferior, constituida por el tubo exterior del actuador, unida a la plataforma base mediante un par de revolución. La segunda barra la conforma la parte interna del actuador y va conectada a la plataforma móvil mediante un par esférico. El

sistema de transmisión de movimiento entre la parte interior y exterior del actuador viene dado por un tornillo de potencia de bolas. El tornillo de potencia transforma el movimiento de rotación de un motor de corriente continua en movimiento lineal del tornillo, por lo cual, la unión entre la barra inferior y superior puede ser modelada como un par prismático. De esta forma cada *pata* puede verse como una cadena cinemática de pares R-P-S.

En el desarrollo del modelo dinámico, como se ha mencionado, se emplea la notación D-H modificada. Para obtener el sistema equivalente de las cadenas abiertas, se ha seccionado el robot en dos de sus pares esféricos. De esta forma, una de las cadenas cinemáticas abiertas incluye la plataforma móvil. La Tabla 4.1 resume los parámetros D-H de la *pata* del robot, que contiene la plataforma móvil.

El modelo dinámico de cuerpo rígido presenta 7 barras: dos barras por cada pierna y la plataforma móvil. Se tienen 10 parámetros inerciales por barra, con lo cual el modelo queda constituido por 70 parámetros. En forma matricial el sistema sobredeterminado construido para n_{pts} puede expresarse de la siguiente forma,

$$\mathbf{W}_{(n_{DOF} \cdot n_{pts}) \times (70 + n_{fric} + n_J)} \cdot \vec{\Phi}_{(70 + n_{fric} + n_J) \times 1} = \vec{\tau}_{(n_{DOF} \cdot n_{pts}) \times 1} \quad (4.6)$$

donde n_{fric} y n_J contabilizan el número de parámetros de fricción y de la inercia de los motores respectivamente.

Los parámetros de fricción vendrán dados en dependencia del modelo utilizado. Si se emplean modelos asimétricos de fricción de Coulomb y simétrico de Fricción viscosa en cada par prismático, se tiene que el modelado de fricción aportará 9 parámetros.



Figura 4.3: Robot paralelo 3-RPS

Tabla 4.1: Parámetros D-H de la cadena que comparte la plataforma móvil del robot paralelo 3-PRS

i	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	$\frac{\pi}{3}$	0	q_1
2	0	$-\frac{\pi}{2}$	q_2	0
3	0	$\frac{\pi}{2}$	0	q_3
4	0	$\frac{\pi}{2}$	0	q_4
5	0	$\frac{\pi}{2}$	0	q_5

Con respecto a la inercia de los motores, estos aportarán un parámetro inercial correspondiente a la inercia del rotor (I_r). De igual manera, el tornillo de potencia presenta una inercia en la dirección perpendicular a su rotación (I_s). Los efectos inerciales de los parámetros del rotor y del tornillo generan pares dinámicos en la misma dirección de rotación. Por consiguiente, pueden considerarse conjuntamente como una inercia concentrada ($I_r + I_s$). Se tiene entonces un parámetro por actuador.

Como se ha mencionado, el modelo total obtenido no describe de forma independiente la dinámica del robot. Principalmente, algunos de los parámetros inerciales de sólido rígido no afectan la dinámica del robot. Mas aún, algunos de ellos solo afectan bajo combinaciones lineales. Por lo tanto, es necesario hallar el modelo dinámico en parámetros base siguiendo los procedimientos descritos en la Sección 2.6. De esta manera el modelo indicado en la ecuación 4.6 se reduce,

$$\mathbf{W}_{red} \left(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}} \right) \cdot \vec{\Phi}_{base} = \vec{\tau} \quad (4.7)$$

donde la matriz reducida W_{red} es obtenida luego de aplicar el procedimiento basado en SVD. El vector $\vec{\Phi}_{base}$ de parámetros base contiene: 1) 25 parámetros base constituidos por la combinación lineal de parámetros dinámicos de sólido rígido. 2) n_{fric} parámetros de fricción y 3) Tres parámetros debido a la inercia de los rotores y de los tornillos.

La selección de las columnas que conforman la matriz \mathbf{W}_{red} no es única. El requisito para construir la matriz reducida es que sea de rango completo. La selección de la matriz puede realizarse en base al número de condición obtenido en cada una de las diversas posibilidades de ensamblar la matriz. Cada conjunto de matrices \mathbf{W}_{red} puede someterse a un proceso de optimización de trayectorias. La matriz que presente menor valor del criterio óptimo puede así ser seleccionada. Es de resaltar que en el caso particular del robot 3-RPS, se analizaron tres conjuntos de reagrupación de parámetros. Los número de condición de la matriz \mathbf{W}_{red} para los conjuntos seleccio-

nados arrojaron valores similares. La Tabla 4.2 muestra el conjunto de 25 parámetros base de sólido rígido. Como se aprecia en la tabla, los parámetros se presentan como expresiones simbólicas.

La representación simbólica se ha obtenido partiendo de las relaciones numéricas logradas mediante la SVD de los parámetros base. Después, se relacionan los valores numéricos con las dimensiones del robot empleando el procedimiento de análisis dimensional propuesto por IRIARTE ET AL. (2009). Las dimensiones indicadas en la tabla se refieren a las mostradas en la Figura 4.4. Es importante destacar que el modelo así obtenido es general y válido para robots paralelos de configuración 3-RPS, similar al reseñado en este capítulo, lo cual resulta ventajoso.

Si se toma en consideración la geometría de las piezas que conforman el robot, algunos parámetros de sólido rígido presenta valores iguales o cercanos a cero. La Figura 4.5 muestra la representación pictórica de uno de los actuadores del robot, con la localización y orientación de los sistema de referencia ligados a las barras. De dicha figura se puede inferir con gran certidumbre que, debido a la geometría cilíndrica del actuador, el centro de gravedad subyace en un eje paralelo al movimiento del actuador. En el caso estudiado, el centro de gravedad puede suponerse que está alineado con el eje y_1 . Como resultado, el parámetro inercial mx_1 puede aproximarse a cero. La misma suposición puede realizarse para la parte del actuador conectada a la plataforma móvil. En este caso, se asume que el centro de gravedad subyace sobre el eje z_2 . Así, el parámetro mx_2 puede aproximarse a cero. Lo anterior puede inferirse también para las restantes *patas* del robot. Por tanto, los parámetros 1, 4, 14, 18, 20 y 24 pueden

Tabla 4.2: parámetros base robot paralelo configuración 3-RPS.

No	Parámetro Base	No	Parámetro Base
1	mx_1	14	mx_4
2	my_1	15	my_4
3	$I_{zz_1} + I_{yy_2}$	16	$I_{yy_5} + I_{zz_4}$
4	mx_2	17	$m_5 - my_3/ly_{p_3} + m_3 + m_2$
5	mz_2	18	mx_5
6	$I_{xx_3} - ly_{p_3} my_3$	19	mz_5
7	$I_{xy_3} + lx_{p_3} my_3$	20	mx_6
8	I_{xz_3}		
9	$I_{yy_3} + ly_{p_3} my_3 - lx_{p_2}^2 (m_3 + m_2)$	21	my_6
10	I_{yz_3}	22	$I_{yy_7} + I_{zz_6}$
11	$I_{zz_3} - ly_{p_3}^2 (m_3 + m_2)$	23	$m_7 + my_3/ly_{p_3}$
12	$mx_3 + lx_{p_3}/ly_{p_3} my_3 - lx_{p_2} (m_3 + m_2)$	24	mx_7
13	mz_3	25	mz_7

excluirse de la identificación. En ese mismo sentido, si se considera la forma de la plataforma, circular y delgada, los parámetros 7, 8, 10 y 13 pueden aproximarse a cero. Por consiguiente el modelo de parámetros base de sólido rígido puede reducirse a un modelo de 15 parámetros.

Otra simplificación, en cuanto al número de parámetros a identificar, puede realizarse si se considera la simetría del robot. Así, $my_1 = my_4 = my_6$, $mz_2 = mz_5 = mz_7$, $m_2 = m_5 = m_7$ y $I_{zz_1} + I_{yy_2} = I_{zz_4} + I_{yy_5} = I_{zz_6} + I_{yy_7}$. De esta forma, el modelo se reduce a 9 parámetros de sólido rígido. El modelo simplificado obtenido, considerando la simetría del robot, contiene los 9 parámetros listados en la Tabla 4.3.

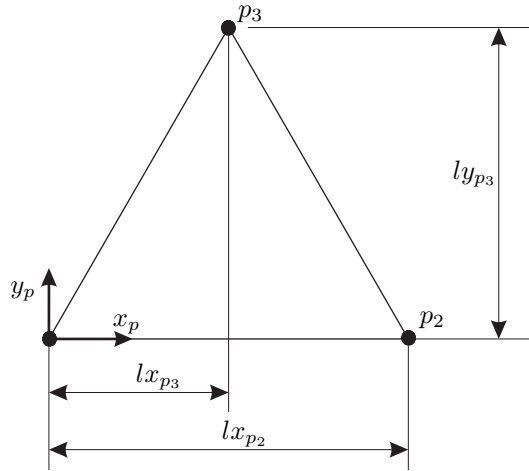


Figura 4.4: Ubicación de los pares esféricos en la plataforma

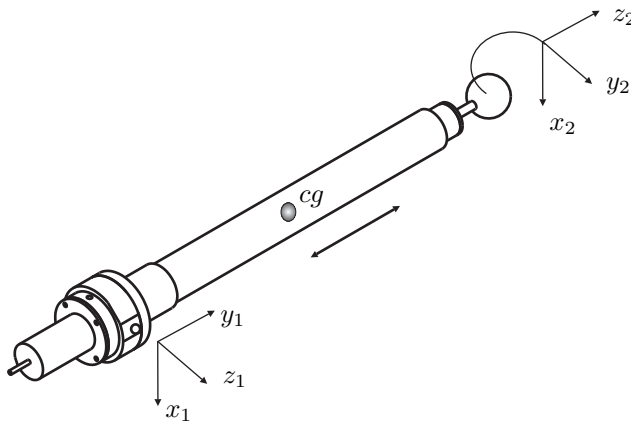


Figura 4.5: Esquema de una de las *Patas* del robot 3-RPS

Tabla 4.3: Parámetros base considerando la simetría del robot paralelo.

No	Parámetro Base
1	my_1
2	$I_{zz_1} + I_{yy_2}$
3	mz_2
4	$I_{xx_3} - ly_{p_3} my_3$
5	$I_{yy_3} + ly_{p_3} my_3 - lx_{p_2}^2 (m_3 + m_2)$
6	$I_{zz_3} - ly_{p_3}^2 (m_3 + m_2)$
7*	$mx_3 + lx_{p_3}/ly_{p_3} my_3 - lx_{p_2} (m_3 + m_2)$
8*	$m_5 - my_3/ly_{p_3} + m_3 + m_2$
9*	$m_7 + my_3/ly_{p_3}$

En resumen, se parte de un modelo completo constituido por 70 parámetros debido a sólido rígido, luego 31 de ellos influyen en el comportamiento dinámico del robot, de los cuales 25 parámetros pueden identificarse bajo combinaciones lineales. Estos parámetros conjuntamente con los parámetros que modelan la fricción y la inercia de los motores se denota en adelante como Modelo 1. Luego de aplicar las simplificaciones, considerando la geometría de las partes, se obtiene un Modelo, el cual contiene 15 parámetros debido a sólido rígido, llamado aquí Modelo 2. Mas aún, puede simplificarse a uno de 9 parámetros, si se considera la simetría del robot (Modelo 3). Teniendo como objetivo evaluar el desempeño de los tres modelos indicados, se procede a evaluar la identificabilidad de los parámetros dinámicos en presencia de ruido en la señal y cuando algunos aspectos en el modelado son omitidos. Los modelos mencionados se resumen en la Tabla 4.4, donde también se establecen los modelos de fricción considerado en cada caso. En el Modelo 1 se considera la fricción solo en los pares actuados, asumiendo un modelo asimétrico de Coulomb y de fricción viscosa con comportamiento simétrico. Además, este modelo incluye los parámetros debidos a la inercia de los rotores y al tornillo de potencia. Para los Modelos 2 y 3 se asume que el comportamiento en los pares actuados puede modelarse mediante fricción de Coulomb y fricción viscosa de comportamiento simétrico. Ambos modelos incluyen los parámetros inerciales de los rotores y del tornillo de potencia.

Tabla 4.4: Número de parámetros de los modelos empleados para evaluar la identificabilidad

Modelo	Sólido Rígido	Fricción	Actuadores	Total
1	25	9	3	37
2	15	6	3	24
3	9	6	3	18

4.2.1. Resultados Robot 3-RPS Simulado

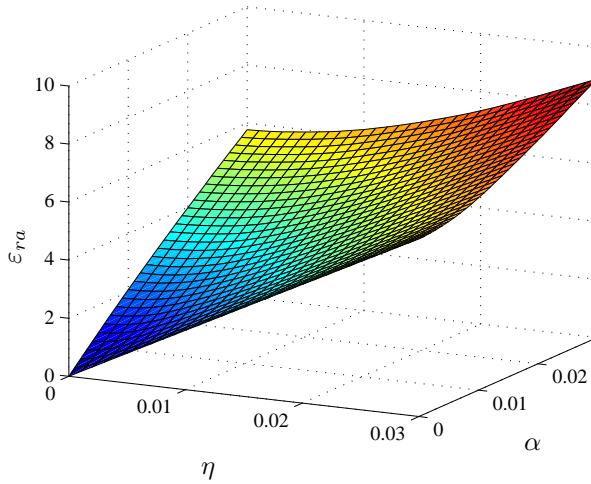
Ruido en las Mediciones

Con el fin de estudiar el comportamiento de los diferentes modelos frente a errores en la medición se ha añadido ruido blanco gaussiano a: 1) Coordenadas Generalizadas Independientes y 2) Fuerzas Generalizadas obtenidas del robot simulado, tal como se ha indicado en la Figura 4.1. Para las coordenadas generalizadas independientes se emplean las siguientes características del ruido: media igual a cero y desviación estándar α entre el 0 y 4% del valor de la coordenada. La desviación estándar del error introducido a las fuerzas generalizadas η varía entre 0 y 5% de su valor.

La Figura 4.6 muestra el comportamiento del ε_{ra} con respecto al ruido añadido en las coordenadas generalizadas independientes y en las fuerzas. El error se ha determinado utilizando el Modelo 1. Se observa claramente como el error en las variables cinemáticas produce un mayor incremento en el ε_{ra} que cuando hay ruido en las fuerzas. Este resultado era de esperar, ya que la solución de MC busca disminuir el error en el vector de fuerzas generalizadas predichas. Un comportamiento similar fue observado con los resultados obtenidos para los modelos 2 y 3.

Por otra parte, cuando se analizan los resultados de los parámetros identificados, siguiendo el Modelo 1, se obtiene que solo 4 de 37 parámetros presentan $\sigma_{p_i} > 10 \text{mín}(\sigma_{p_i})$. Además, en la Tabla 4.5 se resaltan (*) los parámetros cuales de los parámetros obtenidos no son factibles.

El estudio de los parámetros que pueden ser identificados de forma apropiada empleando los modelos 1, 2 y 3 se indica la Tabla 4.6. Como aspecto interesante puede apreciarse que en el Modelo 1, a pesar de presentar el valor mas bajo de ε_{ra} , el ε_{va} resulta más elevado que los restantes modelos. Las diferencias en el ε_{ra} entre los Modelos 1-3 resulta alrededor del $\pm 1.5\%$. En la tabla se puede apreciar también el número de parámetros identificados de forma apropiada. Además se puede observar que el Modelo 2 presenta, al igual que el Modelo 3, 12 parámetros identificables. El hecho de que 12 parámetros de los modelos 2 y 3 puedan ser identificados de forma

Figura 4.6: ε_{ra} vs δ y η .

apropiada, permite considerar un cuarto modelo constituido dichos 12 parámetros. El Modelo 4 incluye 3 parámetros base formados por las combinaciones lineales de parámetros de sólido rígido correspondientes a la plataforma móvil. Los parámetros se resaltan en la Tabla 4.3. El valor obtenido de ε_{ra} , el ε_{va} cuando se identifica con el Modelo 4, se presenta en la última fila de la Tabla 4.6. De ella se observa que los 12 parámetros resultan identificables respecto a los criterios establecidos en este capítulo. Este hecho puede indicar que cuando exista ruido en las variables utilizadas en la identificación, 12 parámetros (3 de sólido rígido), pueden ser empleados para el modelado y simulación del robot paralelo 3-RPS en estudio.

Tabla 4.5: Algunos parámetros base obtenidos en la identificación. Modelo 1. $\delta = 4\%$ and $\eta = 5\%$.

Parámetro	Simulación	Identificado	σ_{pi} %
$I_{zz_4} + I_{yy_5}$	0.1555	-86.2016*	80.1596
$I_{zz_6} + I_{yy_7}$	0.1555	-66.6355*	62.0087
F_{v_1}	3272.0	3296.73	2.5677
$F_{c_1}^+$	227.96	1659.0181	53.3048
$F_{c_1}^-$	228.04	-1210.55*	73.1859
$J_{r_1} + J_{s_1}$	483.10	505.03	13.8778

Tabla 4.6: Valores de ε_{ra} y ε_{va} para los diferentes modelos para $\alpha=4\%$ y $\eta=5\%$.

Modelo	$\varepsilon_{ra} \%$	$\varepsilon_{av} \%$	Número de Parámetros
1	4.57	5.37	37/4
2	4.58	2.94	24/12
3	4.63	3.06	18/12
4	4.73	3.17	12/12

Discrepancia en el Modelo de Fricción en Pares Prismáticos

En este caso se considera un modelo de fricción no lineal en los pares prismáticos y se identifica utilizando un modelo lineal de fricción. El modelo no lineal considerado en los pares se muestra seguidamente,

$$\tau_f = - \left(F_c + (F_s - F_c) e^{|\dot{q}/v_s|^{d_s}} \right) \text{signo}(\dot{q}) - F_v \dot{q} \quad (4.8)$$

siendo, F_c , F_s y F_v los coeficientes de la fricción de Coulomb, estática y viscosa respectivamente. El parámetro v_s se refiere a la velocidad de Stribeck y d_s es un parámetro que indica la transición entre la zona de Stribeck y la fricción viscosa. Este modelo de fricción contiene cinco parámetros que buscan capturar un comportamiento de la fricción similar al de la Figura 2.6(d). La ecuación 4.8 permite modelar la zona cercana a velocidad cero permitiendo un valor mayor de fuerza de fricción antes de iniciarse el movimiento. (OLSSON ET AL., 1998). Los parámetros de fricción fueron obtenidos ajustando su valor con el comportamiento obtenido de ensayos directamente realizados sobre los actuadores (FARHAT, 2006). Los valores empleados fueron: $F_c=270$ N, $F_s=290$ N, $v_s=0.001$ m/s, $d_s=0.1$, $F_v=2200$ Nsm⁻¹.

Una vez introducido el modelo de fricción en el robot simulado, se extraen las posiciones y fuerzas generalizadas. Después, se añade ruido a las variables y se identifica mediante los Modelos 1-4. En la Tabla 4.7 puede apreciarse que, para los modelos 2-4, 12 parámetros resultan identificables bajo los criterios anteriormente indicados. Pese a que los valores de ε_{ra} son similares a los obtenidos en el caso donde se considera ruido en las variables, ver Tabla 4.6, los valores ε_{av} resultan alrededor del 50%. Para este tipo de robot y para el modelo considerado, en la identificación no se presenta en el ε_{ra} un incremento considerable en la predicción de las fuerzas. En los resultados se obtiene un error elevado en cuanto al valor de los parámetros obtenidos en la identificación, es decir, los parámetros identificados presentan valores que no corresponden con los del modelo CAD. Dicha diferencia puede presentarse por el hecho de

que las discrepancias en el modelo no lineal de fricción es “compartida” entre los 12 parámetros del modelo.

Fricción en los Pares de Revolución

En este caso se incluyeron en el robot simulado modelos lineales de fricción en los pares de revolución. Los parámetros del modelo fueron seleccionados para que la fricción en los pares de revolución representase una magnitud de alrededor del 15% del modelo de fricción usado en los pares prismáticos. Esta suposición es razonable si se considera que los rodamientos de bola presentan una fricción relativamente baja con respecto a los actuadores lineales. La identificación se realiza con modelos que no consideran la fricción en los pares de revolución. De la misma manera que en los casos anteriores, las variables del modelo simulado fueron sometidas a ruido.

La Tabla 4.8 presenta los resultados más relevantes del estudio. Como en los casos anteriores, los modelos 2-4 presentan 12 parámetros identificables. Se puede destacar además que los resultados de ε_{ra} y ε_{av} , para los cuatro modelos, son similares.

Como conclusión, se puede establecer que a fines de identificación de parámetros, mediante experimentos, se puede asumir de una forma razonable que la fricción en los pares de rotación puede ser omitida.

Inercia de los Actuadores

Por último, se analiza el caso en el cual la inercia de los actuadores se supone despreciable. Los resultados de los valores del ε_{ra} , conjuntamente con el número de parámetros que se consideran identificables para los Modelos 1-4, se indican en la Tabla 4.9. En ella se aprecia que los valores del error obtenidos para cada modelo difieren considerablemente. Como resultado interesante, se resalta que el valor obtenido cuando se emplea el Modelo 1 en la identificación, puede considerarse bastante apropiado desde el punto de vista de la predicción del modelo, con respecto

Tabla 4.7: Resultados de ε_{ra} y ε_{va} de discrepancia de modelos de fricción en pares prismáticos. $\alpha=4\%$ and $\eta=5\%$.

Modelo	ε_{ra} %	ε_{av} %	Número de Parámetros
1	4.50	52.18	37/4
2	4.60	54.88	24/12
3	4.69	57.02	18/12
4	5.16	59.02	12/12

Tabla 4.8: Resultados de ε_{ra} y ε_{va} cuando se omite el modelado de fricción en las pares de rotación $\alpha=4\%$ and $\eta=5\%$.

Modelo	$\varepsilon_{ra} \%$	$\varepsilon_{av} \%$	Número de Parámetros
1	5.30	3.13	37/3
2	5.28	3.72	24/10
3	5.33	3.76	18/12
4	5.36	3.80	12/12

a las fuerzas generalizadas. Además, se obtuvieron 15 parámetros identificables con $\sigma_{p_i} > 10 \cdot \min(\sigma_{p_i})$. Sin embargo, algunos de los parámetros identificados presentan valores no factibles. Como se ha indicado, el Modelo 1 considera un modelo de fricción asimétrico de Coulomb en los pares prismáticos. Durante la identificación, la contribución dinámica de la inercia de los actuadores -en este caso omitida en el modelo usado en la identificación- es capturada por la asimetría del modelo. Esto puede verse en la Figura 4.7, donde se muestra de forma separada la contribución en la fuerza generalizada de un actuador debido a la fricción y la dinámica de sólido rígido. Como resultado, se observa que las fuerzas presentan valores no razonables, pese a que la fuerza generalizada correspondiente a la contribución de ambos efectos es similar al de los experimentos.

Las discrepancias obtenidas por los diferentes modelos en cuanto al ε_{ra} pone de manifiesto el hecho de que despreciar la inercia del actuador es poco acertado.

Por último se resalta otro aspecto bastante importante de los resultados de la Tabla 4.9, es el hecho de que el análisis de varianza de los parámetros obtenidos indica que hay mas parámetros identificables que en los casos anteriores. No obstante, los parámetros obtenidos resultan no factibles. Por consiguiente, el análisis de varianza

Tabla 4.9: Resultados de ε_{ra} cuando se omite la inercia de los actuadores. $\alpha=4\%$ and $\eta=5\%$.

Modelo	$\varepsilon_{ra} \%$	Número de Parámetros
1	2.05	37/15
2	7.25	24/13
3	7.63	18/11
4	18.70	12/8

no puede considerarse como único criterio para determinar la certidumbre con la cual se identifican los parámetros. La búsqueda de una metodología general que permita determinar la identificabilidad de los parámetros deberá incluir tanto un análisis de varianza como la verificación de la factibilidad física.

4.2.2. Resultados Robot 3-RPS Real

Los resultados obtenidos a partir del estudio realizado sobre el robot simulado pueden resumirse de la siguiente manera,

- La inercia del rotor y del tornillo de bolas debe ser considerada.
- Se puede asumir que la fricción presente en los pares de revolución es despreciable .
- En presencia de ruido en la señal solo 12 parámetros son identificados con certidumbre.

Partiendo de los resultados señalados, se realiza la identificación de parámetros sobre el robot paralelo 3-RPS real del que se dispone. Para ello, las trayectorias óptimas fueron aplicadas al robot mediante un controlador PID utilizando una frecuencia de 100 Hz. La misma frecuencia fue empleada en las mediciones. Como se mencionó en el capítulo anterior, se asume una relación lineal entre las acciones de control y las fuerzas generalizadas. El periodo de duración de la trayectoria es de 7.5 segundos. La periodicidad de la trayectoria permite que el robot la ejecute varias veces, así, las medición empleadas en la identificación provienen del promediado de las ejecuciones. Además, la señal se filtra por medio de un filtro paso bajo Butterworth. En la identificación de parámetros se utilizan 750 configuraciones del robot cada una correspondientes a intervalos de 0,01s. La posición angular del motor que impulsa al actuador se determina mediante *encoders*. Las velocidades y aceleraciones generalizadas son obtenidas al derivar la serie de Fourier, determinada mediante el ajuste de los datos de posición.

La Tabla 4.10 muestra los valores ε_{ra} de la identificación sobre el robot real. Como resultado se tiene que el valor es del doble que el de los obtenidos con el robot simulado, sin embargo, el número de parámetros identificados de forma apropiada es similar (12 Modelos 3-4). El valor de los tres parámetros base de sólido rígido identificables para los modelos 1 y 4 se muestra en la Tabla 4.11. En la misma tabla se indican los valores correspondientes al modelo CAD. Se aprecia que los parámetros identificados del Modelo 4 son comparables, más no así los identificados con el Modelo 1. Es de

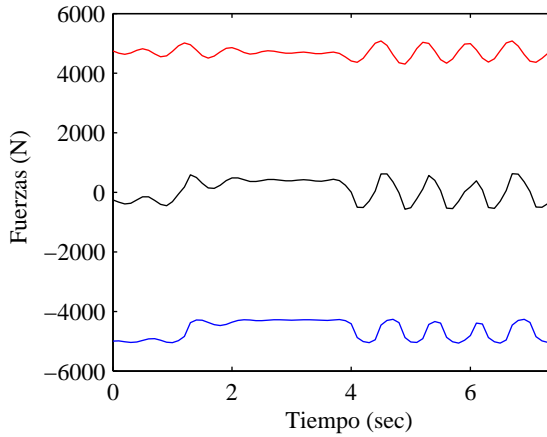


Figura 4.7: Valores Obtenidos Mediante Parámetros identificados con el Modelo 1 y para las fuerza generalizada de un actuador

resaltar que si bien los valores del modelo CAD y los reales no son iguales, el valor del modelo CAD puede emplearse para fines comparativos de orden de magnitud.

El hecho de que 12 parámetros pueden ser identificados de forma apropiada es razonable. Por un lado, la topología del robot no permite lograr trayectorias donde los parámetros inerciales de las *patas* contribuyan significativamente a las fuerzas generalizadas. En efecto, las aceleraciones de las *patas*, mientras el robot ejecuta una trayectoria óptima, son bastante bajas cuando se comparan con la de la plataforma móvil. Por otra parte, se observa que la fricción en los actuadores es elevada, y por tanto, dificulta aún mas la identificabilidad de los parámetros inerciales de sólido rígido.

Por último se evalúa el comportamiento del Modelo 4 para tres trayectorias distintas a la empleada para la identificación. La Figura 4.8 presenta dicha comparación, donde puede apreciarse que los valores de las fuerzas medidas y las obtenidas mediante

Tabla 4.10: Valor de ε_{ra} para el robot real 3-RPS.

Modelo	ε_{ra} %	Número de Parámetros
1	8.40	37/2
2	8.43	24/9
3	8.53	18/12
4	8.62	12/12

Tabla 4.11: Parámetros Base Modelo 1 y Modelo 4.

Parámetros Base	CAD	Robot Real Modelo 4	Real Robot Modelo 1
$mx_3 + lx_{p_3}/ly_{p_3}my_3$ $-lx_{p_2}(m_3 + m_2)$	-2.47	-2.59	1.16
$m_5 - my_3/ly_{p_3}$ $+m_3 + m_2$	10.83	13.72	-3.29
$m_7 + my_3/ly_{p_3}$	5.42	6.95	-0.557

parámetros identificados, son muy próximos.

4.3. Conjuntos de Parámetros Base

En el apartado 2.6 se introdujo un procedimiento basado en la SVD que permite obtener la relación lineal de parámetros base. Se mencionó que la selección de los parámetros base no es única y que depende de la selección de una matriz cuadrada ($\mathbf{V22}$) a partir de una matriz asociada a la SVD ($\mathbf{V2}$). GAUTIER (1991) propuso seleccionar la matriz cuadrada partiendo de las primeras filas de la matriz $\mathbf{V2}$ e ir añadiendo filas sucesivamente hasta formar la matriz cuadrada de rango completo. Como se ha indicado, dicha selección no es única y se observó que el número de condición de la matriz de observación depende en forma importante del conjunto de parámetros base seleccionado, pudiendo este hecho en algunos casos afectar el nivel de identificabilidad de los parámetros. Tanto la topología del robot como el tipo de actuación, sea el robot accionado mediante pares prismáticos o por pares de revolución, afecta los valores que pueden ser obtenidos, cuando se optimizan trayectorias con un conjunto de parámetros. Este apartado se inicia con el estudio de la influencia del conjunto de parámetros base seleccionados en el proceso de identificación de parámetros. Se emplea un robot paralelo de configuración 3-PRS simulado, para evaluar dos conjuntos de parámetros base. El robot 3-PRS está constituido por 7 barras, por lo cual se tienen 70 parámetros debido a sólido rígido. De estos parámetros solo 25 intervienen en la dinámica del robot. Mas aún, estos actúan por medio de 19 combinaciones lineales. Para los fines del estudio, se utilizan dos posibilidades de modelos expresado en parámetros base. Para ello:

- Se seleccionan diversas combinaciones posibles de agrupación de los parámetros base.

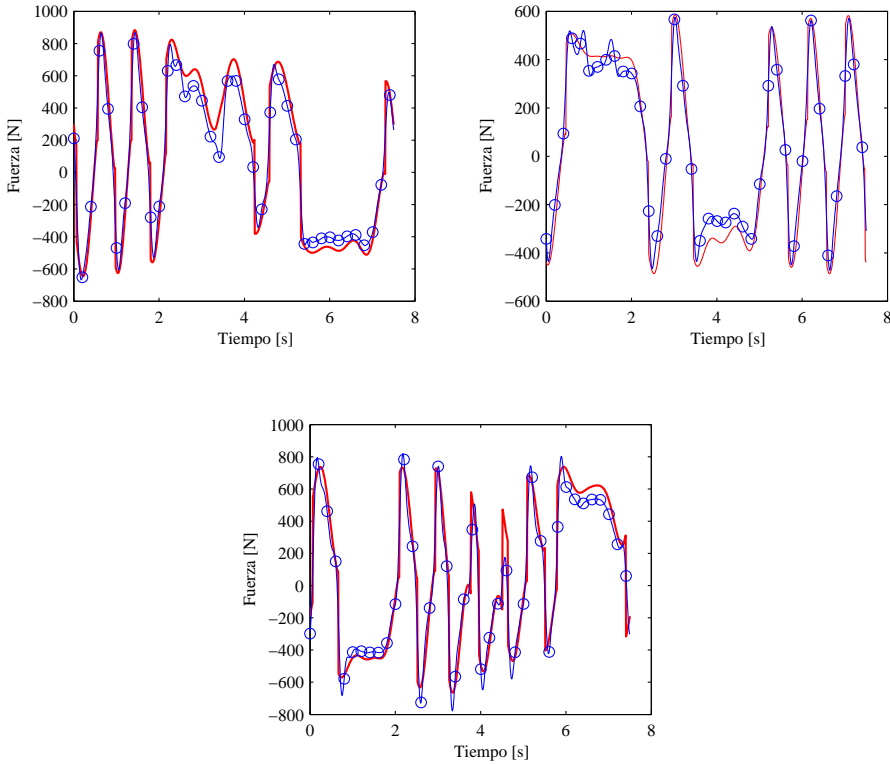


Figura 4.8: Fuerzas Medidas e Identificadas para una trayectoria de Validación.

- Se obtienen trayectorias óptimas, para cada combinación seleccionada en el punto anterior de acuerdo con el criterio del número de condición de la matriz de observación
- Se selecciona la combinación que presentase en la optimización el número de condición mas bajo. Además, se seleccionó un conjunto cualquiera de los restantes.

La Tabla 4.12 muestra una de las combinaciones lineales obtenidas mediante SVD y presentadas de forma paramétrica. Dicha combinación corresponde con aquella que aporta el menor valor de la función objetivo durante la optimización. La combinación base se determina tomando como parámetros agrupables las masas de las barras: m_1 , m_2 , m_3 , m_4 , m_5 y m_6 . En la tabla, $m_{1,\dots,n} = m_1 + m_{\dots} + m_n$ y lr es la longitud de la barra acopladora. Dicha longitud viene definida por la distancia entre el actuador y la plataforma con los extremos unidos por medio de un par de revolución y el extremo

de la plataforma por un par esférico. Las longitudes lx_{p_3} , ly_{p_3} , lx_{p_2} son similares a las mostradas en la Figura 4.4. El segundo conjunto de combinaciones lineales, mostrado en la Tabla 4.13, proviene de agrupar los parámetros: I_{yy_3} , m_3 , mx_3 , m_2 , m_5 y m_7 .

Tabla 4.12: Parámetros base robot paralelo configuración 3-PRS.

No	Parámetro Base	No	Parámetro Base
1	$I_{zz_2} - lr^2$ $m_{1,2}$	11	$my_3 - ly_{p_3}$ $m_{1,2,3,4,5}$
2	$mx_2 - lr$ $m_{1,2}$	12	mz_3
3	my_2	13	$I_{zz_5} - lr^2$ $m_{4,5}$
4	$I_{xx_3} - ly_{p_3}^2$ $m_{1,2,3,4,5}$	14	$mx_5 - lr$ $m_{4,5}$
5	$I_{xy_3} + lx_{p_3}ly_{p_3}$ $m_{1,2,3,4,5}$	15	my_5
6	I_{xz_3}	16	$I_{zz_7} + lr^2$ $m_{1,2,3,4,5}$
7	$I_{yy_3} - lx_{p_3}^2$ $m_{1,2,3,4,5} + lx_{p_2}^2$ $m_{4,5}$	17	$m_{1,2,3,4,5,6,7}$
8	I_{yz_3}		
9	$I_{zz_3} - lx_{p_2}^2$ $m_{1,2,3}$	18	$mx_7 + lr$ $m_{1,2,3,4,5}$
10	$mx_3 - lx_{p_3}$ $m_{1,2,3,4,5} + lx_{p_2}$ $m_{4,5}$	19	my_7

El hecho de seleccionar el conjunto de parámetros cuya matriz \mathbf{W}_{red} presentase el número de condición más bajo puede influir considerablemente en los resultados obtenidos. En este caso se analiza la identificabilidad de ambos conjuntos de parámetros. El estudio se centra en la identificabilidad de los parámetros de ambos modelos, en presencia de ruido. Se considera el modelo identificable por cada conjunto de parámetros definido bajo los criterios anteriormente introducidos. En todos los casos se emplean modelos de fricción lineales de Coulomb y fricción viscosa en los pares prismáticos así como también se incluye el modelado de la inercia de los actuadores.

Ruido en las Mediciones

En este caso el robot virtual fue sometido a trayectorias óptimas obtenidas para cada conjunto de parámetros. Después, se ha añadido ruido a las coordenadas generalizadas independientes y en las fuerzas generalizadas. Los datos obtenidos, luego de añadir el ruido, son empleados para identificar los parámetros base del conjunto seleccionado y para el cual se obtuvo la trayectoria óptima. El estudio de identificabilidad indica que en presencia de ruido en las variables, se espera que 12 parámetros puedan ser identificados de forma apropiada para cada conjunto de parámetros. Así, en la Tabla 4.14 se pueden apreciar los valores del ε_{ra} y ε_{ra} , con respecto a la trayectoria empleada en la identificación. El conjunto 1 corresponde con el formado por

Tabla 4.13: Parámetros Base Robot Paralelo Configuración 3-PRS.

No	Parámetro Base
1	$m_{1,2,3} + \frac{1}{lx_{p2}lx_{p3}}Iyy_3 - \frac{ly_{p3}^2}{lx_{p2}lx_{p3}^2}mx_3$
2	$Izz_2 + \frac{lr^2}{lx_{p2}lx_{p3}}Iyy_3 + lr^2m_3 - lr^2\frac{ly_{p3}^2}{lx_{p3}^2}lx_{p2}mx_3$
3	$mx_2 + \frac{lr}{lx_{p2}lx_{p3}}Iyy_3 + lr m_3 - \frac{ly_{p3}}{lx_{p3}^2}\frac{lr}{lx_{p2}}mx_3$
4	my_2
5	$Ixx_3 + \frac{ly_{p3}}{lx_{p2}^2}Iyy_3 - \frac{ly_{p3}}{lx_{p3}^2}lx_{p2}mx_3$
6	$Ixy_3 - \frac{ly_{p3}}{lx_{p3}}Iyy_3 + ly_{p3}mx_3$
7	Ixz_3
8	Iyz_3
9	$Izz_3 + \frac{lx_{p2}}{lx_{p3}}Iyy_3 - \frac{ly_{p3}^2lx_{p2}}{lx_{p3}^2}mx_3$
10	$my_3 + \frac{ly_{p3}}{lx_{p3}^2}Iyy_3 - \frac{ly_{p3}lx_{p2}}{lx_{p3}^2}mx_3$
11	mz_3
12	$m_{4,5} + \frac{1}{lx_{p2}lx_{p3}}Iyy_3 - \frac{1}{lx_{p2}}mx_3$
13	$Izz_5 + \frac{lr^2}{lx_{p2}lx_{p3}}Iyy_3 - \frac{lr^2}{lx_{p2}}mx_3$
14	$mx_5 + \frac{lr}{lx_{p2}lx_{p3}}Iyy_3 - \frac{lr}{lx_{p2}}mx_3$
15	my_5
16	$m_{6,7} - \frac{1}{lx_{p3}^2}Iyy_3 + \frac{lx_{p2}}{lx_{p3}^2}mx_3$
17	$Izz_7 - \frac{lr^2}{lx_{p2}^2}Iyy_3 + \frac{lr^2lx_{p2}}{lx_{p3}^2}mx_3$
18	$mx_7 - \frac{lr}{lx_{p3}^2}Iyy_3 + \frac{lr lx_{p2}}{lx_{p3}^2}mx_3$
19	my_7

los parámetros base cuya trayectoria óptima arrojó el menor número de condición. Se aprecia como el conjunto 1 presenta un mayor valor de ε_{ra} que el obtenido cuando se identifica con el conjunto 2 utilizando la trayectoria óptima diseñada para dicho conjunto. Lo contrario ocurre con los valores de ε_{va} y trae como resultado que al realizar el cruce de datos ($\varepsilon_{ra} * \%$), con una trayectoria prueba no empleada en la identificación, el conjunto 1 arroja menor valor que el conjunto 2. Los valores en la tabla del cruce de datos se muestran, para una sola trayectoria de prueba, pero el mismo fue realizado para diversas trayectorias, pudiendo ser extendidos los resultados presentados en la Tabla 4.14.

El hecho de que el conjunto 1 mejore de una forma importante los resultados de

Tabla 4.14: Valores de ε_{ra} y ε_{va} para los Diferentes Modelos para $\alpha=1\%$ y $\eta=5\%$.

Conjunto	$\varepsilon_{ra} \%$	$\varepsilon_{av} \%$	Número de Parámetros	$\varepsilon_{ra} * \%$
1	4.12	14.14	12/12	3.98
2	3.88	35.36	12/12	4.62

la validación del modelo puede explicarse al observar como se reparte la contribución dinámica de las fuerzas generalizadas con respecto a los parámetros base que conforman los dos conjuntos antes mencionados. Además puede explicarse estudiando la contribución de cada parámetro con respecto al desempeño dinámico. Con este fin, se introduce una modificación al índice presentado por WIENS ET AL. (2002). El índice aquí empleado se define como,

$$\zeta = \frac{\sqrt{(\mathbf{W}_{(:,i)} \Phi_i)^T \mathbf{W}_{(:,i)} \Phi_i}}{\sqrt{Y^T Y}} \cdot 100 \quad (4.9)$$

donde $Y = [\tau_1^T \quad \tau_{\dots}^T \quad \tau_n^T]^T$

La Figura 4.9 muestra un diagrama de barras donde cada barra indica la contribución de cada parámetro base con respecto a las fuerzas generalizadas, ecuación 4.9. La figura se elabora para trayectorias óptimas provenientes del mismo conjunto de parámetros. Un primer aspecto a resaltar consiste en que solo 11 parámetros influyen por encima del 10 % en la dinámica del robot, coincidiendo éstos con los parámetros identificables obtenidos siguiendo los criterios previamente mencionados. Es de resaltar que se tienen 12 identificables, incluyendo el parámetro 18, ver figura, el cual presenta una contribución cercana al 4 %.

Por otra parte, la Figura 4.10 fue obtenida siguiendo un procedimiento similar, esta vez para el segundo conjunto de parámetros base. En la figura solo 12 parámetros presentan valores superiores al 10 % y coinciden con los parámetros identificables. Una diferencia importante entre los conjuntos de parámetros radica en que el conjunto 1 de parámetros base identifica con una menor desviación estándar (para las diversas trayectorias analizadas), en comparación con el conjunto 2 los parámetros de sólido rígido identificables. Específicamente los parámetros 11 y 17 (ver Figura 4.15), que presentan una importante contribución en el comportamiento dinámico, se identifican con una menor desviación estándar que los parámetros de sólido rígido empleando el conjunto de parámetros 2. Si bien resulta difícil demostrar si un conjunto de parámetros base es superior que otro, en términos de la identificabilidad, el hecho observado

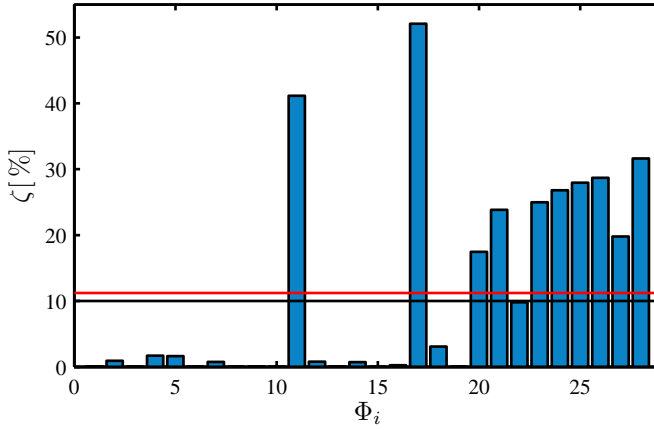


Figura 4.9: Contribución de los parámetros Base en la Dinámica del Robot 3-PRS

experimentalmente indica que cierta selección de conjunto base puede mejorar la identificabilidad de los parámetros y por ende presentar una mejora en la utilización del modelo para la simulación o control del robot analizado. Por lo cual, este hecho debe ser incluido en una metodología general orientada a la identificación de parámetros de robot paralelos. En nuestro caso, experimentalmente se aprecia que la matriz que arroja un número de condición de la matriz de observación, mas bajo en las trayectorias óptimas, aporta mejoras en la predicción del comportamiento dinámico cuando se evalúan diversas trayectorias de prueba con la finalidad de verificar la identificación.

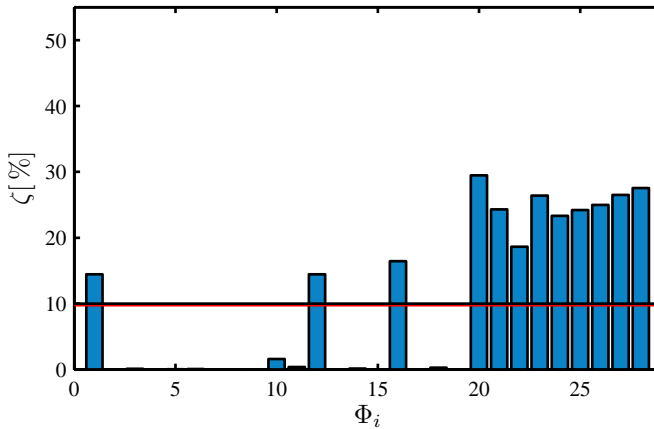


Figura 4.10: Contribución de los parámetros Base en la Dinámica del Robot 3-PRS

Tabla 4.15: Desviación estándar para dos conjuntos de parámetros base

Conjunto 1	σ_{p_i} %	Conjunto 2	σ_{p_i} %
Φ_{11}	1.10	Φ_1	1.45
Φ_{17}	0.81	Φ_{12}	1.96
Φ_{18}	9.45	Φ_{16}	1.46

4.4. Resumen

En este capítulo se estudió el problema de identificación de parámetros en dos tipos de robot paralelos. El primero de configuración 3-RPS y el segundo de configuración 3-PRS. Ambos robots son accionados por un actuador lineal que convierte el movimiento de rotación del motor al movimiento lineal mediante un tornillo de bolas. Se estudió el efecto que tiene en la identificación el hecho de que las variables medidas estén sujetas a ruido. Además, se evaluó la influencia de efectos dinámicos no modelados. Así mismo, se presentó un estudio experimental sobre la selección del conjunto de parámetros base empleado en la identificación. El estudio se realizó empleando robot simulados, los cuales fueron elaborados en un programa de propósito general (MSC-ADAMS), de tal forma que su comportamiento dinámico fuese lo más cercano posible al comportamiento dinámico a un robot real. La identificabilidad de los parámetros fué analizada a partir de las propiedades estadísticas de los parámetros obtenidos, así como también considerando la factibilidad física de los resultados. Para el robot 3-RPS se encontró que, bajo la presencia de los efectos estudiados, solo 12 parámetros pueden ser identificados con certidumbre. Por otra parte, para el robot 3-PRS se encontró que, en dependencia del error en la señal medida o en la magnitud de los efectos no modelados, 12 parámetros son identificables. En el estudio realizado en el presente capítulo se observa que no todos los parámetros base pueden ser identificados de forma apropiada y que es necesario evaluar previamente la identificabilidad de los parámetros. En este mismo sentido se observó que una determinada selección de parámetros base repercute en el diseño del experimento y por ende en la identificabilidad de los parámetros. Para realizar dicho estudio en este capítulo se utilizaron robot simulados. En el siguiente capítulo, se introducirá una metodología orientada a determinar la identificabilidad de los parámetros sin necesidad de contar con un robot simulado y bajo las observaciones y resultados experimentales obtenidos en este capítulo.

Capítulo 5

Obtención del Conjunto de Parámetros Significativos

En el estudio realizado en el capítulo anterior se ha observado que no todos los parámetros base contribuyen de una forma significativa al comportamiento dinámico del robot. Además, se ha puesto de manifiesto que parámetros poco contributivos con la dinámica presentan, mediante el análisis de la desviación estándar, niveles de certidumbre no apropiados, inclusive algunos de ellos con valores físicamente no factibles. El comportamiento del modelo reducido muestra que la predicción de las fuerzas, para trayectorias de validación, es más cercana a los resultados experimentales en comparación con los resultados obtenidos mediante el modelo completo. Lo anterior sugiere que se debe simplificar los parámetros del modelo basándose en dos criterios. El primero consiste en, a partir de la identificación de parámetros mediante el modelo completo, ir reduciendo aquellos parámetros identificados con un bajo nivel de certidumbre. El segundo, el proceso de reducción finaliza cuando la factibilidad física del conjunto de parámetros del modelo reducido sea físicamente factible.

Hay que mencionar que la simplificación de parámetros anteriormente mencionada ha sido tratada con anterioridad. Así PHAM Y GAUTIER (1991) denominan parámetros esenciales al subconjunto de los parámetros base que conforman el modelo reducido. Los autores proponen dos procedimientos para la obtención de los parámetros esenciales, uno basado en la SVD y el segundo mediante la estimación por pasos. Este último parte del análisis de la desviación estándar con la cual se obtienen los parámetros y consiste en ir progresivamente estimando los parámetros del modelo reducido. La reducción se realiza en cada paso a partir de los valores de los parámetros asociados con las desviaciones estándar. Así se van eliminando los de mayor desviación estándar. El

modelo final se obtiene cuando el error en la estimación entre dos modelos consecutivos se incrementa considerablemente. Como regla práctica KHALIL Y DOMBRE (2002) establecen que parámetros con una desviación estándar 10 veces mayor al menor valor de la desviación estándar pueden ser reducidos.

Entre otros autores que han considerado la reducción del modelo se encuentra el trabajo de ANTONELLI ET AL. (1999). En el trabajo, se propone un procedimiento general para la identificación de parámetros de robots seriales. Los autores proponen reducir, luego de estudiar la contribución en la dinámica de los parámetros obtenidos de la identificación. La contribución en la dinámica la evalúan mediante la siguiente expresión,

$$\tau_i = \sum_{j=1}^{n_{ptos}} \mathbf{W}_{(j,i)} \cdot \Phi_i \quad (5.1)$$

siendo $\mathbf{W}_{(j,i)}$ la columna i de la matriz de observación correspondiente con el parámetro Φ_i . El índice j indica la sumatoria sobre las configuraciones recolectadas en los experimentos.

De esta manera, se consideran como parámetros de poca contribución, en el comportamiento dinámico, aquellos cuya influencia sea menor a una holgura indicada $\tau_i < \tau_{max}$. Es evidente que en este procedimiento el nivel de reducción del modelo viene definido por el analista, en función de la holgura indicada. Por consiguiente, de un modo similar al procedimiento basado en la reducción mediante el análisis de la desviación estándar, el nivel de reducción depende de la experiencia y criterio del analista, así como también de reglas practicas.

De los pocos autores que han estudiado la posibilidad de reducir el modelo a partir de la factibilidad física, se encuentra GROTHJAHN ET AL. (2004). En dicho trabajo los autores reducen uno de los parámetros de su modelo al observar que el valor obtenido es físicamente no factible. Se aprecia en la literatura del área que la consideración de la factibilidad física como procedimiento de reducción del modelo ha sido muy escasamente utilizada.

Los resultados obtenidos dan base al desarrollo de una metodología general que incluye la factibilidad física en el proceso de simplificación y reducción del modelo. En este capítulo se desarrolla una metodología orientada a la identificación del comportamiento dinámico de robot paralelos, particularmente de robots paralelos completos de 3-GDL, específicamente, se aplica sobre robots paralelos de configuración 3-RPS y 3-PRS. Es de hacer notar que la aplicación de la técnicas de identificación depende de la configuración del robot paralelo y de la experiencia del analista; sin embargo, algunos procedimientos que logren disminuir el tiempo de aprendizaje o de experien-

cia que debe tener el analista en la consecución del modelo apropiado, bien sea para simulación o control del robot, pueden ser presentados. El objeto del procedimiento metodológico propuesto es de reducir el tiempo necesario por parte del analista para la apropiación del conocimiento necesario para lograr identificar el modelo dinámico basado en parámetros significativos. Si bien, por su naturaleza experimental no es una metodología expedita, se presenta un procedimiento sistemático completo para la identificación dinámica de robot paralelos.

5.1. Procedimiento para Identificación

Lo estudiado en capítulos previos permite proponer los siguientes aspectos a tomar en consideración para la consecución de la identificación dinámica de robots paralelos:

1. Determinación del modelo dinámico de forma lineal con respecto a los parámetros dinámicos a identificar.
2. Estimación a priori del orden de magnitud de los parámetros de sólido rígido y de fricción.
3. Selección del modelo en parámetros base.
4. Diseño de los experimentos mediante la optimización de la trayectoria ejecutada por el robot durante el experimento.
5. Caracterización de la dinámica mediante el estudio de la contribución en la dinámica del robot de cada uno de los parámetros.
6. Determinación de los parámetros base mediante procedimientos de estimación de parámetros para modelos lineales, o mediante procedimientos no lineales, como SQP.
7. Reducción del modelo mediante el estudio de la identificabilidad de los parámetros considerando los aspectos estadísticos del nivel de certidumbre con el cual se identifican los parámetros conjuntamente con la factibilidad física.
8. Verificación del modelo obtenido en el paso anterior, mediante la evaluación de su desempeño en la solución del problema dinámico inverso y directo utilizando los parámetros identificados.

De los aspectos a considerar para la identificación de parámetros indicados, los aspectos 1 y 4 ya han sido abordados en los capítulos 2 y 3. Se presentan a continuación algunos procedimientos para la estimación a priori de los parámetros a identificar.

5.2. Valores a Priori de los Parámetros

Toda información previa disponible de los parámetros que influyen en el comportamiento dinámico del robot, favorece la identificación del modelo dinámico del robot paralelo analizado. El conocimiento, aunque sea éste en forma aproximada, de los parámetros permite estudiar la influencia de cada parámetro en la contribución de la dinámica del robot y caracterizar la dinámica de éste en términos de la identificación de parámetros. Además, los valores a priori pueden ser empleados para escalar la matriz de observación en la solución del problema de Mínimos Cuadrados (KOZLOWSKI, 1998).

Los parámetros de sólido rígido pueden determinarse mediante aproximación de su geometría con las formas básicas; triángulos, esferas, cuadriláteros. Adicionalmente, puede proyectarse un modelo CAD que permita determinar las propiedades inerciales del robot en función del material con el que fue proyectado sus partes.

Por otra parte, las características de fricción de algunos elementos de los pares se pueden obtener de un modo aproximado por medio de los catálogos de los fabricantes. De igual forma, la fricción en los diversos componentes del sistema de transmisión, por ejemplo los engranes, pueden ser consultados en sus respectivos catálogos. Especial atención debe darse a los robots actuados en los pares prismáticos. En el siguiente apartado se indica un procedimiento para estimar los valores de la fricción en robots paralelos cuya coordenada generalizada independiente corresponde al movimiento de sus pares prismáticos.

5.2.1. Fricción Juntas Prismáticas

Una de las ventajas de los robot seriales, en comparación con los robot paralelos radica en que el modelo de fricción de cada par puede ser separado e identificado de forma independiente de la dinámica de sólido rígido. El alto grado de acople en las ecuaciones del movimiento de los robot paralelos hace que la identificación de los parámetros de fricción no pueda realizarse analizando cada par de forma independiente. Adicionalmente, los pares pasivos del robot paralelo dificultan aún más la separación de la fricción de la dinámica de sólido rígido. Sin embargo, en este sentido, GROTHJAHN ET AL. (2004) proponen un esquema de identificación indirecta en dos pasos en la cual separan las fuerzas debido a los parámetros gravitatorios y de fricción de las fuerzas inerciales. En dicho trabajo, los autores adaptan las técnicas de identificación indirecta de robot seriales (GROTHJAHN ET AL., 2001). El procedimiento basado en dos esquemas es propenso a que errores debido a las aproximaciones en la separación de los efectos dinámicos puedan transmitirse de forma no deseada al

modelo. Sin embargo, su aplicación puede utilizarse para estimar la magnitud de los parámetros de fricción y los gravitatorios a priori y así utilizar estos valores para la verificación de la identificación directa.

Para el caso de los robots empleados en esta tesis, considérese el ensayo donde la plataforma del robot 3-RPS se mueve con velocidad constante en la dirección vertical al plano de la plataforma móvil, Figura 5.1(a). El movimiento vertical a velocidad constante puede ser obtenido parametrizando la trayectoria de los actuadores para que estos describan una trayectoria a velocidad constante. Se pueden emplear las funciones lineales para el ascenso y descenso. El acople entre los tramos a velocidad constante se puede realizar mediante funciones parabólicas (CRAIG, 2005).

Un ejemplo de la aplicación del procedimiento se muestra en la Figura 5.2 donde se presentan las fuerzas medidas en los actuadores. En la figura se aprecia claramente los dos segmentos de fuerza casi constante. Si se asume que la fricción en los pares prismáticos puede identificarse mediante modelos lineales de fricción de Coulomb, el descentramiento de la figura es debido a los parámetros gravitatorios y con dependencia cuadrática de la velocidad. Sin embargo si la velocidad es baja, se desprecian los efectos de dependencia cuadrática de velocidad y, por ende, se pueden estimar los valores a priori de los fricción de Coulomb en los pares prismáticos.

La estimación de la fricción viscosa se puede determinar si el ensayo a velocidad constante se hace para diversas velocidades.

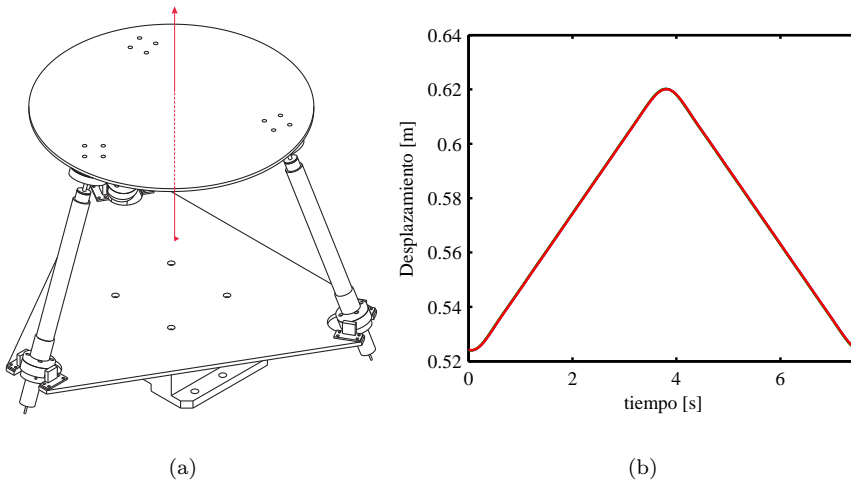


Figura 5.1: Diagrama del ensayo a Velocidad Constante, ejemplo para $\ddot{q}_{max} = 100 \text{ mm/s}^2$, carrera del actuador = 0.1 m .

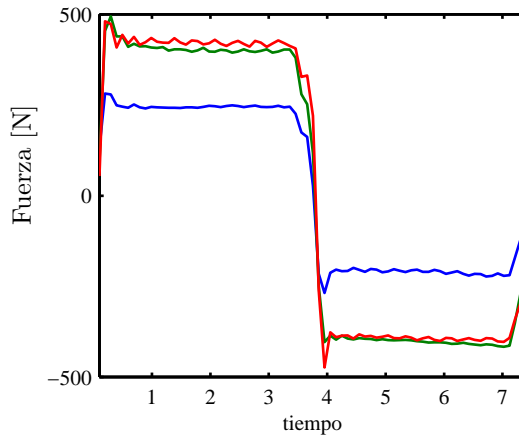


Figura 5.2: Ensayo a Velocidad Constante

5.3. Conjuntos Base

Como se ha mencionado, la selección del conjunto de parámetros base no es única. Se observó en el apartado 4.3 que el número de condición de la matriz de observación depende en forma importante del conjunto de parámetros base seleccionado, pudiendo así verse afectado el nivel de identificabilidad de los parámetros. La topología del robot, así como también el tipo de par activo, sea el robot impulsado en pares prismáticos o de revolución, afecta los valores que se pueden obtener cuando se optimizan trayectorias con un conjunto de parámetros. Dado que el número de condición es un índice de la transmisión de los errores durante la estimación de los parámetros, se propone como regla práctica seleccionar aquel conjunto que permita obtener, en la optimización, números de condición más bajos que los obtenidos con los demás conjuntos. De esta forma, el procedimiento se resume en los siguientes puntos,

- Obtener las posibles combinaciones de parámetros base.
- Diseñar trayectorias óptimas, para cada combinación seleccionada en el punto anterior, de acuerdo con el criterio del número de condición de la matriz de observación
- Se selecciona la combinación que presente, en la optimización de trayectorias, el número de condición mas bajo.

Entre otros aspectos importantes a considerar, está el hecho de que al ser actuado por pares prismáticos, en la agrupación de parámetros, es posible obtener un

parámetros base referido a la suma de sus masas. Por ejemplo, el parámetro Φ_{17} de la Tabla 4.12. Se recomienda que cuando el robot esté actuado en los pares prismáticos, se seleccione el conjunto de parámetros de tal manera que el parámetro referido a la suma de masas aparezca como combinación lineal. Lo anterior se puede obtener, en dependencia de la topología del robot y de los actuadores, seleccionando como parámetros reagrupables en combinación lineal a las masas de los cuerpos superiores al par actuado.

5.4. Caracterización de los Parámetros Dinámicos

A partir de los valores a priori de los parámetros, se pueden realizar estudios sobre cuales parámetros dinámicos son candidatos a ser identificados. Es de resaltar que para dicho estudio, no es necesario tener una precisión elevada de los parámetros inherentes al modelo. Se requiere solo de una aproximación, en términos de orden de magnitud de los parámetros. En este sentido se reescribe una modificación del índice presentado en WIENS ET AL. (2002), tal como se introdujo en el apartado 4.3 y que viene dado por,

$$\zeta_{i,j} = \frac{\left[\sqrt{(\mathbf{W}_{(:,i)} \Phi_i)^T \mathbf{W}_{(:,i)} \Phi_i} \right]}{\left[\sqrt{\vec{Y}^T \vec{Y}} \right]} \cdot 100 \quad (5.2)$$

donde $\mathbf{W}_{(:,i)}$ corresponde con la columna i de la matriz de observación, que multiplica al parámetro Φ_i . El subíndice j se refiere a la trayectoria considerada para la caracterización e \vec{Y} es el vector que agrupa las fuerzas generalizadas.

La ecuación 5.2 puede aplicarse para diversas trayectorias. Luego puede determinarse una media de la contribución de los distintos parámetros para las trayectorias consideradas. Como ejemplo de caracterización de los parámetros que son posibles identificar, se considera el robot paralelo 3-RPS (más adelante identificado). Se toman 6 trayectorias diseñadas conforme a los criterios $\kappa(\mathbf{W})$, $-\log(\det(\mathbf{I}^*))$ y el multicriterio descrito en el apartado 3.2. La Figura 5.3 presenta el diagrama de barras de la contribución de cada parámetro. Se presentan en la figura los 25 parámetros de sólido rígido ya que los parámetros de fricción, así como la inercia de los rotores, contribuyen de forma considerable en la dinámica.

Como puede apreciarse en la figura, los parámetros 12, 17 y 23 contribuyen considerablemente en la dinámica del robot. Se debe recordar que al diseñar los experimentos basados en series de Fourier, la trayectoria es periódica, lo cual permite obtener algunas propiedades del ruido de la señal medida. A fin de comparar la contribución

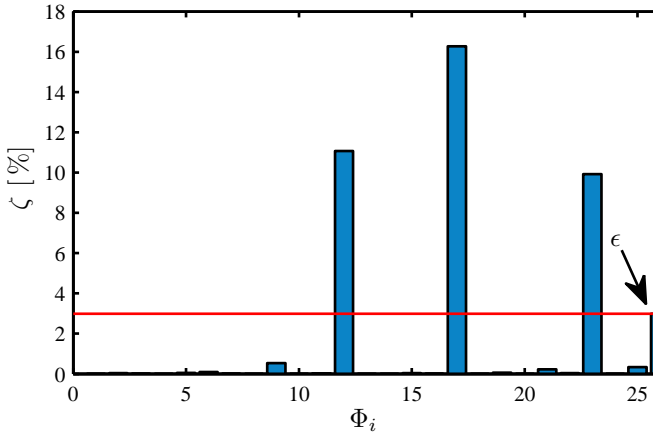


Figura 5.3: Contribución de los Parámetros Dinámicos de Sólido Rígido del Robot 3-RPS

dinámica de cada parámetro con respecto al ruido estimado, se introduce la siguiente normalización referida al ruido en la señal medida de las fuerzas generalizadas,

$$s_{i,k} = \sqrt{\left[\sum_{k=1}^{n_{ptos}} \frac{\sum_{j=1}^M (\tau_{ij}(k) - \bar{\tau}_i(k))^2}{M} \right]} \quad (5.3)$$

$$\varepsilon = \frac{\text{media} \left[\sqrt{(s_i^T \cdot s_i)} \right]}{\text{media} \left[\sqrt{\tau_i^T \tau_i} \right]} \cdot 100 \quad (5.4)$$

donde $s_{i,k}$ representa el nivel de error cuadrático medio estimado del ruido para la configuración i y el actuador k . ε es el valor normalizado del ruido, finalmente M es el número de repeticiones de la trayectoria.

En la Figura 5.3 se muestra ε mediante una línea horizontal roja. Como puede apreciarse solo tres parámetros de los mencionados con anterioridad contribuyen por encima del valor del ruido normalizado. Es de resaltar que estos tres parámetros coinciden con los parámetros identificables obtenidos en el apartado 4.2. El estudio indicado en este apartado puede realizarse utilizando la estimación a priori de los parámetros y así determinar los parámetros que son candidatos a ser identificados. Por otra parte, la caracterización puede realizarse, a posteriori, utilizando los parámetros identificados.

5.5. Verificación de la Factibilidad

Las ecuaciones de factibilidad física vienen referidas a los parámetros físicos. En esta tesis los parámetros físicos son los parámetros inerciales expresados con respecto al sistema coordinado ubicado en el centro de gravedad de la barra. Las ecuaciones de factibilidad se obtienen por el hecho de que la energía cinética total del sistema debe ser positiva. La energía cinética total corresponde a la suma de la energía cinética de cada barra,

$$E_i = \frac{1}{2} m_i \dot{r}_{G_i}^T \dot{r}_{G_i} + \frac{1}{2} \omega_{G_i}^T {}^i \mathbf{I}_i \omega_{G_i} \quad (5.5)$$

Para que la energía cinética total del sistema sea positiva, tanto la masa como el tensor de inercia de cada barra deben ser definidos positivos. YOSHIDA Y KHALIL (2000) deducen, partiendo de la ecuación 5.5, las siguientes ecuaciones de verificación de la factibilidad física,

$$m_i > 0 \quad (5.6)$$

$${}^i \mathbf{I}_{G_i} > 0 \quad (5.7)$$

Se aprecia entonces, que las ecuaciones de factibilidad viene referidas a los parámetros físicos. Estos parámetros vienen relacionados con los parámetros de nudo mediante el teorema de Steiner,

$${}^i \mathbf{I}_{G_i} = {}^i \mathbf{I}_i + m \cdot \tilde{r}_{G_i} \tilde{r}_{G_i}^T \quad (5.8)$$

Ahora bien, el modelo dinámico escrito, en forma lineal respecto a los parámetros dinámicos, se plantea en los parámetros de nudo y son estos los que conforman la agrupación de parámetros base. Considérese que el vector $\vec{\Phi}$ contiene sólo los parámetros inerciales de nudo en forma vectorial ${}^i I_i$, esto solo por simplicidad debido a que los parámetros de fricción y de inercia de los rotores puede estudiarse su factibilidad de forma separada. Las componentes de la matriz ${}^i \mathbf{I}_i$. pueden ser obtenidas a partir de $\vec{\Phi}$. Reescribiendo la ecuación 2.49, que definen las combinaciones base, se tiene,

$$\vec{\Phi}_{base} = \vec{\Phi}_1 + \mathbf{B} \vec{\Phi}_2 \quad (5.9)$$

De ésta se puede despejar el vector $\vec{\Phi}_1$ en función de los parámetros base, que son obtenidos por identificación, y $\vec{\Phi}_2$ que en la SVD corresponde con los parámetros seleccionados para la agrupación lineal. Así se tiene,

$$\vec{\Phi}_1 = \vec{\Phi}_{base} - \mathbf{B} \vec{\Phi}_2 \quad (5.10)$$

Con lo cual,

$$\vec{\Phi}_1 = f\left(\vec{\Phi}_{base}, \vec{\Phi}_2\right) \quad (5.11)$$

De la ecuación anterior se tiene que un número de parámetros inerciales referidos a los nudos ($\vec{\Phi}_1$) puede determinarse a partir de los valores de los parámetros base obtenidos mediante identificación. Además, éstos dependen de los valores que puedan ser asignados a los parámetros contenidos en el vector $\vec{\Phi}_2$, los cuales pueden tomar cualquier valor, por lo que se tendrán infinitas soluciones. La solución que interesa es aquella que permita obtener parámetros físicamente factibles de acuerdo a la ecuación 5.6. De esta forma, si definimos un intervalo de búsqueda factible para los valores de los parámetros físicos agrupados en $\vec{\Phi}_2$, por ejemplo $lb \leq \vec{\Phi}_2 \leq ub$, es posible dentro del rango de búsqueda determinar el vector $\vec{\Phi}_1$. Luego, se pueden determinar las componentes del tensor de inercia en coordenadas de nudo y los correspondientes parámetros inerciales centroidales y, de esta forma, verificar la factibilidad física. El objetivo buscado es encontrar al menos una solución física factible dentro del rango de búsqueda asignado a los parámetros agrupados en $\vec{\Phi}_2$. Lo anterior se expondrá con mayor claridad mediante un ejemplo.

Considérese de nuevo el ejemplo del manipulador de cadena abierta de dos grados de libertad presentado en el apartado 2.6.2. El vector de parámetros inerciales a estimar se define como,

$$\vec{\Phi} = \left[I_{zz2} \quad m_2 \quad m_{x2} \quad m_{y2} \quad I_{zz1} \quad m_{x1} \quad m_{y1} \right]^T \quad (5.12)$$

Si se selecciona m_2 como parámetro a reagrupar en combinación lineal, los vectores $\vec{\Phi}_1$ y $\vec{\Phi}_2$ quedan definidos como,

$$\vec{\Phi}_1 = \left[I_{zz2} \quad m_{x2} \quad m_{y2} \quad I_{zz1} \quad m_{x1} \quad m_{y1} \right]^T \quad (5.13)$$

$$\vec{\Phi}_2 = [m_2] \quad (5.14)$$

Partiendo del valor de los parámetros base estimados se puede escribir el valor de los parámetros de nudo contenidos en $\vec{\Phi}_1$ como,

$$\begin{bmatrix} I_{zz2} \\ m_{x2} \\ m_{y2} \\ I_{zz1} \\ m_{x1} \\ m_{y1} \end{bmatrix} = \vec{\Phi}_{base} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ l_1^2 \\ l_1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot m_2 \quad (5.15)$$

A partir de la solución de los parámetros de nudo se pueden determinar los parámetros físicos. Luego, se puede verificar si algún valor de m_2 en el espacio de búsqueda conduce a valores factibles de los restantes parámetros. Si es posible obtener al menos una solución que satisfaga la ecuación 5.6 entonces el conjunto de parámetros base identificados se considera factible. El procedimiento para determinar si un conjunto de parámetros es factible se transcribe seguidamente,

```

Entrada:  $\Phi_{base}, ub, lb, np$ 
bucle  $i=lb:(ub-lb)/np:ub$  realice
     $m_2 = i$  ;
     $\vec{\Phi}_1 = \vec{\Phi}_{base} - \mathbf{B}\vec{\Phi}_2$  ;
     ${}^i\mathbf{I}_{G_i} = f(\Phi_1, \Phi_2)$  ;
     $m_i = f(\Phi_1, \Phi_2)$  ;
    si  ${}^i\mathbf{I}_{G_i} > 0$  y  $m_i > 0$  entonces
        Indicador= 1
    fin si
fin

```

Procedimiento 1. Verificación de la Factibilidad

donde np es el numero de puntos en el que se discretiza el intervalo de búsqueda definido por los límites lb y ub .

Mediante el procedimiento 1 se puede verificar si un conjunto de parámetros es factible. El indicador de factibilidad queda establecido en la variable *Indicador* y el conjunto es factible cuando la variable sea igual a 1.

5.6. Estimación de los Parámetros Base

Si se asume que la fricción en los pares corresponde a fricción de Coulomb y fricción viscosa, el modelo de fricción es lineal en parámetros a identificar. En consecuencia, dado que el modelo de sólido rígido, así como también de la inercia de los rotores, es lineal, el modelo dinámico completo resulta lineal y puede expresarse como,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}_{rb} & \mathbf{W}_f & \mathbf{W}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\Phi}_{rb}^T & \vec{\Phi}_f^T & \vec{\Phi}_r^T \end{bmatrix}^T = \mathbf{W} \cdot \vec{\Phi} = \vec{\tau} \quad (5.16)$$

donde \mathbf{W} se refiere a la matriz de observación del sistema expresada en parámetros base y $\vec{\Phi}$ el vector que agrupa los parámetros base a identificar.

Hasta donde el autor ha investigado, entre los diversos procedimientos empleados para estimar los parámetros, cuando se asumen modelos lineales (en parámetros) de fricción, se ha observado que el procedimiento que arroja los mejores resultados es el basado en Mínimos Cuadrados Ponderados. La solución del sistema expresado en 5.16 viene dada por,

$$\vec{\Phi} = (\mathbf{W}^T \Sigma^{-1} \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W} \Sigma^{-1} \vec{\tau} \quad (5.17)$$

donde Σ es la matriz de ponderación. Esta matriz puede ser construida a partir de la varianza de las fuerzas generalizadas medidas en los experimentos y se puede determinar mediante la ecuación 3.26.

Si se emplean modelos no lineales de fricción en las juntas del robot, el modelo completo del robot es, por consiguiente, no lineal y se puede resumir mediante la siguiente expresión

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}_{rb} & \mathbf{W}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\Phi}_{rb}^T & \vec{\Phi}_r^T \end{bmatrix}^T + (\vec{F}_{fi} - \mathbf{X}^T \cdot \vec{F}_{fe}) = \mathbf{W} \cdot \vec{\Phi} + (\vec{F}_{fi} - \mathbf{X}^T \cdot \vec{F}_{fe}) = \vec{\tau} \quad (5.18)$$

siendo \vec{F}_{fi} y \vec{F}_{fe} los vectores que definen la fricción asociados a los pares independientes y secundarios del robot. Los parámetros de fricción se agrupan en el vector $\vec{\Phi}_f$. El vector $\vec{\Phi}$, para este caso, contiene los parámetros base debido a sólido rígido y a la inercia de los rotores.

El hecho de incluir modelos de fricción no lineales hace que el modelo dinámico completo sea no lineal, por consiguiente es necesario emplear procedimientos de optimización no lineal para su solución. Si se quieren incluir los pesos, se multiplican ambos lados de la ecuación 5.18 por la matriz de pesos Σ^{-1} . Es de resaltar que para el caso no lineal es muy importante disponer de una buena estimación inicial, por consiguiente, resulta importante para el proceso de optimización la estimación preliminar de los parámetros, tal como fue descrita en el apartado 5.2.

5.7. Simplificación del Modelo

El modelo en parámetros base incluye todos los parámetros que influyen en el modelo dinámico. Ahora bien, de forma eventual la geometría de las barras que conforman al robot pueden permitir simplificaciones en el modelo. En los casos de estudio presentados, se obtiene que debido a la geometría de los actuadores, algunos parámetros tenían un valor cercano a cero. En ese mismo sentido, la forma de la plataforma móvil permite realizar simplificaciones en el número de parámetros. Por otra parte, en algunos casos, sobre todo en los parámetros asociados a las *patas* del robot, pueden presentarse parámetros base que, debido a la simetría del robot (por lo general, las *patas* del robot se construyen de forma similar, presentando las barras que la constituyen valores de inercia y masas muy cercanos). Lo anterior permite asumir que pueden reducirse y combinar las respectivas columnas de la matriz de observación con simetría. De esta forma, el analista debe considerar la reducción del modelo a partir de la observación de la geometría del robot, así como también de la simetría presentada por la características del robot paralelo objeto a estudio.

Por otra parte, otro aspecto a tomar en cuenta en la simplificación del modelo es la reducción de aquellos parámetros que presentan baja contribución a la dinámica del robot. Más aún, si dicha contribución es menor que el ruido con el cual se obtienen las mediciones. La caracterización del comportamiento presentado en el apartado 5.4 permite establecer que parámetros son candidatos a ser identificados.

5.7.1. Reducción del Modelo por Análisis de la Desviación Estándar

Luego de reducir el modelo considerando las simplificaciones debidas a la geometría y simetría del robot, se puede ir reduciendo el modelo en función de la desviación estándar relativa con la cual se determinan los parámetros. En este sentido, KHALIL Y DOMBRE (2002) proponen reducir el modelo hasta que el valor de $\max(\vec{\sigma})$ sea 10 mayor que el $\min(\vec{\sigma})$. Ahora bien, dicha reducción puede realizarse hasta conseguir que el conjunto de parámetros obtenidos sea físicamente factible. Lo anterior puede hacerse evaluando la factibilidad de los parámetros a medida de que se reduce el modelo de una forma iterativa. Es de resaltar que uno de los aportes de la presente tesis es el de evaluar la factibilidad física y emplearla como criterio en la reducción del modelo. Esto se puede esquematizar en el siguiente procedimiento,

```

mientras que  $factible=0$  realice
  Determine  $\vec{\Phi}$ ;
  Determine  $\vec{\sigma}$  ;
   $i = \max(\vec{\sigma})$  ;
  Reduzca  $\Phi_i$ ;
  Algoritmo 1;
  si  $Indicador=1$  entonces
     $factible=1$ 
  fin si
fin

```

Procedimiento 2. Reducción del Modelo

Una vez obtenido el modelo reducido factible se debe proceder a la validación del modelo, lo cual es descrito en el siguiente apartado.

5.8. Validación

La verificación del modelo obtenido en el paso anterior se realiza evaluando el desempeño de éste con respecto a la predicción del comportamiento del modelo dinámico, tanto inverso como directo, para trayectorias no empleadas en el diseño de experimentos. Para resolver el modelo dinámico directo es necesario reescribir las ecuaciones de forma tal que su representación quede en ecuación de estados de la forma $\ddot{\vec{q}} = f(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, t)$. La resolución del problema dinámico directo escrita en parámetros base será abordada en el capítulo 6.

Los apartados descritos con anterioridad se presentan de forma conjunta en el diagrama de flujo de la Figura 5.4. En el siguiente apartado se describen los resultados de la aplicación de la metodología propuesta en la identificación de parámetros de los robots paralelos 3-RPS y 3-PRS. Se emplea la metodología para casos que incluyen modelos lineales y no lineales de fricción. En la identificación del robot 3-PRS se consideran solo modelos lineales de fricción.

5.9. Aplicación al Robot Paralelo 3-RPS

La aplicación de la metodología propuesta se realiza sobre un robot paralelo de configuración 3-RPS. Este tipo de robot fue introducido por HUNT (1983) y seguidamente ha sido objeto de numerosos estudios.

El robot paralelo que se dispone para los experimentos de este trabajo ha sido

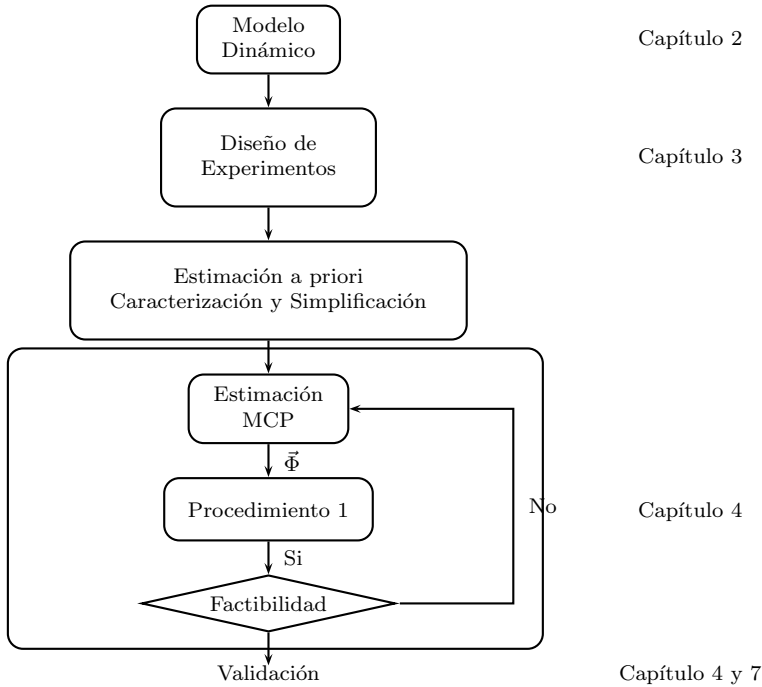


Figura 5.4: Esquema de la metodología para la identificación de parámetros de robot

descrito previamente en el apartado 4.2. Los componentes mecánicos y las longitudes principales, parámetros D-H, necesarios para el modelado cinemático robot se incluyen en el anexo A. La selección del conjunto base se realizó utilizando el procedimiento práctico indicado en el apartado 5.3. Así pues, se obtienen diversas trayectorias óptimas para varias posibilidades de parámetros base, y se opta por el conjunto que arroja un menor valor en la optimización. En la selección del conjunto base se considera el criterio del número de condición de la matriz de observación. El modelo dinámico expresado en parámetros base se puede ver en la Tabla 4.2. Se consideran dos casos. El primero emplea modelos lineales en parámetros de Fricción de Coulomb, más fricción viscosa simétrica. El segundo considera un modelo de fricción no lineal en las juntas prismáticas.

5.9.1. Diseño del Experimento

Se diseñan diversas trayectorias óptimas. Con este fin, se utilizan como criterio: $\kappa(\mathbf{W})$, $-\log(\det(\mathbf{I}^*))$ y el multicriterio. Seguidamente, se seleccionan cuatro trayectorias por cada criterio. La selección se basó en aquellas que obtuvieron el menor valor

de la correspondiente función objetivo. La duración de cada una de las trayectorias es de 7.5s y la trayectoria de Fourier utilizada en la optimización contenía 11 armónicos.

Una vez obtenidas las trayectorias, se procede a implementarlas sobre el robot paralelo, lo cual se realiza utilizando un controlador PID con una frecuencia de muestreo de 100Hz. La periodicidad de la trayectoria permite repetir el ensayo, de esta forma la trayectoria es ejecutada 10 veces por el robot. Es de resaltar que, previo a los experimentos, el robot es puesto en operación durante 20 minutos.

Se utilizan medidores de posicionamiento angular *encoders* para la medición del ángulo de rotación del motor. A partir de la relación de transmisión del tornillo de potencia se puede determinar el desplazamiento lineal del actuador. La velocidad y la aceleración se obtienen ajustando los datos de posición a la serie de Fourier empleada en la optimización y su posterior derivación analítica. Las fuerzas aplicadas por los motores se obtienen asumiendo una relación lineal entre la acción de control aplicada y la fuerza. Dicha relación fue verificada experimentalmente. Tanto las señales medidas de posición, así como también las acciones de control, fueron filtradas mediante un filtro paso bajo digital Butterworth. A partir de la repetición de la trayectoria, se determina la desviación estándar de la medición de posición. Los valores obtenidos, $0.2158E-4$, $0.1665E-4$ y $0.249E-4$, permiten asumir que la medición de posición no presenta errores de forma considerable. Un ejemplo de la señal del par medido y filtrado se muestra en la figura 5.5.

5.9.2. Ecuaciones de Factibilidad

Debido a la simetría de las *patas* del robot se tiene que las masas de los actuadores son iguales, $m_1 = m_4 = m_6$, así como su inercia, $I_{cg_1} = I_{cg_4} = I_{cg_6}$ y momentos de

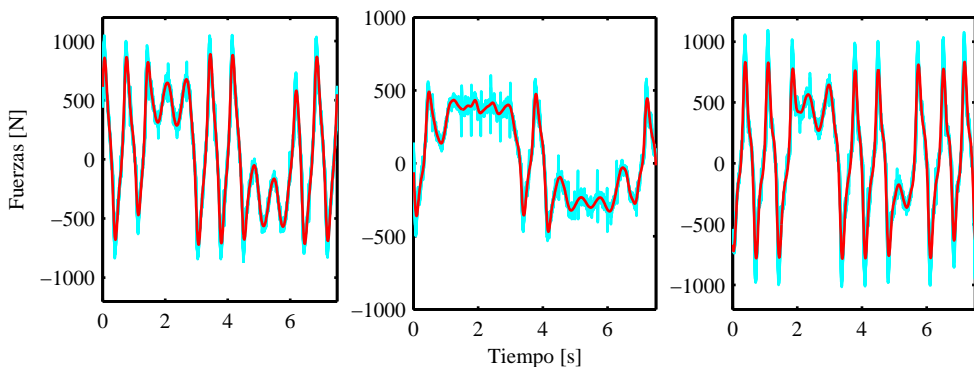


Figura 5.5: Fuerzas medidas (—) y filtradas (—)

primer orden $my_1 = my_4 = my_6$. Además, los momentos de primer orden en el eje x , tal como fue expuesto en el apartado 4.2, pueden aproximarse a cero, $mx_1 = mx_4 = mx_6 \approx 0$. La misma consideración de la simetría se aplica a la barra deslizante del actuador, con lo cual: $\mathbf{I}cg_2 = \mathbf{I}cg_5 = \mathbf{I}cg_7$, $m_5 = m_7 = m_2$, $mz_5 = mz_7 = mz_2$ y $mx_5 = mx_7 = mx_2 \approx 0$. Si se toman en consideración las expresiones anteriores, las ecuaciones para evaluar la factibilidad se pueden definir como,

$$\begin{aligned} \mathbf{I}cg_1 &= f\left(\vec{\Phi}, Iyy_{cg_2}, m_1\right) > 0 \\ \mathbf{I}cg_3 &= f\left(\vec{\Phi}, m_3\right) > 0 \\ m_2 &= f\left(\vec{\Phi}, m_3\right) > 0 \end{aligned} \quad (5.19)$$

Como puede apreciarse en la ecuación 5.19, la factibilidad física puede determinarse a partir de la solución obtenida del proceso de identificación ($\vec{\Phi}$) conjuntamente con la asignación de valores a los parámetros Iyy_{cg_2} , m_1 y m_3 . Si se considera que los valores de los anteriores parámetros varían dentro del siguiente rango,

$$\begin{aligned} 0 &< Iyy_{cg_2} \leq 1 \\ 1 &\leq m_1 \leq 5 \\ 5 &\leq m_3 \leq 15 \end{aligned} \quad (5.20)$$

la ecuación 5.19 puede ser resuelta, y conjuntamente con el Procedimiento 1 de capítulo anterior, puede evaluarse la factibilidad física del conjunto de parámetros obtenidos mediante la identificación. Es necesario añadir a las ecuaciones de factibilidad debidas a sólido rígido, las correspondientes a la fricción en los pares y la inercia del rotor y tornillo de potencia del actuador. En ambos casos los parámetros que definen los modelos deben ser positivos.

5.9.3. Estimación de los Parámetros de Modelo

La estimación de los parámetros del modelo se realiza mediante Mínimos Cuadrados Ponderados. Siendo los pesos de ponderación igual a la inversa de la varianza en la medición de las fuerzas en los actuadores La selección del procedimiento de estimación se realiza basándose en la medición de la varianza de la medición de posiciones, la cual se considera baja. Luego de seleccionar el modelo inicial para la identificación, se procede a implementar el diagrama de flujo mostrado en la Figura 5.4. Para los casos

considerados el procedimiento iterativo finaliza en un modelo reducido constituido por 12 parámetros. Sólo tres parámetros de la dinámica de sólido rígido contribuyen de una manera significativa sobre el comportamiento dinámico del robot. Estos resultados coinciden con los obtenidos en el caso de estudio presentado en el apartado 4.2. Los valores de los parámetros base del modelo reducido de 12 parámetros se presentan en la Tabla 5.1. En la mencionada tabla se indican los resultados para tres trayectorias obtenidas mediante los criterios de optimización antes mencionados.

Los resultados de la tabla 5.1, indican que la media de la desviación de estándar relativa del valor de los parámetros obtenidos, cuando se emplea como criterio $-\log(\det(\mathbf{I}^*))$, es más baja que la media obtenida por los otros criterios. Esto es esperado debido al hecho de que el enfoque busca disminuir variaciones en la desviación estándar de los parámetros. Por otra parte, el valor medio de la desviación estándar relativa para el multicriterio resulta más baja que las obtenidas por el criterio basado en $\kappa(\mathbf{W})$. Sin embargo, sus valores resultan ligeramente más elevados que los obtenidos con el criterio $-\log(\det(\mathbf{I}^*))$.

Otro aspecto que se puede comentar en la tabla 5.1 es el hecho de que la metodología propuesta, para las trayectorias consideradas, finaliza cuando el conjunto de parámetros identificados resulta físicamente factible.

Los parámetros obtenidos, usando una trayectoria basada en la optimización multicriterio, se utilizan para comparar las fuerzas medidas con las fuerzas predichas. La

Tabla 5.1: Parámetros identificados para el robot paralelo 3-RPS

Φ	$\kappa(\mathbf{W})$		$-\log(\det(\mathbf{I}^*))$		Multicriterio	
	Φ_i	σ_i	Φ_i	σ_i	X_p	σ_i
1	-2.31	6.48	-2.70	4.73	-3.06	4.80
2	11.18	4.09	11.97	3.19	12.77	3.41
3	6.10	2.52	6.05	2.19	6.68	2.29
4	3483.28	3.41	3898.41	2.20	4272.38	2.19
5	152.33	6.33	129.27	4.04	96.84	7.07
6	2099.86	5.08	2315.87	3.64	2184.92	4.90
7	119.94	7.00	114.26	4.35	125.86	6.30
8	3057.99	1.87	2250.87	2.38	3096.19	2.07
9	202.21	1.85	258.21	1.48	197.29	2.02
10	493.6	2.04	502.03	1.51	492.52	1.25
11	453.14	3.03	463.12	2.21	439.64	3.31
12	540.68	0.76	540.34	1.18	562.30	0.88
Media		3.70		2.76		3.36

Figura 5.6 muestra la comparación entre las fuerzas medidas y predichas las cuales como puede apreciarse son comparables. Los picos más importantes del error ocurren cuando la velocidad de un actuador cambia de sentido. Este hecho indica que el modelo de fricción asumido no representa correctamente al fenómeno de fricción en dichos puntos.

5.9.4. Validación del Modelo

Se emplean 12 trayectorias no usadas en la identificación para la validación del modelo dinámico identificado. Las trayectorias de validación fueron determinadas utilizando como parámetros de la serie de Fourier aquellos obtenidos durante las primeras iteraciones del proceso de optimización de trayectorias. De esta forma, las trayectorias de validación satisfacen la operabilidad dentro del espacio de trabajo del robot. Cada una de la trayectorias de validación fue repetida 10 veces durante los ensayos realizados sobre el Robot.

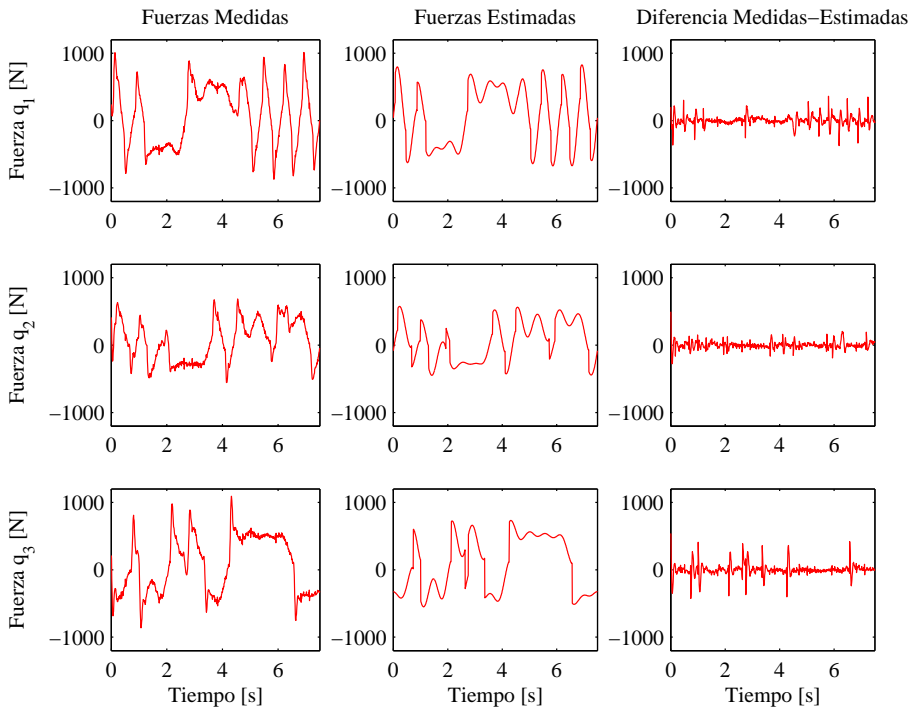


Figura 5.6: Fuerzas medidas, del modelo Reducido y diferencia entre fuerzas medidas y el modelo reducido.

Por otra parte, como índices de verificación del modelo, se emplea el error cuadrático medio (RMS) de la estimación (diferencia entre las fuerzas medidas y predichas por el modelo dinámico), el cual es comparado con la RMS de las desviaciones medidas, que es estimada como la desviación estándar de las mediciones realizadas sobre las fuerzas generalizadas medidas, tal como proponen SWEVERS ET AL. (1997). Adicionalmente, se estima la diferencia entre el modelo identificado y las fuerzas medidas mediante el error absoluto medio indicado en la ecuación 4.4.

La Tabla 5.2 muestra los valores de la comparación del RMS donde aparece una diferencia de el doble entre las fuerzas predichas y las medidas. Estas diferencias ocurren principalmente debido al hecho de que el modelo de fricción lineal no describe completamente el comportamiento del sistema cuando en los actuadores ocurre un cambio de signo en la velocidad. Sin embargo, para la totalidad de las trayectorias consideradas, la diferencia es aproximadamente constante. La Figura 5.7 muestra la comparación entre las fuerzas estimadas y las medidas para una trayectoria de prueba en particular. Como se puede observar, las curvas son similares.

Tabla 5.2: RMS Fuerzas medidas y las estimadas.

Medidas	$\kappa(\mathbf{W})$	Multicriterio	$-\log(\det(\mathbf{I}^*))$
21.43	54.54	52.9367	54.45

Por último, se verifica el modelo con respecto a la media de las 12 trayectorias, así como también la desviación de la media en función del ε_{ra} (Tabla 5.3). Como se aprecia, tanto la media del error como la desviación en la predicción, con respecto al criterio utilizado para el diseño del experimento, son similares.

Luego de evaluar el desempeño de la metodología utilizando modelos lineales de fricción, se presenta seguidamente su implementación con modelos no lineales de fricción en los pares prismáticos.

Tabla 5.3: Promedio y desviación del ε_{ra} para las trayectorias de validación.

	F_1	Multicriteria	F_2
Promedio (ε_{ra})	12.23	12.25	12.40
Desviación (ε_{ra})	1.09	0.99	1.16

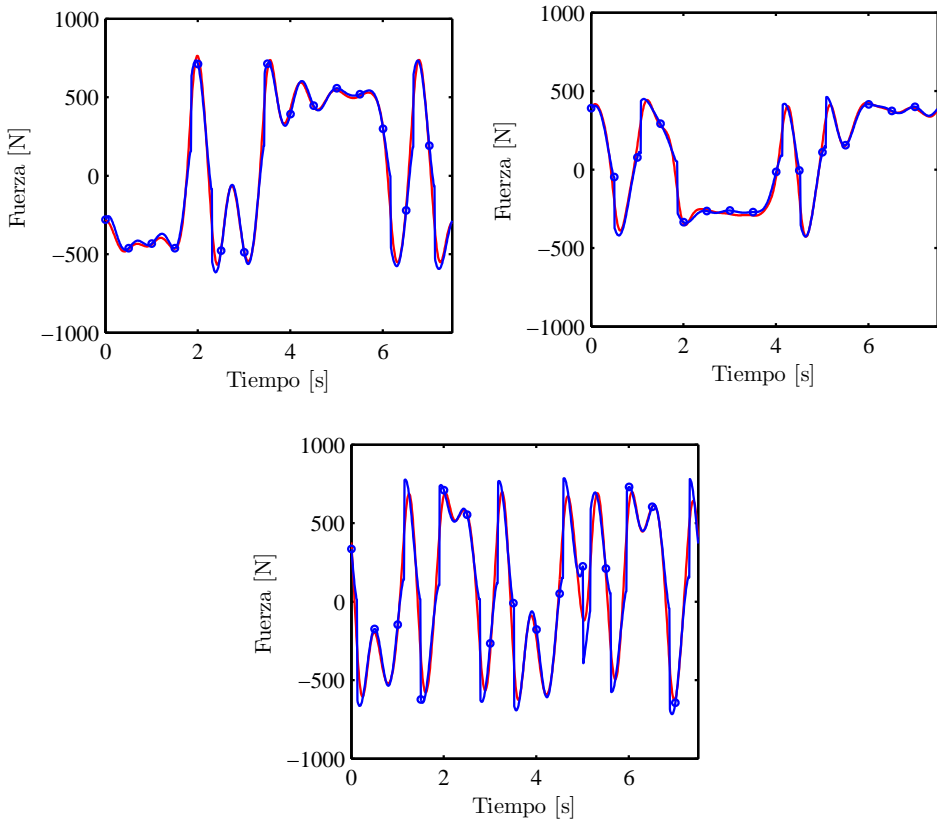


Figura 5.7: Fuerzas medidas (—), Fuerzas Estimadas (o—).

5.9.5. Fricción no Lineal en Pares Prismáticos

La metodología propuesta puede aplicarse para el caso en que el modelo a identificar presente no linealidad en parámetros. Como caso de estudio se utiliza un modelo de fricción no lineal para el modelado de la fricción en las juntas prismáticas. El modelo es el descrito por la ecuación (4.8). Los valores de los parámetros del modelo de fricción deben ser positivos a fin de garantizar su factibilidad física. Además, el coeficiente ds de la ecuación debe presentar valores entre 0.5 a 1 (WAIBOER, 2008).

La trayectorias empleadas en la identificación son las descritas en el apartado 5.9.1. Para la estimación de parámetros se emplea la ecuación (5.18), por lo que es necesario emplear técnicas de optimización no lineal. Al respecto se utiliza un procedimiento basado en Programación Secuencial Cuadrática, específicamente, se emplea el procedimiento *fmincon* del entorno de programación de Matlab. La estimación inicial en la optimización se determina a partir de los valores obtenidos en el apartado anterior.

Luego de aplicar la metodología propuesta, se obtiene un modelo reducido constituido por 20 parámetros. Los modelos de fricción identificados se presentan en la figura 5.8a. A fines comparativos se ha incluido la figura 5.8b donde se presenta el comportamiento de uno de los modelos de fricción lineal obtenido en el apartado anterior. De la comparación se observa que el comportamiento de ambos modelos para velocidades mayores a 0.01 m/s es cercano. Las diferencia entre ambos radica, como era previsible, en el modelado del fenómeno de fricción a bajas velocidades. El modelo no lineal suaviza el comportamiento entre la transición de velocidad positiva y negativa de la fricción de Coulomb.

La verificación del modelo identificado no lineal se realiza mediante 8 trayectorias de prueba. Se incluye en la tabla 5.4 el valor de la media y la desviación en la predicción, medida en función del ε_{ra} , de las trayectorias de prueba. En dicha tabla se incluyen adicionalmente los valores del modelo lineal, cuyos parámetros corresponden con los listados en la tabla 5.1 para trayectorias basadas en el multicriterio.

Los resultados obtenidos en la validación sugieren que el modelo identificado a partir de modelos lineales de fricción predicen con mayor bondad el comportamiento

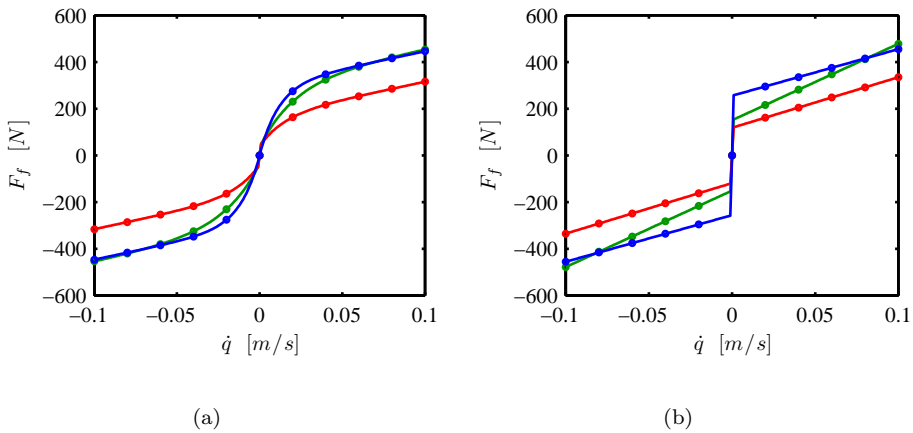


Figura 5.8: Modelos de Fricción Identificados, a) No Lineal b) Lineal

Tabla 5.4: Promediado y Desviación del ε_{ra} para las Trayectorias de Validación respecto al Modelo de Fricción empleado.

	Modelo Lineal	Modelo No Lineal
Promedio	12.63	18.30
Desviación	1.12	1.43

dinámico del sistema en estudio. Ahora bien, puede apreciarse que aunque el valor promedio de la predicción es mayor para el caso en el que se consideran modelos no lineales de fricción, la desviación en la predicción (1.43) no resulta tan elevada en comparación con el caso lineal. Esto sugiere que la metodología propuesta permite obtener un modelo reducido con un error de predicción acotado.

5.10. Aplicación al Robot Paralelo 3-PRS

Como siguiente aplicación de la metodología se realiza la identificación de parámetros de un robot paralelo de configuración 3-PRS. Como se ha mencionado, dicho robot fue proyectado en el marco experimental de la presente tesis. La Figura 5.9 muestra el prototipo del robot en estudio. Los parámetros D-H, necesarios para el modelado cinemático del robot han sido introducidos con anterioridad en el apartado 2.1.1. De igual forma que el caso de aplicación del apartado anterior, la selección del conjunto de parámetros base se realiza utilizando el procedimiento práctico indicado en el apartado 5.3. Para el caso de la identificación se consideran modelos simétricos lineales en parámetros de Fricción de Coulomb, más fricción viscosa.



Figura 5.9: Robot paralelo configuración 3-PRS

5.10.1. Diseño del Experimento

Se diseñan diversas trayectorias óptimas con un tiempo total de duración de cada una de ellas de 10s, las cuales están basadas en series de Fourier y parametrizadas mediante 11 funciones armónicas. Debido a que el objetivo del presente apartado es evaluar el desempeño de la metodología se emplea un único criterio de diseño

de trayectoria, específicamente, se emplea el número de condición de la matriz de observación ($\kappa(\mathbf{W})$).

Luego de obtener las trayectorias, se procede a implementarlas sobre el robot, lo cual se llevó a cabo mediante un controlador PID desarrollado para dicho robot. El controlador está diseñado para aplicar la acción de control cada 100Hz. Las mediciones fueron realizadas bajo la misma frecuencia. La periodicidad de la trayectoria permite repetir el ensayo, de esta forma la trayectoria es ejecutada 5 veces por el robot. Es de resaltar que previo a los experimentos, el robot es puesto en operación durante 30 minutos.

Para las mediciones de las variables utilizadas en la identificación se emplean las experiencias descritas en el diseño de experimentos del apartado de aplicación al robot paralelo 3-RPS. Con el objeto de aclarar el proceso de medición, en la Figura 5.10 se muestra la señal del par medido y filtrado para una de las trayectorias empleadas en la identificación.

5.10.2. Ecuaciones de Factibilidad

Con el propósito de determinar las ecuaciones de factibilidad se estudia primero la geometría de las *patas* del robot. En este sentido, se tiene que las masas de los actuadores son aproximadamente iguales, $m_1 = m_4 = m_6$, así como su inercia $\mathbf{I}cg_1 = \mathbf{I}cg_4 = \mathbf{I}cg_6$ y momentos de primer orden. Además, debido a que las barras acopladoras presentan dimensiones similares, se asume que las masas de los barras acopladoras son iguales, $m_2 = m_5 = m_7$, así como su inercia $\mathbf{I}cg_2 = \mathbf{I}cg_5 = \mathbf{I}cg_7$ y momentos de primer orden, siendo $my_2 = my_5 = my_7 \approx 0$. Si se toman en consideración las expresiones anteriores, y la forma de la plataforma, plana y circular, se llega al

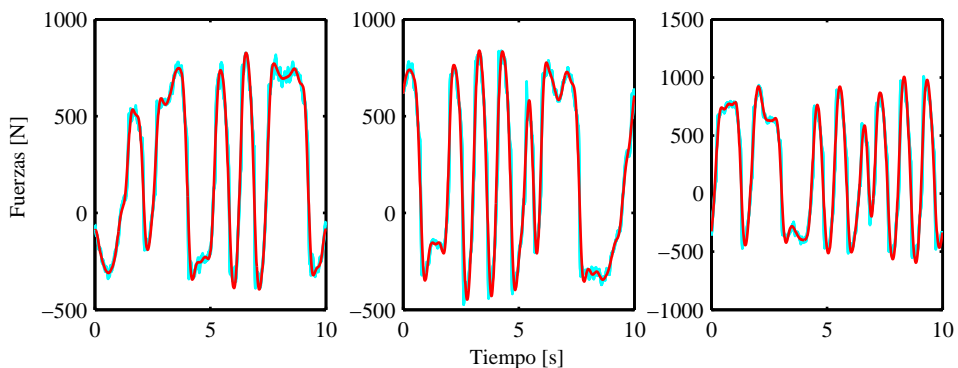


Figura 5.10: Fuerzas medidas (—) y filtradas (—)

conjunto de parámetros indicados en la Tabla 5.5.

Tabla 5.5: Parámetros base robot paralelo configuración 3-PRS.

No	Parámetro Base
1	$I_{xx_3} - ly_{p_3}^2 (2m_1 + 2m_2 + m_3)$
2	$I_{xy_3} + lx_{p_3}ly_{p_3} (2m_1 + 2m_2 + m_3)$
3	I_{xz_3}
4	$I_{yy_3} - lx_{p_3}^2 (2m_1 + 2m_2 + m_3) + lx_{p_2}^2 (m_1 + m_2)$
5	$I_{zz_3} - lx_{p_2}^2 (m_1 + m_2 + m_3)$
6	$mx_3 - lx_{p_3} (2m_1 + 2m_2 + m_3) + lx_{p_2} (m_1 + m_2)$
7	$my_3 - ly_{p_3} (2m_1 + 2m_2 + m_3)$
8	mz_3
9	$I_{zz_2} - lr^2 (m_1 + m_2)$
10	$mx_2 - lr (m_1 + m_2)$
11	$I_{zz_2} + lr^2 (2m_1 + 2m_2 + m_3)$
12	$3m_1 + 3m_2 + m_3$
13	$mx_7 + lr (2m_1 + 2m_2 + m_3)$

De la Tabla 5.5 se aprecia como la masa de la plataforma (m_3) puede ser obtenida a partir del valor estimado del parámetro 12 y valores dados de m_1 y m_2 . Así las ecuaciones de factibilidad se pueden escribir en función del valor estimado de los parámetros base y de las masas m_1 y m_2 , con lo cual las ecuaciones para evaluar la factibilidad se pueden definir,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{I}cg_2 &= f(\vec{\Phi}, m_1, m_2) > 0 \\
 \mathbf{I}cg_3 &= f(\vec{\Phi}, m_1, m_2) > 0 \\
 m_3 &= f(\vec{\Phi}, m_1, m_2) > 0
 \end{aligned} \tag{5.21}$$

Como puede apreciarse en la ecuación 5.21 la factibilidad física puede determinarse a partir de la solución obtenida del proceso de identificación ($\vec{\Phi}$) conjuntamente con la asignación de valores a los parámetros, m_1 y m_2 . Si se considera que los valores de los anteriores parámetros varían dentro del rango,

$$\begin{aligned}
 5 &\leq m_1 \leq 15 \\
 0.4 &\leq m_2 \leq 5
 \end{aligned} \tag{5.22}$$

Se tiene entonces que la ecuación 5.21 puede ser resuelta, y conjuntamente con el Procedimiento 1, descrito con anterioridad, puede evaluarse la factibilidad física del conjunto de parámetros obtenidos mediante la identificación. Para la verificación de la factibilidad física de los parámetros subyacentes a los modelos de, fricción en las pares, de inercia del rotor y tornillo de potencia del actuador, se considera que éstos deben ser positivos.

5.10.3. Estimación de los Parámetros de Modelo

A partir de la repetición de la trayectoria se determina la desviación estándar de la medición de posición. Los valores obtenidos, 1.0628e-005, 7.2504e-006 y 9.1636e-006 para cada actuador, permiten asumir que la medición de posición no presenta errores de forma considerable, por lo que la estimación de los parámetros del modelo se realizó mediante MCP. Los pesos de ponderación se seleccionan, al igual que el caso de aplicación anterior, a partir de la inversa de la varianza en la medición de las fuerzas en los actuadores. Luego de seleccionar el modelo inicial se procede a implementar el diagrama de flujo mostrado en la Figura 5.4. Para los casos considerados el procedimiento iterativo finaliza con un modelo reducido constituido por 13 parámetros, de los cuales cuatro de ellos corresponden con la dinámica de sólido rígido. Adicionalmente, el modelo reducido es identificado satisfaciendo las condiciones de factibilidad física. Los valores de los parámetros base del modelo reducido de 13 parámetros y el nivel de desviación estándar con el cual son identificados se presentan en la Tabla 5.6.

Tabla 5.6: Parámetros identificados para el robot paralelo 3-PRS

Φ_i	σ_i
-11.57	8.22
7.82	6.48
-18.76	0.726
62.78	0.596
168.56	3.92
151.35	3.97
159.90	3.75
3509.83	1.49
100.16	4.69
3418.03	1.39
122.46	3.38
3870.60	1.16
100.64	4.51

5.10.4. Validación del Modelo

Los parámetros obtenidos se utilizan para comparar las fuerzas medidas con las fuerzas predichas para una trayectoria no empleada en la identificación. Se emplean, para la validación del modelo dinámico identificado, 4 trayectorias no usadas en la identificación. Las trayectorias de validación se determinan utilizando como parámetros de la serie de Fourier aquellos obtenidos durante las primeras iteraciones del proceso de optimización de trayectorias. De esta forma, las trayectorias de validación satisfacen la operabilidad dentro del espacio de trabajo del robot. Las trayectorias de validación fueron ejecutadas 5 veces en el robot.

La Figura 5.11 muestra la comparación entre las fuerzas medidas y predichas para una de las trayectorias de validación. Las fuerzas medidas y predichas son comparables. Por otra parte, se verifica la diferencia entre el modelo identificado y las fuerzas medidas mediante el error absoluto medio indicado en la ecuación 4.4. La media en la predicción de las fuerzas para las 4 trayectorias, así como también la desviación de la media en función del ε_{ra} , se presentan en la Tabla 5.7. Como se aprecia, si bien es cierto que existe un error en la predicción, el modelo reducido logra predecir de forma apropiada el comportamiento dinámico del sistema en un rango determinado.

5.11. Discusión

En los apartados anteriores se ha presentado la aplicación de la metodología propuesta al caso de robot paralelos, específicamente, a robot paralelos completos de 3-GDL. En este apartado, se discuten algunos aspectos de los resultados obtenidos.

Como primer aspecto es importante destacar que, para los casos estudiados, la metodología presentada satisface las condiciones para obtener un modelo reducido cuyos parámetros identificados sean físicamente factibles. Mas aún, los parámetros son obtenidos con una elevada certidumbre en base a los criterios estadísticos. Las variables estadísticas son empleadas para reducir el modelo y las condiciones de factibilidad han permitido establecer el límite en el proceso de reducción del modelo. La importancia de obtener un modelo reducido no radica únicamente en la disminución del conjunto de parámetros del modelo, sino que además influye en la capacidad de

Tabla 5.7: Promedio y desviación del ε_{ra} para las trayectorias de validación.

Promedio (ε_{ra})	15.75
Desviación (ε_{ra})	1.65

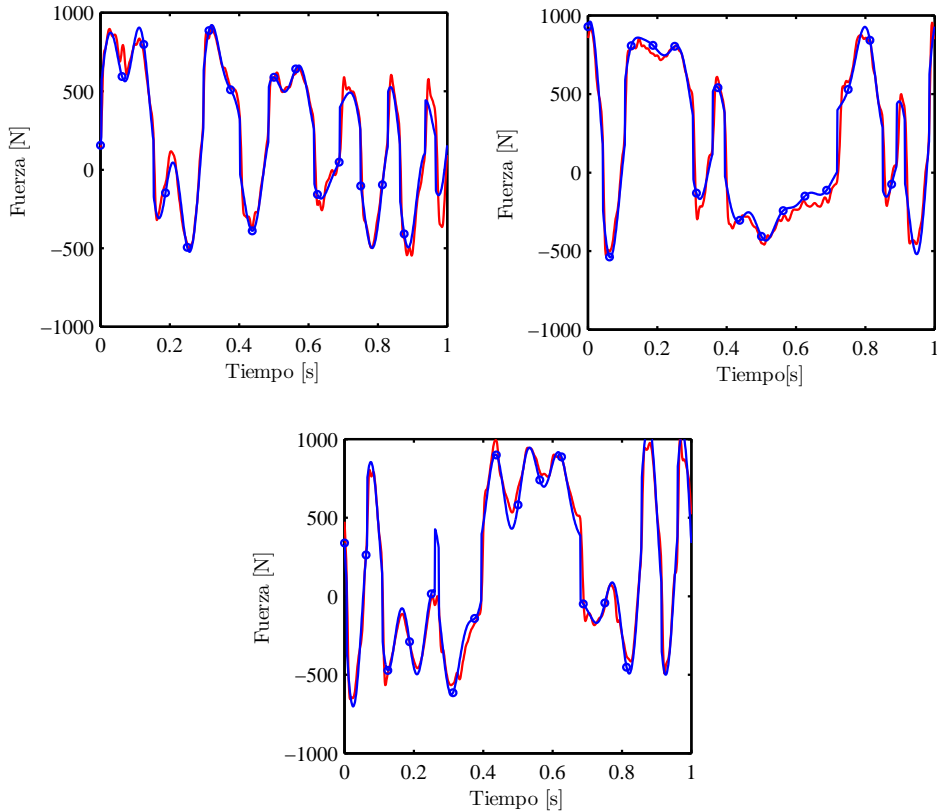


Figura 5.11: Fuerzas medidas (—) , Fuerzas Estimadas (o—) .

los modelos a la hora de predecir el comportamiento dinámico del robot. Esto se ha observado cuando se utilizan ambos modelos, el completo y el reducido, para predecir el comportamiento de diversas trayectorias de validación. Los resultados indican que es más apropiado el empleo del modelo reducido por que este último discrepa menos en la predicción del comportamiento dinámico de trayectorias de validación. Lo anterior posiblemente se debe a que en el modelo completo los parámetros identificados con poco nivel de certidumbre comparten o modelan los errores no modelados y/o de medición de la trayectoria particular para la cual fueron determinados; sin embargo, dichos parámetros transmiten los errores a las trayectorias de validación.

El hecho de que ambos robots hayan sido construidos utilizando actuadores de la misma casa fabricante, hace que se puedan establecer comparaciones en lo referente a los parámetros de fricción e inercia de los rotores para ambos robots. Los actuadores del robot 3-PRS son más robustos que los del 3-RPS. Las dimensiones del primero son mayores que las del segundo, ya que los primeros fueron seleccionados para una

capacidad máxima de 20 KN y los segundos de 5 KN. Esto sugiere que las inercias de los rotores del robot 3-PRS deben ser mayores que los del 3-RPS. Se han utilizado los pasos de los tornillos (para el RPS de 5 mm/vuelta y para el PRS de 20 mm/vuelta) para obtener la inercia de los tornillos bajo la misma referencia. Lo anterior se aprecia en la Tabla 5.8 donde se verifica que los parámetros del robot 3-PRS son mayores que los del 3-RPS para los tres actuadores. Con respecto a los parámetros de fricción viscosa se espera que los mismos no presenten mayores discrepancias. Como puede apreciarse en la Tabla 5.8, los parámetros de fricción viscosa son similares en orden de magnitud siendo los del robot 3-PRS levemente superior a los del 3-RPS. Por último, cuando se comparan los parámetros de fricción de Coulomb, éstos resultan del mismo orden de magnitud. Aunque se espera que el robot PRS presente valores mayores, principalmente porque la carga de trabajo máxima de los actuadores es mayor, en este caso hay que mencionar que los actuadores del robot PRS fueron previamente lubricados antes de los ensayos, con lo cual no puede establecerse una relación directa para ambos robots. Es de mencionar adicionalmente, que a fin de evitar el desplazamiento angular observado en los actuadores del 3-RPS, los actuadores del 3-PRS disponen de un sistema de guiado que evita dicho desplazamiento.

A partir del estudio de los modelos reducidos obtenidos para los robot paralelos completos de 3-GDL usados en los experimentos de la presente tesis, se ha observado que los parámetros de los tensores de inercia y momentos de primer orden de las *patas* del robot influyen muy poco en la dinámica del robot paralelo, en comparación con los parámetros referidos a la plataforma móvil. Lo anterior se debe a que el tipo de configuración de los robots estudiados hace muy limitado el diseño de trayectorias que permitan que los parámetros dinámicos asociados a las *patas* lleguen a ser suficientemente excitados como para que su inercia influya considerablemente en la dinámica del robot. Los parámetros debidos a sólido rígido identificables para los robots estudiados se resumen en la Tabla 5.9. Puede apreciarse que la combinación lineal correspondiente a cada parámetro contiene las masas de las barras del robot y parámetros inerciales referidos a la plataforma móvil.

Es importante destacar que el diseño más robusto del robot 3-PRS permitió obtener un prototipo cuyos parámetros inerciales lograron influir en una proporción similar a los parámetros de fricción, caso contrario al robot PRS donde, por su diseño, los parámetros inerciales contribuían de forma considerablemente menor que la fricción en los actuadores. Los actuadores utilizados presentan una elevada fricción, con lo cual se dificulta aún más la identificación con alta certidumbre de los parámetros de sólido rígido. Se observó que durante el cambio de sentido de movimiento de los actuadores las discrepancias entre el modelo identificado y el comportamiento

Tabla 5.8: Comparación de los modelos de fricción e inercia de los rotores en los robot paralelos estudiados.

Parámetro	3-PRS		3-RPS	
	Φ_i	σ_i	Φ_i	σ_i
Fv_1 [N/s]	3509.83	1.49	3483.28	3.41
Fc_1 [N]	100.16	4.69	152.33	6.33
Fv_2 [N/s]	3418.03	1.39	2099.86	5.08
Fc_2 [N]	122.46	3.38	119.94	7.00
Fv_3 [N/s]	3870.60	1.16	3057.99	1.87
Fc_3 [N]	100.64	4.51	202.21	1.85
Jr_1 [Kg m ²]	$1.7078 \cdot 10^{-3}$	3.92	$3.1257 \cdot 10^{-4}$	2.04
Jr_2 [Kg m ²]	$1.5334 \cdot 10^{-3}$	3.97	$2.8695 \cdot 10^{-4}$	3.03
Jr_3 [Kg m ²]	$1.6201 \cdot 10^{-3}$	3.75	$3.4239 \cdot 10^{-4}$	0.76

dinámico aumentaban, por lo que, se recomienda profundizar en procedimientos de identificación del fenómeno de fricción en los pares del robot, especialmente, en robots que implementen tornillos de potencia con una fricción elevada. Al respecto, se considera que una estrategia directa, si bien fuera del intervalo de cambio de sentido arroja resultados satisfactorios, dificulta una mayor profundización en la estimación de la fricción sobre todo a bajas velocidades y cuando hay cambio de sentido de la velocidad. Se recomienda realizar ensayos directamente sobre los actuadores a pesar de que esto implique desmontar el robot.

Por último se observó que la configuración del robot influye en el condicionamiento numérico de la matriz de observación. Al respecto las trayectorias obtenidas bajo el criterio de número de condición para el robot 3-RPS resultaron con un valor más elevado (orden entre 500-700) que el de configuración 3-PRS (orden entre 80-200). Este resultado, independiente de la magnitud de los parámetros dinámicos, indica que este ultimo robot presenta un mejor condicionamiento numérico lo cual puede permitir que los parámetros se identifiquen con una mayor certidumbre que en el robot RPS. Si se considera que ambos robots presentan como coordenadas independientes, en el elemento terminal, la altura y orientación de dos ejes respecto a un sistema local unido a la plataforma móvil, a la hora de seleccionar el robot apropiado para una aplicación particular se puede incluir en el proceso de selección la topología del robot. En este caso, se preferiría el robot PRS en lugar del RPS. Lo anterior se sugiere ya que la configuración del primer robot permitiría identificar sus parámetros con un mayor nivel de certidumbre, por lo que el control pudiera ser mejorado, en mayor medida que el robot RPS, mediante algoritmos robustos de control. Al respecto es necesario

continuar realizando estudios en donde ambos robots sean diseñados de forma que sud elementod terminalrd cumplan con características similares, y luego comparar la identificabilidad de ambos robots.

Tabla 5.9: Parámetros debido a sólido rígido identificables.

No	Parámetro Base	Φ_i	σ_i
3-PRS			
1	$I_{xx_3} - ly_{p_3}^2 (2m_1 + 2m_2 + m_3)$	-11.57	8.22
2	$I_{xy_3} + lx_{p_3}ly_{p_3} (2m_1 + 2m_2 + m_3)$	7.82	6.48
3	$my_3 - ly_{p_3} (2m_1 + 2m_2 + m_3)$	-18.76	0.726
4	$3m_1 + 3m_2 + m_3$	62.78	0.596
3-RPS			
1	$mx_3 + lx_{p_3}/ly_{p_3}my_3 - lx_{p_2} (m_3 + m_2)$	-2.31	6.48
2	$2m_2 - my_3/ly_{p_3} + m_3$	11.18	4.09
3	$m_2 + my_3/ly_{p_3}$	6.10	2.52

5.12. Resumen

En este capítulo se presentó una metodología para la identificación de parámetros de robot paralelos. Los aspectos teóricos abordados en los capítulos previos, así como también la evaluación experimental de las técnicas sobre los casos de estudios presentados en el capítulo anterior, permitió desarrollar una metodología la cual viene esquematizada al final del capítulo por medio de un diagrama de flujo. Los aspectos más relevantes considerados para la apropiada identificación de modelo consisten en: 1) Desarrollo del Modelo Dinámico del robot en estudio, 2) Diseño de Experimentos, 3) Recopilación y Estimación a priori del orden de magnitud de los parámetros a identificar, 4) Caracterización de la influencia de los parámetros dinámicos, 5) Simplificación por geometría y simetría del robot, 6) Estimación de los Parámetros del Modelo. Por último 7) Proceso iterativo de reducción del modelo hasta obtener parámetros con una apropiada desviación estándar y a su vez de valores factibles. Los experimentos han sido realizados sobre dos tipos de robots paralelos, específicamente, robots paralelos completos de tres grados de libertad, a saber; un robot de configuración 3-RPS, que se disponía de trabajos previos, y de un robot de configuración 3-PRS. Este último fue proyectado en el marco experimental del presente trabajo. La aplicación de la estrategia metodológica propuesta permitió obtener modelos reducidos, los cuales se han verificado mediante la resolución del problema dinámico inverso.

Capítulo 6

Simulación Dinámica Basada en Parámetros Identificados

Este capítulo aborda la formulación del problema dinámico directo (PDD) de robots paralelos considerando los parámetros inerciales previamente identificados. El análisis de la dinámica directa es un tema de estudio que ha atraído la atención de muchos investigadores a partir de los años 80 (SCHIEHLEN, 1997). De esta manera diferentes formulaciones se han propuesto para resolver el PDD para los sistemas mecánicos multicuerpo, tales como los robots paralelos, éstas han sido documentadas en libros texto por ejemplo, SHABANA (2001) y JALÓN Y BAYO (1994), por mencionar solo algunos. El objetivo de la formulación dinámica es determinar las características del movimiento del robot que resultan de la aplicación de fuerza y/o pares externos. Los procedimientos más extendidos se basan en expresar las ecuaciones del movimiento en coordenadas generalizadas dependientes o en coordenadas generalizadas independientes. En la primera, las variables de estado vienen dadas por las coordenadas generalizadas del robot, incluyendo las coordenadas independientes y secundarias. Mientras que en la segunda, las variables de estado vienen dadas por las coordenadas generalizadas independientes. Esta última es la empleada en este capítulo para resolver el problema dinámico directo de los robots paralelos. La particularidad de la formulación aquí presentada consiste en que los componentes de la matriz de masas, el vector de componentes de velocidad y el vector de componentes gravitatorias, son reescritos en función de los parámetros base. El hecho de que los parámetros base sean los obtenidos a partir de las técnicas de identificación, hace que la formulación en dichos parámetros permita extender el uso de los parámetros identificados a la simulación dinámica.

La formulación en parámetros base se desarrolla de forma simbólica con la ayuda de herramientas del álgebra computacional y constituye otro de los aportes de la presente tesis. Es importante destacar que el modelo de fricción empleado en la identificación introduce discontinuidad en la ecuación del movimiento. Este hecho hace que el proceso de integración del sistema de ecuaciones diferenciales utilizadas para resolver el PDD no pueda realizarse por procedimientos de integración numérica convencionales. Así pues, se emplea una rutina de integración con la capacidad de detectar eventos, lo cual permite aplicar el procedimiento propuesto por FARHAT ET AL. (2009) para resolver el mencionado problema discontinuo.

Finalmente, se evalúa el desempeño del modelo dinámico identificado completo y el modelo reducido, obtenido mediante la metodología propuesta en la presente tesis. La evaluación del modelo dinámico se lleva a cabo estudiando la habilidad del modelo para predecir el movimiento resultante del robot paralelo de configuración 3-RPS sometido a las fuerzas reales aplicadas a los actuadores.

6.1. Modelo Dinámico Directo

La ecuación que rige el comportamiento dinámico de un sistema mecánico es conocida como ecuación de movimiento. Es bien sabido que la ecuación de movimiento para un sistema mecánico puede ser deducida a partir de diversos principios y/o leyes de la dinámica. La ecuación del movimiento, en este capítulo, es obtenida a partir del formalismo dinámico de Gibbs-Appell, donde las ecuaciones de restricción, debido a las coordenadas dependientes, son incluidas utilizando los multiplicadores de Lagrange. Para un sistema mecánico restringido dicha ecuación viene dada por la siguiente expresión,

$$\vec{\tau} = \mathbf{M}(\vec{q}) \ddot{\vec{q}} + \vec{C}(\vec{q}, \dot{\vec{q}}) + \vec{G}(\vec{q}, \vec{g}) + \mathbf{X}(\vec{q})^T \vec{\lambda} \quad (6.1)$$

siendo \mathbf{M} la matriz de masas del sistema no restringido, que depende de las coordenadas generalizadas secundarias e independientes a nivel de posición. El vector \vec{C} contiene los términos que dependen de forma cuadrática de la velocidad. El vector \vec{G} agrupa los términos gravitatorios, \mathbf{X} es el jacobiano de las restricciones y $\vec{\lambda}$ el vector de multiplicadores de Lagrange asociado con las fuerzas de restricción. El vector $\vec{\tau}$ incluye las fuerzas generalizadas tanto activas como pasivas.

Tal y como se ha visto, la ecuación 6.1 contiene los multiplicadores de Lagrange y las variables de estado. La formulación compacta puede ser obtenida eliminando los multiplicadores de Lagrange de dicha ecuación. Esto se realiza aplicando el procedimiento de separación de coordenadas (WEHAGE Y HAUG, 1982) a las ecuaciones 6.1

y 2.7, lo cual conlleva a la siguiente expresión,

$$\vec{\tau} = \mathbf{M}_c(\vec{q}) \ddot{\vec{q}}_i + \vec{C}_c(\vec{q}, \dot{\vec{q}}) + \vec{G}_c(\vec{q}, \vec{g}); \quad (6.2)$$

siendo $\vec{\tau}_i$ el vector de fuerzas activas y el subíndice c indica que las matrices y vectores se refieren a la formulación compacta. En la ecuación, por simplicidad, las fuerzas pasivas se consideran nulas. Además, no se incluyen, en esta etapa de la formulación, los efectos de fricción ni de inercia de los elementos activos, los cuales son incluidos finalmente una vez expresado el PDD con respecto a los parámetros identificados.

Como se ha mencionado, los parámetros dinámicos que se obtienen mediante técnicas de identificación vienen en términos de parámetros base. Por tanto, a fin de utilizar en la simulación dinámica dichos parámetros, es necesario escribir las componentes del modelo dinámico (Matriz de masas, vector de componentes de velocidad y gravitatorio) en función de los parámetros base. El desarrollo, en función de los parámetros base, se presenta en los siguientes apartados.

Matriz de Masas

Para obtener la matriz de Masas, en función de los parámetros base, se parte del modelo lineal en parámetros definido por la ecuación 2.20 y reescrito seguidamente,

$$\vec{\tau}_i = (\mathbf{K}_i + \mathbf{X}^T \mathbf{K}_d) \vec{\Phi} \quad (6.3)$$

donde la dimension de \mathbf{K}_i , $n \times np$, viene dada por el número de grados de libertad del sistema y el número de parámetros dinámicos del sistema. La matriz \mathbf{K}_d presenta dimensiones $(m-n) \times np$, siendo m el número de coordenadas generalizadas empleadas para modelar el sistema mecánico. La matriz jacobiana \mathbf{X}^T , de dimensiones $n \times (m-n)$, proyecta las fuerzas generalizadas, asociadas a las coordenadas secundarias, a las coordenadas generalizadas independientes.

Se debe recordar que la ecuación 6.3, a excepción de la matriz \mathbf{X} , puede construirse de forma simbólica utilizando los algoritmos presentes en el capítulo 2. La dificultad de obtener la matriz \mathbf{X} de una forma simbólica radica en la inversión de la matriz jacobiana, de las coordenadas secundarias, necesaria para su obtención. Sin embargo, a fines de construcción del modelo dinámico directo, se puede considerar la matriz \mathbf{X}^T de forma simbólica sin entrar a conocer cada uno de sus componentes de una forma directa, sino que se determinan posteriormente de forma numérica.

En la ecuación 6.3 se tendrán n ecuaciones en dependencia del número de coordenadas generalizadas independientes del sistema. Si se considera, como ejemplo el robot 3-RPS, se tienen 3 ecuaciones lineales respecto a los parámetros inerciales. El

número de columnas de las matrices \mathbf{K}_i y \mathbf{K}_d depende del número de parámetros que son linealmente independientes o influyen bajo combinaciones lineales. Se procede primero a determinar, mediante el procedimiento descrito en el apartado 2.6, las columnas que conforman el modelo en parámetros base. Luego dichas columnas son las utilizadas de aquí en adelante para obtener las diversas componentes del modelo dinámico escrito en parámetros base.

A fin de escribir la componente de la matriz de masas en función de los parámetros base, se observa que dicha matriz depende de las coordenadas generalizadas a nivel de posición. Si se anulan las velocidades generalizadas y el vector gravedad, la ecuación resultante contiene las componentes de la matriz de masas. Es de resaltar que la ecuación 6.3, se ha escrito en función de las coordenadas generalizadas secundarias e independientes. Por tanto, las ecuaciones obtenidas de suponer nulas las velocidades y el vector de gravedad, incluyen las aceleraciones generalizadas tanto independientes como dependientes.

El hecho de que las aceleraciones generalizadas aparezcan de forma lineal en la ecuación del movimiento, permite determinar de forma sistemática la matriz de masas asociada a las coordenadas generalizadas secundarias e independientes, lo cual se resume en el Procedimiento 1.

Luego de determinar la matriz de masas del sistema asociada a las aceleraciones generalizadas independientes, se obtiene la matriz de masas asociada a las coordenadas generalizadas dependientes mediante procedimiento 2.

Mediante los procedimientos 1 y 2, se eliminan las componentes de velocidad y gravitatorios por lo que la matriz de masas se puede escribir, respecto a las aceleraciones generalizadas secundarias e independientes, mediante la siguiente expresión,

$$\mathbf{M}_{i_{n \times n}} \ddot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{M}_{d_{n \times m-n}} \ddot{\mathbf{q}}_d \quad (6.4)$$

Es necesario, en la ecuación anterior, sustituir las aceleraciones generalizadas secundarias en función de las independientes. De la ecuación (2.7) se tiene,

```

Entrada:  $\dot{\mathbf{q}} = 0, \vec{g} = 0, \ddot{\mathbf{q}}_d = 0$ 
bucle  $i=1:n$  realice
   $\ddot{\mathbf{q}}_i(1:n) = 0;$ 
   $\ddot{\mathbf{q}}_i(i) = 1;$ 
   $\mathbf{M}_i(1:3, i) = (\mathbf{K}_i + \mathbf{X}^T \mathbf{K}_d) \vec{\Phi};$ 
fin

```

Procedimiento 1. Matriz de Masas Coordenadas Generalizadas Independientes.

Entrada: $\dot{\vec{q}} = 0, \vec{g} = 0, \ddot{\vec{q}}_i = 0;$
bucle $i=1:m-n$ **realice**
 $\ddot{\vec{q}}_d(1 : m - n) = 0 ;$
 $\ddot{\vec{q}}_d(i) = 1 ;$
 $\mathbf{M}_d(1 : 3, i) = (\mathbf{K}_i + \mathbf{X}^T \mathbf{K}_d) \vec{\Phi} ;$
fin

Procedimiento 2. Matriz de Masas Coordenadas Generalizadas Dependientes.

$$\ddot{\vec{q}}_d = \mathbf{A}_d^{-1} (\vec{b} - \mathbf{A}_i \cdot \ddot{\vec{q}}_i) = \mathbf{A}_d^{-1} \vec{b} - \mathbf{X} \cdot \ddot{\vec{q}}_i \quad (6.5)$$

donde,

$$\mathbf{M}_{i_n \times n} \ddot{\vec{q}}_i + \mathbf{M}_{d_n \times m-n} \ddot{\vec{q}}_d = \mathbf{M}_i \ddot{\vec{q}}_i + \mathbf{M}_d [\mathbf{A}_d^{-1} \vec{b} - \mathbf{X} \cdot \ddot{\vec{q}}_i] \quad (6.6)$$

En la ecuación anterior, se puede observar que, al remplazar q_d , en función de las coordenadas generalizadas independientes, aparece un término lineal con respecto a las aceleraciones generalizadas independientes y otro término referido a las velocidades generalizadas agrupadas en \vec{b} . Si se toman en consideración la componentes de aceleración de las coordenadas generalizadas secundarias, la matriz de masas reescrita en parámetros base viene dada por,

$$\mathbf{M}_c = \mathbf{M}_i - \mathbf{M}_d \mathbf{X} \quad (6.7)$$

Dado que la componente $\mathbf{M}_d \mathbf{A}_d^{-1} \vec{b}$ depende de la posiciones y velocidades generalizadas esta puede incluirse en el vector \vec{C} , lo cual se presenta en el siguiente apartado.

Vector de Componentes de Velocidades

En la ecuación (6.2), se puede apreciar que el vector de componentes de velocidades \vec{C} es función de las coordenadas generalizadas a nivel de posición y velocidad. Si se anula, en la ecuación 6.3, el vector de gravedad y el de las aceleraciones generalizadas, la ecuación resultante es una parte del vector \vec{C} . La otra componente del vector viene dada $\mathbf{M}_d \mathbf{A}_d^{-1} \vec{b}$, que fue obtenida en el apartado anterior, como parte del desarrollo utilizado para obtener la matriz de masas. Los pasos para la construcción del vector de componentes de velocidades se resumen en el procedimiento 3.

Entrada: $Cd(1 : n, 1) = \mathbf{M}_d \mathbf{A}_d^{-1} \vec{b}$, $\vec{g} = 0$, $\ddot{\vec{q}} = 0$
 $Ci(1 : n, 1) = (\mathbf{K}_i + \mathbf{X}^T \mathbf{K}_d) \vec{\Phi}$;
 $\vec{C}_c = Ci + Cd$;

Procedimiento 3. Vector de Componentes de Velocidad.

Vector de Componentes Gravitatorias

El vector de componentes gravitatorias depende de la gravedad y de la coordenadas generalizadas a nivel de posición. Si se toma esta consideración, se puede anular las velocidades y aceleraciones generalizadas en la ecuación 6.3, con lo cual las componentes restantes son las correspondientes al vector de componentes gravitatorias. El procedimiento 4 resume los pasos para determinar el vector de componentes gravitatorias expresados en parámetros base.

Los procedimientos 1-4 permiten obtener las componentes de la ecuación del movimiento en términos de los parámetros base. Adicionalmente, es necesario incluir en el modelo las componentes debidas a la fricción e inercia de los motores. El hecho de que los parámetros de fricción e inercia de los sistemas de actuación sean linealmente independientes, hace que su inclusión, en la ecuación del movimiento, escrita de forma compacta, pueda hacerse de forma expedita. El modelo dinámico, incluyendo la fricción e inercia de los motores, viene dado por,

$$\vec{\tau}_i = \mathbf{M}_c \ddot{\vec{q}}_i + \vec{C}_c + \vec{G}_c + \left(\vec{F}_{f_i} + \mathbf{X}^T \vec{F}_{f_d} \right) + \mathbf{J}_m \ddot{\vec{q}}_i; \quad (6.8)$$

siendo \vec{F}_{f_i} y \vec{F}_{f_d} los vectores de las fuerzas de fricción en los pares independientes y dependientes respectivamente, y \mathbf{J}_m una matriz diagonal que contiene la inercia de los sistemas de actuación.

La ecuación 6.8 puede expresarse de forma concisa como,

$$\ddot{\vec{q}}_i = f \left(t, \vec{q}_i, \dot{\vec{q}}_i \right) \quad (6.9)$$

donde $f = (\mathbf{M}_c - \mathbf{J}_m)^{-1} \left[\vec{\tau}_i - \vec{C}_c - \vec{G}_c - \left(\vec{F}_{f_i} + \mathbf{X}^T \vec{F}_{f_d} \right) \right]$.

Entrada: $\dot{\vec{q}} = 0$, $\ddot{\vec{q}} = 0$
 $G(1 : n, 1) = (\mathbf{K}_i + \mathbf{X}^T \mathbf{K}_d) \vec{\Phi}$;

Procedimiento 4. Vector de Componentes Gravitatorias.

La ecuación 6.9 constituye un sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden. Para su resolución numérica el sistema se convierte en un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden de la forma,

$$\dot{\mathbf{y}} = g(t, \mathbf{y}) \quad (6.10)$$

donde,

$$\mathbf{y} = \left[\begin{array}{cc} \vec{q}_i^T & \dot{\vec{q}}_i^T \end{array} \right]^T \quad (6.11)$$

y,

$$g(t, \mathbf{y}) = \left[\begin{array}{c} \dot{\vec{q}}_i \\ f(t, \vec{q}_i, \dot{\vec{q}}_i) \end{array} \right] \quad (6.12)$$

Partiendo de una condición inicial conocida de posiciones y velocidades generalizadas independientes conjuntamente con los valores de los parámetros dinámicos y de las acciones externas aplicadas al robot, la ecuación 6.10, puede emplearse para obtener las aceleraciones generalizadas independientes. Posteriormente, se puede integrar numéricamente para determinar la velocidades y posiciones generalizadas independientes y continuar hasta alcanzar el tiempo final deseado de simulación. Es importante destacar que en cada paso, las velocidades y posiciones independientes (\vec{q}_i y $\dot{\vec{q}}_i$), son empleadas para resolver las velocidades y posiciones generalizadas secundarias. Lo anterior implica, para posición, resolver el sistema no lineal constituido por la ecuación 2.3, lo cual se realiza utilizando el método de Newton-Raphson, y para la velocidad, la resolución del problema lineal descrito por la ecuación 2.4.

Es de resaltar que el modelo de fricción que mostró una mayor concordancia con los resultados experimentales, es el modelo de fricción de Coulomb y fricción Viscosa. Como es bien sabido, dicho modelo introduce una discontinuidad en la ecuación del movimiento, por lo que se añade una complejidad adicional para la resolución del PDD. En el siguiente apartado se indican algunas de las referencias que han abordado el tema, así como también se establece el procedimiento utilizado en la presente tesis.

6.2. Problema de la Fricción Discontinua

Una de las dificultades en el modelado de la fricción, es la complejidad del fenómeno a bajas velocidades y, particularmente, el denominado proceso de *stick-slip*. En la fase del deslizamiento (*slip*), la fricción es esencialmente una fuerza constante opuesta al movimiento. En la fase *stick*, el movimiento relativo macroscópico es nulo y la fricción aparece como restricción, a fin de mantener la condición en la cual la velocidad entre

las superficies en contacto sea igual a cero. Como se ha mencionado, el modelo de fricción que arroja resultados más satisfactorios en la identificación de parámetros, para los robots empleados en el desarrollo de esta tesis, es el modelo de Coulomb y fricción viscosa. El modelo viene caracterizado por dos parámetros: uno referido a la fuerza estática de fricción (F_c) y el segundo referido a la fuerza viscosa de la fricción (F_v). En la fase de *stick* ocurre que no existe una solución inequívoca para describir el comportamiento de la fricción por lo que la fuerza de fricción puede tomar valores entre F_v^+ o F_c^- .

Un enfoque para obtener una relación en la zona de *stick*, es el empleo de funciones de suavizado entre la transición del modelo de fricción en la zona de velocidad relativa cercana a cero. Este procedimiento, conocido también como normalización, busca conectar dentro de la región de velocidad cercana a cero, los límites positivos y negativos de Coulomb mediante curvas suaves (SEXTRO, 2002). El cambio entre los diferentes estados del modelo de fricción se realiza internamente, dependiendo del valor de la velocidad, es decir, en cada paso de integración. Este tipo de procedimiento tiene la desventaja de que valores elevados de la pendiente en dichas curvas conducen a un conjunto de ecuaciones diferenciales rígidas (*stiff*), por lo cual que se hace necesario emplear integradores específicos para la resolución de este tipo de sistemas.

Por otra parte, el hecho de que el modelo de Coulomb sea un modelo estático de fricción, ha permitido proponer relaciones a bajas velocidades para la fase de *stick*. De esta forma, se puede establecer una relación algebraica entre las fuerzas de fricción y las fuerzas externas aplicadas. Ahora bien, dicha relación es válida para la zona de *stick*, por lo que su aplicación requiere establecer condiciones de cambio entre las fases de *stick* y de *slip*. En este orden de ideas, KARNOPP (1985) propone el modelado de la fricción de Coulomb en la vecindad de la velocidad cero, forzando a que la misma sea igual a cero (o constante), por lo que la fricción se obtiene considerando las acciones externas y la fuerza de fricción necesaria para mantener el equilibrio. La complejidad de introducir dicho procedimiento, radica en que es necesario determinar las fases de transición de velocidad cercana a cero. La aplicación del procedimiento a sistemas multivariables, como en el caso de los robots, no es eficiente. SYNNESTVEDT (1996) representó la fricción para bajas velocidad introduciendo la fuerza de restricción necesaria para que la velocidad sea igual a cero, fijando la aceleración relativa entre las superficies en contacto igual a cero. Entre otros autores que han relacionado la fuerza de fricción actuante con la fuerza resultante aplicada durante la fase de *stick*, se encuentra el trabajo de QUINN (2004), donde la relación la obtiene mediante un procedimiento de regularización.

La introducción de una fase de cambio en el modelo dinámico hace que se requiera

de un procedimiento de integración que pueda realizar la permutación en la función de integración. Con el fin de integrar la ecuación de movimiento utilizando rutinas de integración convencionales, LEINE ET AL. (2000) proponen emplear un procedimiento basado en la teoría de bifurcación que permite permutar entre los diferentes estados del modelo de fricción de un modo interno, es decir, sin detener el proceso de integración. Esta aproximación da buenos resultados para ecuaciones diferenciales con soluciones periódicas.

Una aproximación alternativa fue presentada por EICH-SOELLNER Y FÜHRER (1998), donde la permutación se controla externamente. Se puede resumir en lo siguiente: analizando el signo de la función de permutación en cada paso de integración, se comprueba la discontinuidad. Si se producen cambios en el signo o raíz de la función de permutación, entonces se detiene la integración y se cambia el signo de la función. De otro modo se continúa con la integración. LEINE ET AL. (2000) indican que el empleo de la función de permutación para detener el proceso de integración es indeseable desde el punto de vista numérico y que se requiere de rutinas de integración específicas capaces de detectar el evento en el cual se debe realizar la permutación.

Actualmente, entornos de programación como el de Matlab, disponen de rutinas de integración con la posibilidad de detección de eventos. Además, es de mencionar que bajo el punto de vista de esta tesis, es más importante simular satisfactoriamente el fenómeno en la fase de *stick*, que el coste computacional asociado a la interrupción en el proceso de integración. Por consiguiente, para solventar el problema de fricción discontinua, en esta tesis, se emplea un procedimiento basado en la permutación de la función de integración. La permutación se realiza en dependencia del valor de la velocidad relativa en los pares correspondientes con las coordenadas generalizadas independientes del robot. El procedimiento utilizado para la integración de la ecuación del movimiento es basado en un algoritmo propuesto en un trabajo previo de los autores (FARHAT ET AL., 2009). El algoritmo se fundamenta principalmente en dos aspectos. El primero referido al cálculo de la fricción en la fase de *stick* y el segundo la verificación del rango en el cual la velocidad del par i cambia de sentido.

6.2.1. Determinación de la Fricción en la fase de *stick*.

La ecuación del movimiento, en función de las coordenadas generalizadas independientes e incluyendo el modelado de la fricción en los pares, se puede expresar como,

$$\vec{\tau}_i = \mathbf{M}_c(\vec{q}) \ddot{\vec{q}}_i + \vec{C}_c(\vec{q}, \dot{\vec{q}}) + \vec{G}_c(\vec{q}, \vec{g}) + \vec{F}(\dot{\vec{q}}) \quad (6.13)$$

donde \vec{F} es el vector de fuerzas generalizadas debido a la fricción.

A fin de resolver la ecuación de movimiento, para las aceleraciones y luego su integración en el tiempo, el vector \vec{F} debe ser conocido. Para determinar \vec{F} se puede emplear el modelo lineal en parámetros de Fricción de Coulomb y viscosa, descrito con anterioridad, por lo que se tiene una relación en función de la velocidad que es discontinua en el intervalo de cambio de sentido de velocidad (velocidad cercana a cero). Queda por definir entonces la determinación de \vec{F} durante el cambio de sentido. Para ello se sustituye en la ecuación de movimiento, durante la etapa en la cual el par está sin movimiento (stick) $\dot{q}_i = 0$ y se considera que su aceleración es cero $\ddot{q}_i = 0$. De esta forma, se obtiene un sistema donde las incógnitas son las aceleraciones de los pares que no estén en stick mas la fuerza $F_{f_i}^*$ necesaria para que la aceleración en el par se anule. Ahora bien, es importante mencionar que si el valor de $F_{f_i}^*$ resulta mas elevado que la fricción de Coulomb F_{c_i} , el valor de la fricción en el par se iguala a la fricción de Coulomb, por lo que la aceleración del par no será nula y se debe determinar resolviendo la ecuación 6.13 considerando la fricción en el par igual a la fricción de Coulomb. Lo anterior se esquematiza en el diagrama de flujo de la Figura 6.1.

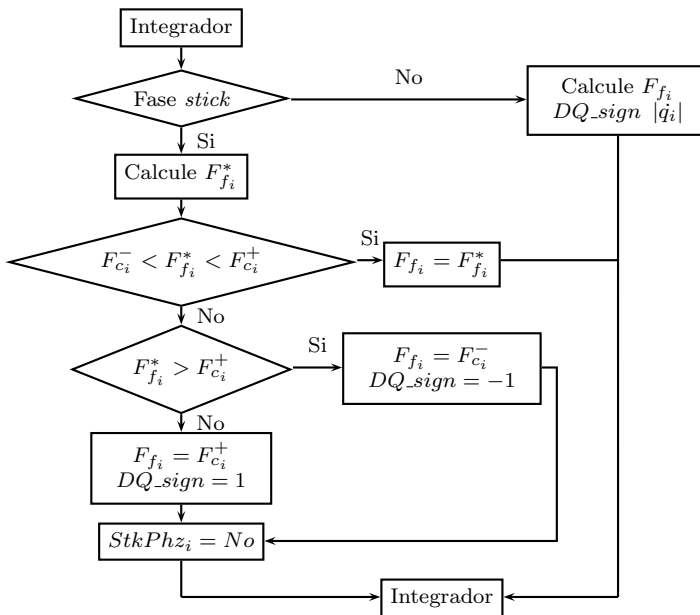


Figura 6.1: Determinación de la Fuerza de la Fuerza de Fricción

El segundo aspecto relevante del procedimiento es el establecimiento de la función de permutación. Debido a la limitación que supone la precisión de la máquina, se

pueden detectar cambios incorrectos en el signo de la velocidad. La velocidad en la región *stick* debe de ser cero, valor que, como es sabido, depende de la precisión del procesador. Este inconveniente hace que la rutina de integración empleada no detecte correctamente las raíces en la región *stick*. Dicho problema puede ser resuelto aplicando márgenes de velocidad del cambio de signo de velocidad, mediante la modificación la función de permutación de modo que detecte un evento en los dos casos siguientes: cuando la velocidad cambia su signo cruzando el valor cero y cuando la velocidad sale fuera de los márgenes considerados. Ninguno de los dos se puede detectar si el otro no se ha producido previamente; esto es, cuando la velocidad del nudo es mayor que estos márgenes, entonces el argumento de la función de permutación es la velocidad nula. Después de detectar el evento, el argumento se cambia hasta corresponder con la holgura o margen de vecindad cercana a cero preestablecido. La función de permutación se establece introduciendo la holgura Δ y la variable *RootCrss*. El modo en el que dicho procedimiento se implementa en el proceso de integración se muestra en la Figura 6.2. El valor de (Δ) debe de ser mayor que las tolerancias empleadas en la integración para prevenir cruces de márgenes no previstos o inestabilidades numéricas (esto fue propuesto previamente en Leine et al. 1998 para el algoritmo de Karnopp).

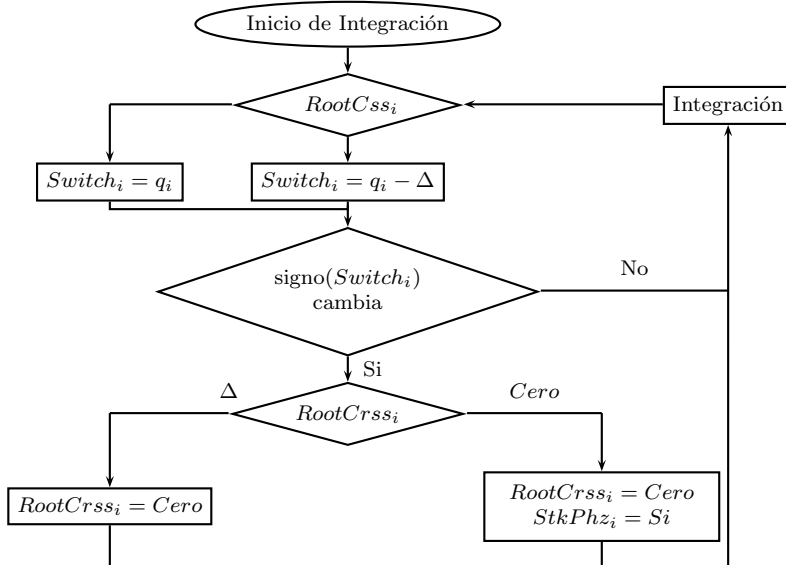


Figura 6.2: Procedimiento que determina el cambio de sentido de la velocidad

6.3. Resultados

En este apartado se presentan los resultados de la resolución del PDD para el robot paralelo 3-RPS. El procedimiento descrito en el apartado 6.1 es utilizado para la construcción de las componentes de la ecuación del movimiento en términos de los parámetros base. Es de mencionar que, los parámetros base son obtenidos mediante los procedimientos de identificación descritos en capítulos previos. Se estudian dos modelos dinámicos para la simulación del robot. El primero, consiste en el modelo dinámico denominado completo, el cual incluye todos los parámetros que influyen considerados inicialmente para el modelado del robot paralelo, es decir, los parámetros base debido a cuerpo rígido, así como la fricción en los pares y la inercia de los elementos activos. El segundo modelo es el obtenido tras la aplicación de la metodología propuesta. Por consiguiente, es un modelo dinámico reducido cuyos parámetros han sido determinados considerando la estrategia metodológica propuesta en el capítulo anterior.

Se emplea el paquete computacional Matlab como entorno de programación para la resolución numérica de la ecuación del movimiento. El mencionado entorno dispone de rutinas para la solución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a partir de la condición inicial. Es de resaltar que, las mayoría de las rutinas de Matlab disponen de la capacidad de detección de eventos. Particularmente, se emplea la rutina *ode45* que está basada en una formulación Runge-Kutta explícita. Su aplicación es recomendada para problemas que no presenten rigidez en su formulación y consiste en un integrador de un solo paso, con lo cual se necesita únicamente la solución del paso anterior.

En la integración numérica de la ecuación del movimiento se considera una tolerancia relativa de $RelTol=1.0E-5$ y una tolerancia absoluta de $AbsTol=1.0E-5$. La holgura de la región de *stick* es de $\Delta = 1.0E - 3$ m/s para los pares prismáticos. Se modela la fricción solo en los pares prismáticos, ya que la fricción en los pares pasivos (revolución y esférico) se observó experimentalmente que puede ser despreciada (DÍAZ-RODRÍGUEZ ET AL., 2008).

6.3.1. Robot 3-RPS

Se muestran seguidamente los resultados obtenidos en la resolución del PDD para el robot paralelo 3-RPS. Como se ha indicado, los parámetros utilizados son obtenidos mediante los procedimientos de identificación. Los valores de los parámetros base para el modelo completo se indican en la Tabla 6.1. La trayectoria óptima utilizada para los experimentos fue determinada mediante el multicriterio presentado en el capítulo

3. El número de condición de la matriz de observación de la trayectoria empleada es de 518.

Tabla 6.1: Parámetros Identificados para el Robot Paralelo 3-RPS utilizados en la resolución del PDD

$\vec{\Phi}$	Valor	$\vec{\Phi}$	Valor
Φ_1	81.53	Φ_{18}	-0.4225
Φ_2	-1128.40	Φ_{19}	-31.32
Φ_3	-1185.67	Φ_{20}	1.841
Φ_4	-55.18	Φ_{21}	-140.19
Φ_5	1032.19	Φ_{22}	156.23
Φ_6	1.873	Φ_{23}	1.986
Φ_7	2.586	Φ_{24}	10.06
Φ_8	-4.773	Φ_{25}	-158.51
Φ_9	0.3127	Φ_{26}	3267.44
Φ_{10}	-7.772	Φ_{27}	152.69
Φ_{11}	-2.836	Φ_{28}	2071.58
Φ_{12}	-2.629	Φ_{29}	118.32
Φ_{13}	-1.223	Φ_{30}	2120.09
Φ_{14}	47.491	Φ_{31}	247.96
Φ_{15}	135.30	Φ_{32}	549.50
Φ_{16}	141.78	Φ_{33}	443.92
Φ_{17}	11.27	Φ_{34}	535.13

En la Tabla 6.1 los parámetros base Φ del 1 al 25 representan los parámetros de sólido rígido, cuyo significado físico fue introducido en la Tabla 4.2. Una apreciación del parámetro Φ_3 indica que el conjunto de parámetros obtenido no es factible. Esto debido a que por su significado físico el parámetro debe arrojar valores positivos. Además, entre los parámetros de sólido rígido, a excepción de los parámetros 11, 17 y 23, los valores discrepan en gran medida con los valores de un modelo CAD similar. Los parámetros Φ del 26 al 31, contienen los valores de Fricción de Coulomb y fricción viscosa. Los restantes parámetros modelan la inercia del rotor y del tornillo de potencia. Como primera verificación de la aplicación de los parámetros identificados en la resolución del PDD, se resuelve dicho problema utilizando las fuerzas medidas durante el experimento. Se espera que el comportamiento cinemático obtenido en la simulación sea cercano a la trayectoria ejecutada por el robot durante el experimento. La duración de la simulación es similar a la de realización del experimento, 7.5 segundos.

La evolución en el tiempo de las posiciones de los actuadores, para el modelo completo y a trayectoria utilizada en la identificación, se presenta en la Figura 6.3.

Se puede apreciar que el comportamiento del modelo completo obtenido en la simulación es bastante cercano al observado experimentalmente. De igual forma, en la Figura 6.4 se presenta la comparación cualitativa a nivel de velocidades generalizadas independientes.

Por otra parte, la simulación del robot paralelo 3-RPS se realiza considerando el modelo reducido. El mismo es obtenido mediante la metodología propuesta en esta tesis y arroja un modelo de 12 parámetros de los cuales 3 son debido a sólido rígido. Los parámetros del modelo cumplen con las condiciones de factibilidad física y se presentan en la Tabla 6.2.

Tabla 6.2: Parámetros Identificados Modelo Reducido utilizados en la resolución del PDD

$\bar{\Phi}$	Valor	$\bar{\Phi}$	Valor
Φ_1	-2.865	Φ_7	118.59
Φ_2	12.447	Φ_8	1999.54
Φ_3	6.377	Φ_9	255.89
Φ_4	3278.95	Φ_{10}	525.25
Φ_5	150.78	Φ_{11}	477.77
Φ_6	2167.74	Φ_{12}	560.69

Con el fin de establecer una comparación cuantitativa entre el modelo reducido y el modelo completo, se determinó el error absoluto relativo (ε_{ra}), tanto a nivel de posición, como de velocidad para los resultados obtenidos del la resolución del PDD. Los resultados se listan en la Tabla 6.3, donde se anexa, adicionalmente, el error para las fuerzas generalizadas obtenidas de la resolución del PDI. En la Tabla 6.3, la primera fila presenta los resultados obtenidos al resolver el PDD utilizando las fuerzas medidas en los actuadores para la trayectoria utilizada en la identificación. Se aprecia en dicha fila, que ambos modelos arrojan niveles similares de error, tanto a nivel de posición velocidad y fuerzas generalizadas. Sin embargo, cuando se utilizan los parámetros dinámicos identificados para predecir el comportamiento dinámico de trayectorias de prueba, distintas a las empleadas en la identificación, se aprecia como el modelo reducido presenta resultados más cercanos a los experimentos. En fila 3 de la citada tabla, las diferencias a nivel de posición obtenidas, para el modelo completo, duplican a las determinadas mediante el modelo reducido.

Es de destacar que en las diversas trayectorias de prueba empleadas, el modelo completo, en algunos casos no pudo alcanzar el tiempo de simulación previsto (7.5 s). Esto debido a que los parámetros dinámicos no factibles, e identificados de forma no apropiada, hacen que, durante la integración, el robot presente un comportamiento

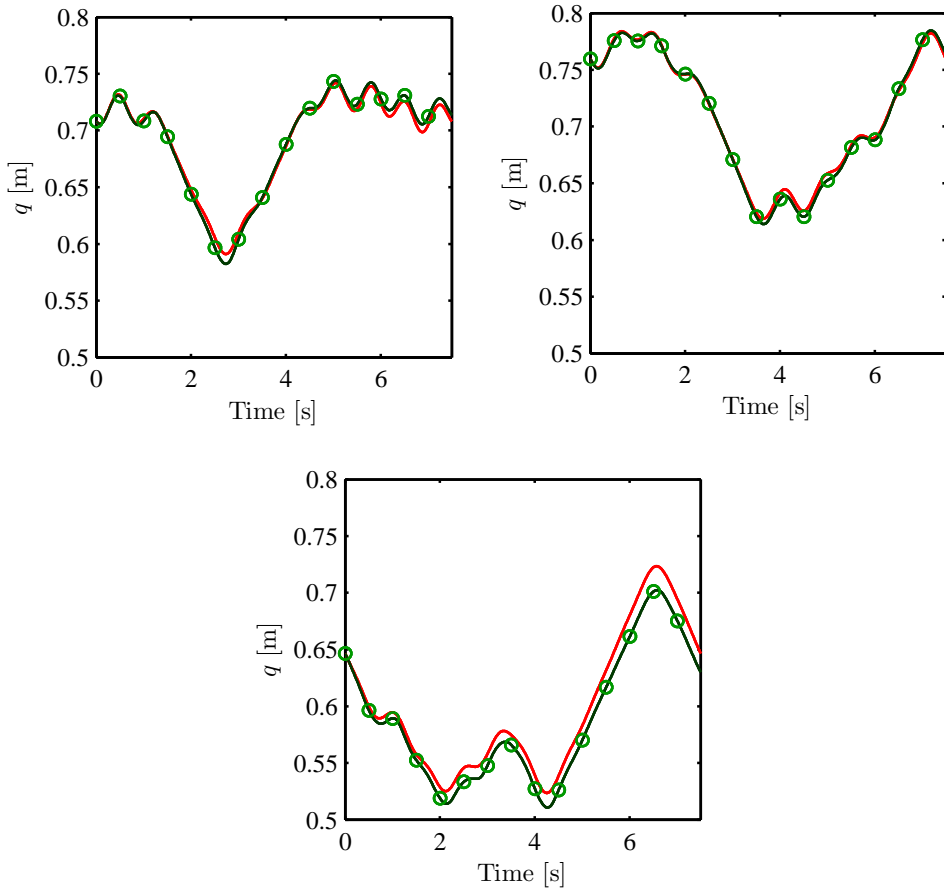


Figura 6.3: Simulación con Parámetros Identificados Modelo Completo (\circ —) y Experimentos (—) para la Posición.

alejado del real dirigiéndose, en algunos casos, hacia configuraciones singulares. Para explicar lo anterior se incluye la Figura 6.5 correspondiente a la comparación entre el modelo reducido, el modelo completo y los resultados experimentales de la trayectoria de prueba 3. En la figura se aprecia que cerca de los 4.5 segundos de simulación el comportamiento del modelo completo se aleja considerablemente del valor observado. Dos de los actuadores se alejan en dirección superior mientras que otro, figura central, difiere hacia la parte inferior. Lo anterior hace que el comportamiento predicho se acerque a un tipo de configuración singular del robot. Esta singularidad ocurre cuando dos actuadores suben mientras que el tercero baja, llegando hasta una posición de volteo de la plataforma.

De los resultados obtenidos en la integración de la ecuación del movimiento se

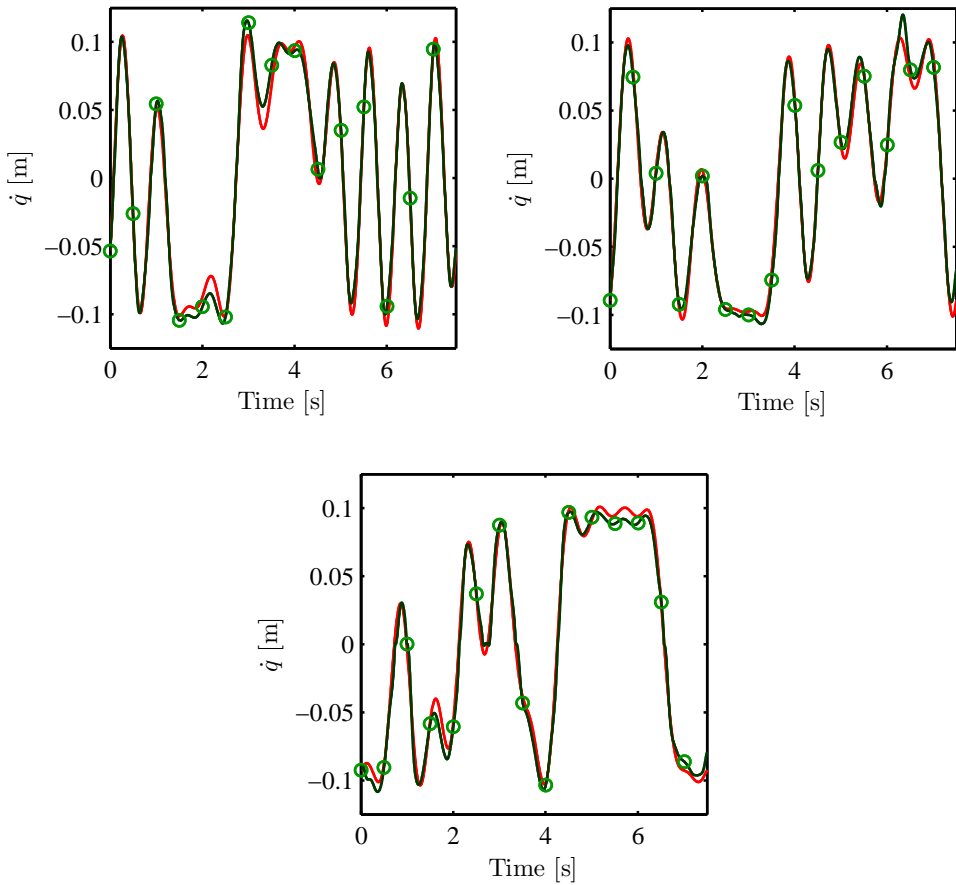


Figura 6.4: Simulación con Parámetros Identificados Modelo Completo (o—) y Experimentos (—) para la Velocidad.

puede concluir:

1. El modelo reducido, obtenido por la metodología propuesta en la presente tesis, permite resolver el PDD del robot estudiado arrojando resultados más próximos al comportamiento observado, si se compara con el modelo completo.
2. Los parámetros identificados de forma no apropiada y a su vez no factible, hacen que los errores de modelado o de medición, presentados en la identificación, se propaguen considerablemente cuando dichos parámetros son empleados para predecir el comportamiento dinámico de trayectorias no utilizadas en la identificación.

Tabla 6.3: Resultados Error Absoluto Relativo para Modelo Completo y Modelo Reducido

Trayectoria	Modelo Completo			Modelo Reducido		
	$\varepsilon_{ra}(q_i)$	$\varepsilon_{ra}(\dot{q}_i)$	$\varepsilon_{ra}(\vec{r}_i)$	$\varepsilon_{ra}(q_i)$	$\varepsilon_{ra}(\dot{q}_i)$	$\varepsilon_{ra}(\vec{r}_i)$
Identificación	10.52	8.52	11.69	11.45	8.67	11.86
Validación 1	14.79	13.37	16.56	13.02	11.88	15.29
Validación 2	32.49	12.78	16.02	11.69	9.16	12.32

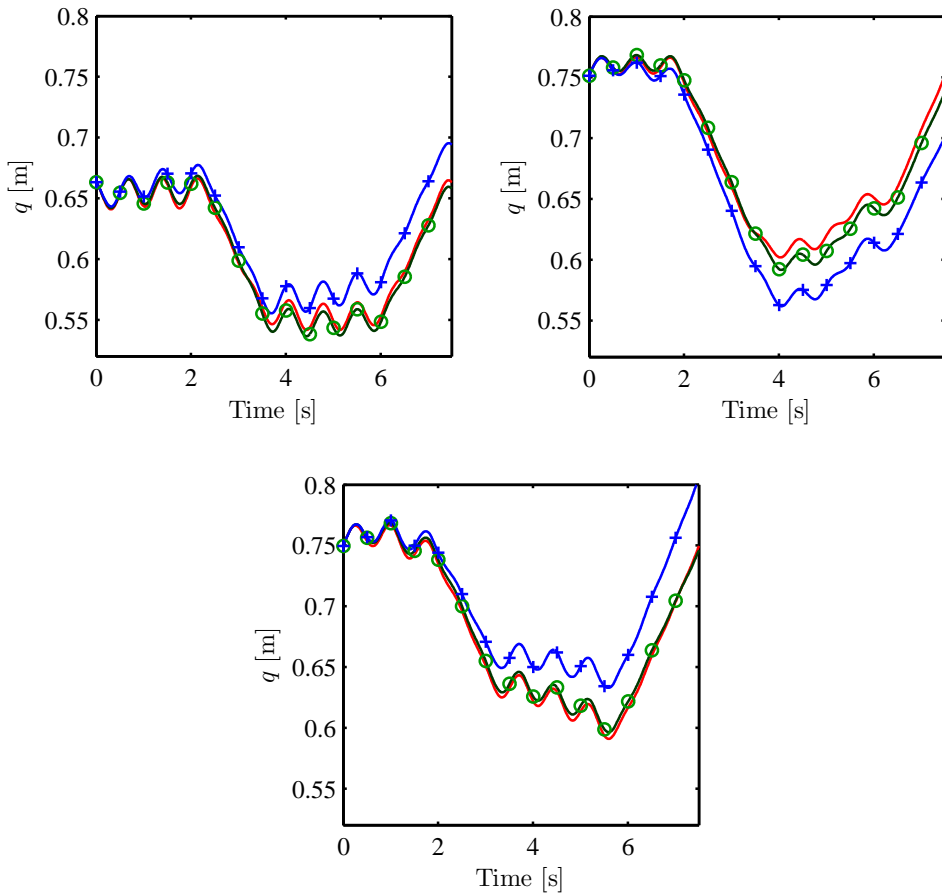


Figura 6.5: Trayectoria de Validación. Experimentos (—○—), Modelo Reducido (—○—) y Modelo Completo (+—).

6.4. Resumen

En este capítulo se presentaron las ecuaciones utilizadas para la resolución del problema dinámico directo de robots paralelos. Las ecuaciones se particularizaron de tal forma que los parámetros dinámicos obtenidos mediante procedimientos de identificación pudieran ser empleados directamente en la resolución del problema directo. El hecho de que el modelo identificado incluyera modelos de fricción de Coulomb discontinua fue abordado empleando un procedimiento de permutación del lado derecho de la ecuación del movimiento. La permutación se realizó empleando rutinas con la capacidad de detección de eventos. Se emplearon dos modelos dinámicos escritos en parámetros base para analizar un robot paralelo del tipo 3-RPS. De los modelos, el primero denominado completo, incluye todos los dinámicos del modelo y el segundo es un modelo reducido. El último fue obtenido mediante la metodología propuesta en la presente tesis. Los resultados indicaron que el modelo reducido presenta una mejora en la predicción del comportamiento dinámico del robot estudiado en comparación con el modelo completo.

Capítulo 7

Conclusiones

En este trabajo se ha presentado el modelado dinámico, identificación y simulación de robots paralelos. En primer término se presentó el desarrollo del modelo dinámico utilizado en la identificación de parámetros. Se empleó la formulación de Gibbs-Appell para obtener las ecuaciones que rigen la dinámica del robot. El modelo dinámico, posteriormente, fue reescrito en forma lineal con respecto a los parámetros dinámicos a identificar. En el modelado se incluyó la fricción en los pares de los robots considerando tanto modelos lineales en parámetros, como no lineales. Así mismo, se incluyó el modelado de los elementos activos: inercia de los rotores del motor e inercia del actuador. En el modelo dinámico se pone de manifiesto que no todos los parámetros del modelo dinámico contribuyen en la misma medida a la dinámica del robot, sino que solo algunos de ellos actúan bien sea de forma independiente o bajo combinaciones lineales. La determinación de dicho modelo, denominado modelo en parámetros base, se desarrolló mediante un procedimiento numérico basado en la SVD que permite obtener de forma sistemática dicho conjunto de parámetros.

El segundo aspecto abordado consistió en el diseño de los experimentos orientados a incrementar la certidumbre con la cual se estiman los parámetros del modelo. Con el fin de minimizar la influencia de los errores de medición y discrepancias de modelado, se diseñaron trayectorias mediante procedimientos de optimización, de forma tal que la contribución en la dinámica de cada parámetro fuese lo más equilibrada posible. En este aspecto se propuso un procedimiento multicriterio para el diseño de las trayectorias. Se abordó, adicionalmente, lo referente al procesamiento de los datos obtenidos en los experimentos, cuya información fue incluida posteriormente en el procedimiento utilizado para la estimación de los parámetros.

Por la naturaleza experimental del procedimiento de identificación de parámetros

se procedió a analizar dos casos de estudios referidos a robots paralelos completos de 3-GDL. Como primer caso se utilizó un robot de configuración 3-RPS. Se estudio la identificabilidad de los parámetros dinámicos de dicho robot en presencia de ruido en las mediciones y discrepancias en el modelado. Para el estudio se empleó un robot simulado desarrollado de tal forma que su comportamiento dinámico fuese lo más cercano posible a un robot real. El segundo caso de estudio consideró un robot simulado de configuración 3-PRS. Se estudió la influencia que tiene la selección de los conjuntos de parámetros bases en la identificabilidad de los parámetros del modelo.

En base a los estudios realizados se propuso un enfoque metodológico para la identificación de parámetros de robots paralelos. Los aspectos más relevantes de la metodología consisten en: 1) Desarrollo del Modelo Dinámico del robot en estudio, 2) Diseño de Experimentos, 3) Recopilación y Estimación a priori del orden de magnitud de los parámetros a identificar, 4) Caracterización de la influencia de los parámetros dinámicos, 5) Simplificación considerando la geometría y simetría del robot, 6) Estimación de los Parámetros del Modelo, y por último, 7) Proceso iterativo de reducción del modelo hasta obtener parámetros con una apropiada desviación estándar y a su vez de valores factibles. La aplicación de la metodología fue desarrollada experimentalmente sobre dos tipos de robots paralelos de configuraciones 3-RPS y 3-PRS. La verificación del modelo identificado fue realizada contrastando la predicción del modelo identificado con el comportamiento dinámico para varias trayectorias de prueba.

Por último, con el fin de extender el uso de los parámetros identificados a la solución del problema dinámico directo, se ha formulado la dinámica directa en función de los parámetros base. Se presentaron procedimientos para la construcción de las matrices y vectores involucrados en la ecuación del movimiento (Matriz de Masas, Vector de componentes de velocidad y gravitatorias). El hecho de que el modelo identificado incluyera modelos de fricción de Coulomb discontinua, fue abordado empleando un procedimiento de permutación del lado derecho de la ecuación del movimiento. La permutación dentro del procedimiento numérico de integración se realizó mediante rutinas con la capacidad de detección de eventos. Se emplearon dos modelos dinámicos escritos en parámetros base para analizar un robot paralelo del tipo 3-RPS. Se empleó el modelo completo, que incluye todos los parámetros dinámicos del modelo, y el segundo, un modelo reducido. El último fue obtenido mediante la metodología propuesta en la presente tesis. De la comparación en la aplicación de los dos modelos, el modelo reducido presentó una respuesta del sistema de mayor grado de concordancia con los resultados reales con respecto al modelo completo.

Las principales conclusiones de la presente tesis se pueden resumir en:

- En el modelo dinámico de un sistema mecánico en particular, no todos sus

parámetros base influyen de forma significativa en la dinámica del sistema. La certidumbre con la cual se determinan los parámetros poco contributivos se ve afectada considerablemente bajo la presencia, en la identificación, de ruido en la medición y de discrepancias en el modelado. Esto hecho sugirió reducir los parámetros menos contributivos del modelo. Por consiguiente, en esta tesis se presentó un procedimiento metodológico que permitió obtener un modelo reducido apropiado para los robots paralelos analizados.

- Se profundizó en lo referente al diseño de los experimentos. Al respecto se propuso un procedimiento basado en técnicas multicriterio, comparándose con los procedimientos previamente propuestos en la literatura. El procedimiento multicriterio presentado en este trabajo arrojó resultados satisfactorios con respecto a los obtenidos basado en un solo criterio. Esto indica que puede ser considerado como criterio para el diseño de los experimentos orientados a la identificación de parámetros de robots paralelos.
- El modelo obtenido mediante la metodología propuesta fue contrastado con el modelo completo que incluye todos los parámetros base. De las diversas trayectorias de prueba utilizadas, para la verificación del modelo, se observó que el error en la predicción de las trayectorias de prueba para el caso del modelo reducido es inferior al obtenido mediante el modelo completo. Lo anterior puede explicarse debido a que los parámetros poco contributivos del modelo completo, e identificados con poca certidumbre, transmiten los errores no modelados, y generalmente proyectados sobre dichos parámetros, hacia la predicción de otras trayectorias diferentes a la empleada en la identificación.
- Se presentó una formulación para resolver el problema dinámico directo de robots paralelos basada en los parámetros base. El modelo expresado en parámetros base permitió evaluar la respuesta de los parámetros identificados del modelo reducido en la simulación dinámica. Al respecto se observó que el modelo reducido sigue con mayor similitud el comportamiento observado experimentalmente, en contraste con el obtenido mediante el modelo completo.
- Las mayores discrepancias entre el modelo identificado y los experimentos se presentaron en los puntos de cambio de la velocidad. Específicamente, la discrepancia se observó en el modelado de la fricción a bajas velocidades y en los puntos de cambio de sentido de la velocidad. Estas discrepancias se podrían deber a: 1) Las condiciones de operación, tales como la temperatura, durante la identificación pueden variar con respecto a las trayectorias de prueba, 2) Los modelos de fricción empleados, tanto lineales como no lineales no describen con

precisión el fenómeno de fricción en el momento de transición de velocidad cero a deslizamiento, o cambio de sentido de la velocidad.

- En el robot paralelo estudiado se observó una alta fricción en los pares actuados. En la identificación los modelos de fricción lineales en parámetros ajustan con mayor precisión la respuesta dinámica del sistema en contraste con los modelos no lineales utilizados. Esto se puede deber a que el modelo de Coulomb modeliza con mayor precisión la magnitud de la fricción en las etapas fuera del rango de cambio de signo de la velocidad en los pares. Por otro lado, el incremento en el número de parámetros del modelo no lineal, y la dificultad de identificar el fenómeno de fricción a bajas velocidades, hace que para la identificación de forma directa el modelo más próximo a los experimentos sea el modelo lineal de Coulomb y fricción viscosa.

Seguidamente se presentan los futuros desarrollos que se pretende continuar la presente tesis.

7.1. Futuros Trabajos

En el marco de futuros trabajos se pretenden abordar los siguientes tópicos:

- Las mayores discrepancias entre los modelos identificados y los experimentos se presentan en el modelado de fricción. Es necesario continuar investigando para incluir en la metodología procedimientos para modelar e identificar la fricción y así disminuir dichas discrepancias. Estudiar las ecuaciones dinámicas de los robots, particularmente robots paralelos con menos de 3-GDL, que permitan separar la identificación de la fricción de la dinámica de cuerpo rígido, será objeto de un futuro trabajo.
- El diseño de experimento utilizado en este trabajo se basó en la parametrización de la trayectoria en las juntas actuadas del robot. Otros autores (ABDELLATIF ET AL., 2008) plantean la optimización de la trayectoria con respecto a las coordenadas del elemento terminal. Al respecto se pretende desarrollar una comparación entre estas dos formas de optimizar la trayectoria a fin de establecer conclusiones sobre la adecuada parametrización de la trayectoria.
- El mayor acople en las ecuaciones del movimiento de los robots paralelos y su limitado espacio de trabajo hace que los parámetros de las *patas* del robot contribuyan de forma menos significativa con la dinámica de la plataforma. En este marco, la metodología propuesta determina un modelo reducido que

permite predecir el comportamiento dinámico tanto la dinámica inversa como directa de los robots estudiados. La extensión de la metodología puede realizarse en sistemas mecánicos que presenten características similares. En este sentido, una extensión de la metodología se puede realizar en el modelado e identificación de la suspensión de vehículos.

Bibliografía

- Abdellatif, H., Heimann, B. y Grotjahn, M. Statistical approach for bias-free identification of a parallel manipulator affected by large measurement noise. En *Proceeding of IEEE Conference on Decision and Control and 2005 European Control Conference. CDC-ECC 44th*, páginas 3357–3362. Sevilla, Spain (2005a).
- Abdellatif, H., Heimann, B. y Holz, C. Time-effective direct dynamics identification of parallel manipulators for model-based feedforward control. En *Proceedings of IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, páginas 777–782. Monterey CA, USA (2005b).
- Abdellatif, H., Heimann, B., Hornung, O. y Grotjahn, M.A.G.M. Identification and appropriate parametrization of parallel robot dynamic models by using estimation statistical properties. En *2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2005*, páginas 157–162 (2005c).
- Abdellatif, H., Grotjahn, M. y Heimann, B. Independent identification of friction characteristics for parallel manipulators. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 127(3):294–302 (2007).
- Abdellatif, H., Heimann, B. y Kotlarski, J. On the robust dynamics identification of parallel manipulators: Methodology and experiments. En *Parallel Manipulators, New Developments*, páginas 1–20. I-Tech Education and Publishing, Vienna (2008).
- An, C.H., Atkeson, C.G. y Hollerbach, J.M. Model-based control of robot manipulators. informe técnico, MIT Press (1988).
- Angeles, J. *Fundamentals of Robotic Mechanical Systems*. Springer-Verlag, USA (2003).
- Antonelli, G., Caccavale, F. y Chiacchio, P. A systematic procedure for the identification of dynamic parameters of robot manipulators. *Robotica*, 17(4):427–435 (1999).

- Armstrong, B. On finding exciting trajectories for identification experiments involving systems with nonlinear dynamics. *International Journal of Robotics Research*, 8(6):28–48 (1989).
- Armstrong-H, B., Dupont, P. y Wit, C.C.d. A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. *Automatica*, 30(7):1083–1138 (1994).
- Atkeson, C.G., An, C.H. y Hollerbach, J.M. Estimation of inertial parameters of manipulator loads and links. *International Journal of Robotics Research*, 5(3):101–119 (1986).
- Benimeli, F., Mata, V. y Valero, F. A comparison between direct and indirect dynamic parameter identification methods in industrial robots. *Robotica*, 24(5):579 – 590 (2006).
- Benimeli, F.X. *Estimación de Parámetros Dinámicos en Robot Manipuladores*. Phd, Universidad Politécnica de Valencia (2005).
- Besa, A.J. *Identificación de Parámetros Cinemáticos de un robot industrial mediante un sistema de rastreo láser*. Phd, Universidad Politécnica de Valencia (2002).
- Bhattacharya, S., Hatwal, H. y Ghosh, A. An on-line parameter estimation scheme for generalized Stewart Platform type parallel manipulators. *Mechanism and Machine Theory*, 32(1):79–89 (1997).
- Bo, L. y Pavelescu, D. The friction-speed relation and its influence on the critical velocity of the stick-slip motion. *Wear*, 82(3):277–289 (1982).
- Calafiore, G. y Indri, M. Experiment design for robot dynamic calibration. En *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, páginas 3303–3309. Leuven, Belgium (1998).
- Calafiore, G., Indri, M. y Bona, B. Robot dynamic calibration: Optimal excitation trajectories and experimental parameter estimation. *Journal of Robotic Systems*, 18(2):55–68 (2001).
- Canudas de Wit, C., Siciliano, B. y G., B. *Theory of Robot Control*. Springer-Verlag New York, Inc. (1996).
- Chen, K. y Beale, D. Base dynamic parameter estimation of a MacPherson suspension mechanism. *Vehicle System Dynamics*, 39(3):227–244 (2003).

- Chen, K., Beale, D. y Wang, D. A new method to determine the base parameters for general spatial mechanisms. En *Proceedings of ASME International Design Engineering Technical Conferences*. Montreal, Canada (2002).
- Corke, P. In situ measurement of robot motor electrical constants. *Robotica*, 14(4):433–436 (1996).
- Craig, J.J. *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*. Prentice Hall (2005).
- Daemi, M. y Heimann, B. Identification and compensation of gear friction for modeling of robots. En *Proceedings of the 11th CISM-IFTOMM Symposium on the Theory and Practice of Robots and Manipulators*, páginas 89–96. Udine, Italy (1996).
- Díaz-Rodríguez, M., Iriarte, X., Mata, V. y Ros, J. On the experiment design for direct dynamic parameter identification of parallel robots. *Advanced Robotics*, 23(3):329–348 (2009a).
- Díaz-Rodríguez, M., Mata, V., Farhat, N. y Provenzano, S. Identificación de parámetros dinámicos de robots paralelos: Métodos de obtención de las variables cinemáticas a partir de la medición de la posición. En *8º Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica*. Federación Iberoamericana de Ingeniería Mecánica, Cusco, Peru (2007).
- Díaz-Rodríguez, M., Mata, V., Farhat, N. y Provenzano, S. Identifiability of the dynamic parameters of a class of parallel robots in the presence of measurement noise and modeling discrepancy. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 36(4):478–498 (2008).
- Díaz-Rodríguez, M., Mata, V., Farhat, N. y Provenzano, S. Dynamic parameter identification of parallel robots starting from the measurement of joints position and forces. *Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Zulia*, 32(2):119–125 (2009b).
- Eich-Soellner, E. y Führer, C. *Numerical Methods in Multibody Dynamics*. B. G. Teubner Stuttgart, Germany (1998).
- Farhat, N. *Identificación de Parámetros Dinámicos en Sistemas de Cadena Cerrada. Aplicación a Robot Paralelos*. Phd, Universidad Politécnica de Valencia (2006).
- Farhat, N., Mata, V., Alvaro, P. y Díaz-Rodríguez, M. Dynamic simulation of a parallel robot: Coulomb friction and stick-slip in robot joints. *Robotica* (2009).

- Farhat, N., Mata, V. y Díaz, M. Dynamic parameter identification of parallel robots considering physical feasibility and nonlinear friction models. En *12th IFToMM World Congress*, páginas 1–6. Besançon, Francia (2007).
- Farhat, N., Mata, V., Page, I. y Valero, F. Identification of dynamic parameters of a 3-DOF RPS parallel manipulator. *Mechanism and Machine Theory*, 43(1):1–17 (2008).
- Gallardo, J., Orozco, H. y Rico, J. Kinematics of 3-RPS parallel manipulators by means of screw theory. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 36(5):598–605 (2008).
- Gallardo-Alvarado, J., Orozco-Mendoza, H., Rodríguez-Castro, R. y Rico-Martínez, J. Kinematics of a class of parallel manipulators which generates structures with three limbs. *Multibody System Dynamics*, 17:27–46 (2007).
- Gautier, M. Numerical calculation of the base inertial parameters of robots. *Journal of Robotic Systems*, 8(4):485–506 (1991).
- Gautier, M. Optimal motion planning for robot's inertial parameters identification. En *31st IEEE Conference on Decision and Control*, páginas 70–73. Tucson, AZ, USA (1992).
- Gautier, M. y Khalil, W. On the identification of the inertial parameters of robots. En *Proceedings of the 27th Conference on Decision and Control*, páginas 739–755 (1988).
- Gautier, M. y Khalil, W. Direct calculation of minimum set of inertial parameters of serial robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 6(3):368–373 (1990).
- Gautier, M. y Khalil, W. Exciting trajectories for the identification of base inertial parameters of robots. *International Journal of Robotics Research*, 11(4):362–375 (1992).
- Gautier, M. y Poignet, P. Extended kalman filtering and weighted least squares dynamic identification of robot. *Control engineering practice*, 9(12):1361–1372 (2001).
- Gembicki, F. y Haimes, Y. Approach to performance and sensitivity multiobjective optimization: The goal attainment method. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 20(6):769–771 (1975).

- Grotjahn, M., Daemi, M. y Heimann, B. Friction and rigid body identification of robot dynamics. *International Journal of Solids and Structures*, 38(10-13):1889–1902 (2001).
- Grotjahn, M., Heimann, B. y Abdellatif, H. Identification of friction and rigid-body dynamics of parallel kinematic structures for model-based control. *Multibody System Dynamics*, 11(3):273–294 (2004).
- Guegan, S., Khalil, W. y Lemoine, P. Identification of the dynamic parameters of the orthoglide. En *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA '03*, páginas 3272–3277. Taipei, Taiwan (2003).
- Hardeman, T., Aarts, R.G. y Jonker, J.B. A finite element formulation for dynamic parameter identification of robot manipulators. *Multibody System Dynamics*, 16(1):21–35 (2006).
- Hunt, K.H. Structural kinematics of in-parallel-actuated robot arms. *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, 105(4):705 – 712 (1983).
- Iriarte, X., Ros, J. y Mata, V. Symbolic calculation of the base inertial parameters of robots through dimensional analysis. En *Multibody Dynamics 2009, ECCOMAS Thematic Conference*. Warsaw, Poland (2009).
- Jalón, J.G.d. y Bayo, E. *Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems: The Real-Time Challenge*. Mechanical Engineering Series. Springer-Verlag, New York (1994).
- Karnopp, D. Computer-simulation of stick-slip friction in mechanical dynamic-systems. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-Transactions of the Asme*, 107(1):100–103 (1985).
- Kermani, M.R., Wong, M., Patel, R.V., Moallem, M. y Ostojic, M. Friction compensation in low and high-reversal-velocity manipulators. En *2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04.*, volumen 5, páginas 4320–4325. New Orleans, LA (2004).
- Khalil, W. y Dombre, E. *Modeling Identification and Control of Robots*. Hermes Penton Ltd, London (2002).
- Khalil, W. y Kleinfinger, J. A new geometric notation for open- and closed-loop. En *Proceedings of 1986 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volumen 3, páginas 1174– 1179. Las Vegas, USA (1986).

- Khosla, P.K. Categorization of parameters in the dynamic robot model. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 5(3):261–268 (1989).
- Khosla, P. y Kanade, T. Parameter identification of robot dynamics. En *Proceedings of the 24th IEEE Conference on Decision and Control*, páginas 1754–1760. Ft. Lauderdale, FL (1985).
- Kozłowski, K. *Modelling and Identification in Robotics*. Springer-Verlag, London (1998).
- Lee, K.M. y Shah, D. Kinematic analysis of a three-degrees-of-freedom in-parallel actuated manipulator. *IEEE Journal of robotics and automation*, 4(3):354–260 (1988).
- Leine, R.I., Van Campen, D.H. y Van De Vrande, B.L. Bifurcations in nonlinear discontinuous systems. *Nonlinear Dynamics*, 23:105–164 (2000).
- Li, Y. y Xu, Q. Kinematic analysis of a 3-PRS parallel manipulator. *Robotics Computer-Integrated Manufacturing.*, 23(4):395–408 (2007).
- Mata, V., Benimeli, F., Farhat, N. y Valera, A. Dynamic parameter identification in industrial robots considering physical feasibility. *Journal of Advanced Robotics*, 19(1):101–120 (2005).
- Mata, V., Farhat, N., Díaz-Rodríguez, M., Valera, A. y Page, A. Dynamic parameter identification for parallel manipulators. En *Parallel Manipulators, Towards New Applications*, páginas 21–44. I-Tech Education and Publishing, Vienna (2008).
- Mayeda, H., Osuka, K. y Kangawa, A. A new identification method for serial manipulator arms. En *IFAC 9th World Congress*, páginas 74–79. Budapest (1984).
- Merlet, J.P. *Parallel Robots*. Kluwer Academic Publishers (2000).
- Nabat, V., Company, O., Pierrot, F. y Poignet, P. Dynamic modeling and identification of par4, a very high speed parallel manipulator. En *Proceeding of 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems.*, páginas 496–501. Taipei, Taiwan (2006).
- Olsen, H. y Bekey, G. Identification of robot dynamics. En *Proceedings of the 1986 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volumen 2, páginas 1004–1010. San Francisco (1986).
- Olsen, M.M. y Petersen, H.G. A new method for estimating parameters of a dynamic robot model. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 17(1):95–100 (2001).

- Olsen, M.M., Swevers, J. y Verdonck, W. Maximum likelihood identification of a dynamic robot model: Implementation issues. *International Journal of Robotics Research*, 21(2):89–96 (2002).
- Olsson, H., Åström, K.J., Canudas-de Wit, C., Gäfvert, M. y Lischinsky, P. Friction models and friction compensation. *European Journal of Control*, 4(3):176–195 (1998).
- Page, A., Candelas, P. y Belmar, F. On the use of local fitting techniques for the analysis of physical dynamic systems. *European Journal of Physics*, 27(2):273–279 (2006).
- Park, K.J. Fourier-based optimal excitation trajectories for the dynamic identification of robots. *Robotica*, 24(5):625–633 (2006).
- Pfeiffer, F. y Holzl, J. Parameter identification for industrial robots. En *Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volumen 2, páginas 1468–1476. Nagoya, Japan (1995).
- Pham, C.M. y Gautier, M. Essential parameters of robots. En *Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control*, páginas 2769–2774. Brighton, UK (1991).
- Piedœuf, J.C., de Carufel, J. y Hurteau, R. Friction and stick-slip in robots: Simulation and experimentation. *Multibody System Dynamics*, 4(4):341–354 (2000).
- Pierrot, F., Nabat, V., Company, O., Krut, S. y Poignet, P. Optimal design of a 4-DOF parallel manipulator: From academia to industry. *IEEE Transactions on Robotics*, 25(2):213–224 (2009).
- Poignet, P., Ramdani, N. y Vivas, O.A. Ellipsoidal estimation of parallel robot dynamic parameters. En *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2003*, páginas 3300–3305. Las Vegas, USA (2003).
- Pond, G. y Carretero, J.A. Quantitative dexterous workspace comparison of parallel manipulators. *Mechanism and Machine Theory*, 42(10):1388–1400 (2007).
- Presse, C. y Gautier, M. New criteria of exciting trajectories for robot identification. En *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, páginas 907–912. Atlanta, USA (1993).
- Provenzano, S. *Aplicación de las Ecuaciones de Gibbs-Appell a la Dinámica de Robots*. Phd, Universidad Politécnica de Valencia (2001).

- Prufer, M., Schmidt, C. y Wahl, F. Identification of robot dynamics with differential and integral models: a comparison. En *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volumen 1, páginas 340–345 (1994).
- Quinn, D.D. A new regularization of coulomb friction. *Journal of Vibration and Acoustics*, 126(3):391–397 (2004).
- Raucent, B. y Samin, J.C. Minimal parametrization of robot dynamic models. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 22(3):371–396 (1994).
- Renaud, P., Vivas, A., Andreff, N., Poignet, P., Martinet, P., Pierrot, F. y Company, O. Kinematic and dynamic identification of parallel mechanisms. *Control engineering practice*, 14(9):1099–1109 (2006).
- Riebe, S. y Ulbrich, H. Modelling and online computation of the dynamics of a parallel kinematic with six degrees-of-freedom. *Archive of Applied Mechanics (Ingenieur Archiv)*, 72(11):817–829 (2003).
- Schaefers, J., Xu, S.J. y Darouach, M. A parameter identification approach using optimal exciting trajectories for a class of industrial robots. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 15(1):25–32 (1996).
- Schiehlen, W. Multibody system dynamics: Roots and perspectives. *Multibody System Dynamics*, 1(2):149–188 (1997).
- Schiehlen, W. Research trends in multibody system dynamics. *Multibody System Dynamics*, 18(1):3–13 (2007).
- Seber, G. y Lee, A.J. *Linear Regression Analysis*. John Wiley, New York (2003).
- Seber, G. y Will, C.J. *Nonlinear Regression*. John Wiley, New York (1989).
- Sextro, W. *Dynamical Contact Problems With Friction : Models, Methods, Experiments, and Applications*, volumen 3 de *Lecture Notes in Applied Mechanics*. Springer, Berlin (2002).
- Shabana, A.A. *Computational Dynamic*. Jhon Wiley and Sons, Inc., USA (2001).
- Sheu, S.Y. y Walker, M.W. Identifying the independent inertial parameter space of robot manipulators. *International Journal of Robotics Research*, 10(6):668–683 (1991).
- Shome, S.S., Beale, D.G. y Wang, D. A general method for estimating dynamic parameters of spatial mechanisms. *Nonlinear Dynamics*, 16:349–368 (1998).

- Sokolov, A. y Xirouchakis, P. Kinematics of a 3-DOF parallel manipulator with an R-P-S joint structure. *Robotica*, 23(2):207–217 (2005).
- Swevers, J., Ganseman, C., DeSchutter, J. y VanBrussel, H. Experimental robot identification using optimised periodic trajectories. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 10(5):561–577 (1996).
- Swevers, J., Ganseman, C., Tukel, D.B., DeSchutter, J. y VanBrussel, H. Optimal robot excitation and identification. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 13(5):730–740 (1997).
- Synnestvedt, R.G. An effective method for modelling stiction in multibody dynamic systems. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-Transactions of the Asme*, 118(1):172–176 (1996).
- Tahmasebi, A.M., Taati, B., Mobasser, F. y Hashtrudi-Zaad, K. Dynamic parameter identification and analysis of a phantom haptic device. En *Conference on IEEE Control Applications, 2005. CCA 2005. Proceedings of 2005*, páginas 1251–1256 (2005).
- Tsai, L.W. *The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*. John Wiley & Son, Canada (1999).
- Tsai, M.S., Shiau, T.N., Tsai, Y.J. y Chang, T.H. Direct kinematic analysis of a 3-PRS parallel mechanism. *Mechanism and Machine Theory*, 38(1):71–83 (2003).
- Vivas, A., Poinet, P., Marquet, F., Pierrot, F. y Gautier, M. Experimental dynamic identification of a fully parallel robot. En *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA '03*, volumen 3, páginas 3278–3283. Taipei, Taiwan (2003).
- Waiboer, R.R. *Dynamic modelling, identification and simulation of industrial robots*. Phd, University of Twente (2008).
- Wehage, R. y Haug, E. Generalized coordinates partitioning for dimension reduction in analysis of constrained dynamic system. *Journal of Mechanical Design*, 104(1) (1982).
- Wiens, G.J., Shamblin, S.A. y Oh, Y.H. Characterization of PKM dynamics in terms of system identification. *Proceedings of the I MECH E Part K Journal of Multi-body Dynamics*, 216:59–72 (2002).

Yoshida, K. y Khalil, W. Verification of the positive definiteness of the inertial matrix of manipulators using base inertial parameters. *International Journal of Robotics Research*, 19(5):498–510 (2000).

Anexo A

A.1. Descripción de los Robots Paralelos

En el desarrollo del trabajo se emplearon en los experimentos dos configuraciones de robots paralelos. El primero, un robot paralelo de configuración 3-RPS, el segundo un robot 3-PRS. De trabajos anteriores se dispone el robot paralelos 3-RPS. En el marco de la presente tesis se proyectó un robot 3-PRS.

A fines de realizar los casos de estudio presentados en el capítulo 4 se elaboraron modelos virtuales utilizando el programa de dibujo asistido por ordenador SolidWorks, en su versión 2007. El entorno del programa permite desarrollar modelos 3D de cada una de las piezas del robot. A su vez, el entorno permite elaborar el ensamble de las partes y, de esta forma, desarrollar un modelo 3D del ensamble del robot. Los modelos CAD de los robots fueron luego exportados en formato Parasolid (extensión .x.t). Éste formato permite que la geometría del ensamble puede ser importada a un programa multipropósito de simulación dinámica. Con este fin, se utilizó el programa MSC-ADAMS en su versión 2005. En dicho entorno se completó el modelo virtual del robot incluyendo las restricciones debido a los pares cinemáticos del robot y los sistemas de actuación. La figura A.1 muestra el entorno virtual para el robots 3-PRS.

Las dimensiones del robot paralelo 3-PRS proyectado, se determinaron a partir de evaluar su espacio de trabajo en función de las longitudes características. En el diseño del robot, se consideró que tanto la plataforma base como la plataforma móvil tiene sus pares cinemáticos dispuestos, en las plataformas, en configuración de triángulo equilátero. Por lo que, a fines del diseño desde el punto de vista dimensional, se obtuvieron las siguientes longitudes características: distancia entre centros de pares prismáticos de 666 mm (l_b), distancia entre centros de pares esféricos de 516 mm (l_m) y la longitud de la barra acopladora (distancia entre pares de revolución y pares esféricos, l_r) de 514 mm. Es de destacar, que dichas dimensiones fueron obtenidas luego de numerosas pruebas de evaluación del espacio de trabajo del robot. Por otra parte, las dimensiones características del robot paralelo 3-RPS son: distancia entre

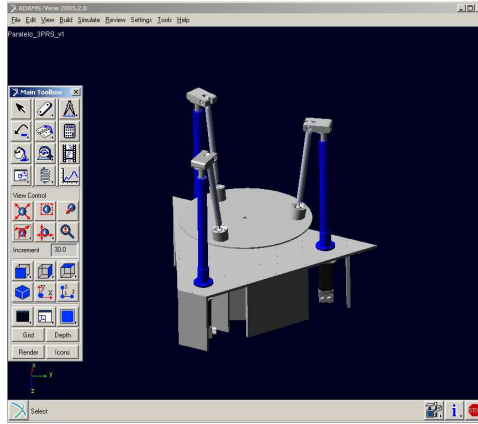


Figura A.1: Entorno Virtual del Robot Paralelo 3-PRS

centros de pares esféricos de 458 mm y distancia entre centros de pares de revolución de 742 mm.

Los parámetros D-H del robot 3-PRS han sido presentados en la tabla 2.1. Los parámetros del robot 3-PRS se listan en la tabla A.1

Tabla A.1: Parámetros D-H correspondientes al robot 3-RRS

i	d_i	a_i	θ_i	α_i
1	0	0	q_1	$\pi/3$
2	q_2	0	0	$-\pi/2$
3	0	0	q_3	$\pi/2$
4	0	0	q_4	$\pi/2$
5	0	0	q_5	$\pi/2$
6	0	0	q_6	$2 \pi/6$
7	q_7	0	0	$\pi/2$
8	0	0	q_8	0
9	q_9	0	0	$\pi/2$

Se incluye seguidamente los parámetros dinámicos y localización de los centros de gravedad de las barras que conforman los robots virtuales. Los parámetros del robot RPS se presentan en las tablas A.2 y A.3, mientras que para el robot PRS se listan en las tablas A.4 y A.5

Tabla A.2: Parámetros Dinámicos correspondientes al robot 3-RPS. Unidades SI.

Barra i	m_i	I_{zz_i}	I_{yy_i}	I_{xx_i}	I_{xy_i}	I_{xz_i}	I_{yz_i}
1	1.8895	0.01064	-	-	-	-	-
2	1.2597	-	0.02777	-	-	-	-
3	12.4711	0.16762	0.16762	0.3339	-	-	-
4	1.8895	0.01064	-	-	-	-	-
5	1.2597	-0.02777	-	-	-	-	-
6	1.8895	0.01064	-	-	-	-	-
7	1.2597	-	0.02777	-	-	-	-

Tabla A.3: Localización de los centros de Gravedad correspondientes al robot 3-RPS. Unidades SI.

Barra i	rx_i	ry_i	rz_i
1	-	0.1285	-
2	-	-	-0.257
3	0.1317	0.2282	-
4	-	-0.1285	-
5	-	-	-0.257
6	-	-0.1285	-
7	-	-	-0.257

Tabla A.4: Parámetros Dinámicos correspondientes al robot 3-RPS. Unidades SI.

Barra i	m_i	I_{zz_i}	I_{yy_i}	I_{xx_i}	I_{xy_i}	I_{xz_i}	I_{yz_i}
1	5.8818	-	-	-	-	-	-
2	2.6892	-	0.04202	-	-	-	-
3	12.4711	0.31347	0.15728	0.15728	-	-	-
4	5.8818	-	-	-	-	-	-
5	2.6892	0.04202	-	-	-	-	-
6	5.8818	-	-	-	-	-	-
7	2.6892	-	0.04202	-	-	-	-

A.2. Especificaciones de los Actuadores y Motores

A.2.1. Actuadores

Los actuadores lineales de los robots paralelos utilizados en este trabajo son fabricados por la compañía NIASA (<http://www.niasa.es>). Los actuadores convierten el movimiento de rotación mediante un sistema de tornillo de potencia con husillos a

Tabla A.5: Localización de los centros de Gravedad correspondientes al robot 3-RPS. Unidades SI.

Barra i	rx_i	ry_i	rz_i
1	-	-	-
2	0.20	-	-
3	0.21	0.1212	-
4	-	-	-
5	0.20	-	-
6	-	-	-
7	0.20	-	-

bolas. Un esquema del actuador se muestra en la figura A.2. El robot paralelo 3-RPS esta provisto por actuador M100-F16, mientras que el robot 3-PRS fue proyectado para emplear los actuadores M200-F20. Los datos caracteristicos de dichos actuadores se presentan en la tabla A.6.

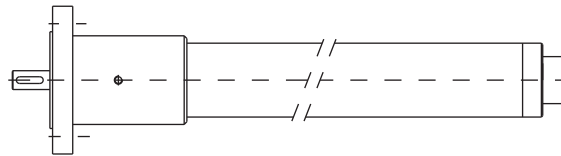


Figura A.2: Esquema del Actuador Lineal

Tabla A.6: Características del Actuador Lineal

Modelo	M100-F16	M200-F20
Diámetro del Tornillo	32 mm	35 mm
Paso de Avance	5 mm/rev	20 mm/rev
Carga Máxima	2500 N	5000 N
Carrera	300 N	500 mm

A.2.2. Motores

El robot de configuración RPS viene provisto de motores de corriente continua que impulsan a los actuadores. Los motores van instalados directamente sobre los actuadores que, como se ha mencionado, convierten el movimiento de rotación del motor a movimiento lineal. El rango de voltaje de los motores es aproximadamente

$\pm 40v$. El control del robot se realizó mediante una unidad amplificadora cuya señal se provee a través de tarjetas de control instaladas en un ordenador. Se presenta una relación lineal entre la fuerza aplicada y la acción del control. Esta relación fue determinada de forma experimental y viene definida por la siguiente expresión,

$$F_i = \frac{2 \pi}{0.005} \cdot 0.21 \cdot V \quad (\text{A.1})$$

siendo V el voltaje aplicado por la unidad de control mediante las tarjetas de control del PC. La constante 0.21 representa la relación entre la tarjeta de control y el par aplicado por el motor en [N.m]. El factor establece la relación entre la acción de control y la fuerza aplicada en el actuador en [N].

Por otra parte, es necesario mencionar que el eje de rotación del motor permite la medición del movimiento angular del su eje mediante medidores de desplazamiento angular *encoders*. El incremento del ángulo de rotación es empleado para retroalimentar a través de las tarjetas de adquisición de datos el control del robot. La resolución del encoder utilizado es de 250 pulsos por revolución.

A.3. Determinación de la Fricción en los Actuadores

Previo al ensamble del robot paralelo 3-PRS se realizaron ensayos sobre los actuadores lineales a fin de determinar el modelo de fricción apropiado. Los ensayos se ejecutaron en el banco de ensayos mostrado en la figura A.3.

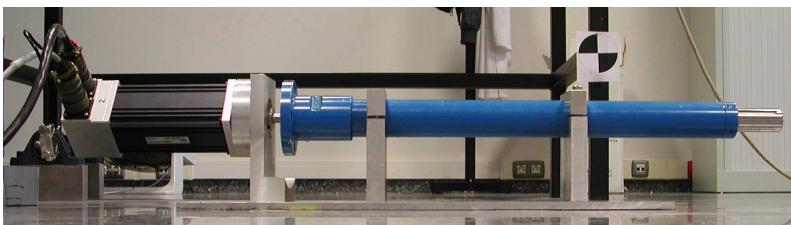


Figura A.3: Banco de ensayos para determinar modelos de fricción

Las trayectorias ejecutadas por el actuador consistieron en movimientos a velocidad constante tanto en una dirección como en la otra. Se emplearon funciones lineales en conjunto con funciones parabólicas para los tramos de transición. Así, el inicio de la trayectoria es un movimiento parabólico seguido de un tramo a velocidad constante. Luego el movimiento de transición entre la velocidad en el sentido positivo al

negativo se realizó con una parábola. Las ecuaciones utilizadas son la presentadas en CRAIG (2005). La figura A.4 muestra los resultados obtenidos en los diferentes ensayos realizados a velocidad constante.

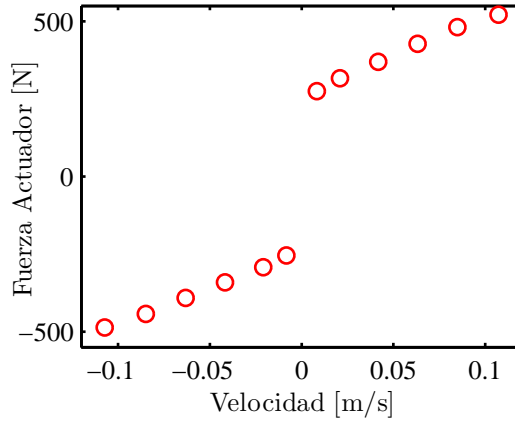


Figura A.4: Identificación de fricción, Modelo de Coulomb y fricción viscosa

A partir de los datos indicados los datos recolectados se ajustó el modelo lineal de Coulomb y fricción viscosa. Estos datos fueron utilizados en la tesis para la inclusión en los modelos CAD de modelos de parámetros de fricción. Lo anterior permitió disponer de un robot simulado lo mas cercano a lo real.

Anexo B

B.1. Cinemática directa del robots 3-RPS

En este Apartado, se presenta un ejemplo del modelado cinemático del robot paralelo 3-RPS. El robot consiste de tres patas cada una con pares de revolución, prismáticos y esféricos. Este ejemplo ilustra los conceptos de la cinemática ya descritos en el apartado 2.1.3.

B.1.1. Problema de Posición

Inicialmente, se obtienen las coordenadas generalizadas dependientes a nivel de posiciones a partir de las coordenadas generalizadas independientes. Para ello, considérese la figura B.5 donde se muestra un esquema del robot paralelo 3-RPS. A partir de la hipótesis de cuerpo rígido se puede plantear la siguiente ecuación,

$$\begin{aligned}\|o_1\vec{p}_1 - (o_1\vec{o}_6 + o_6\vec{p}_2)\| &= l \\ \|o_1\vec{p}_2 - (o_1\vec{o}_8 + o_8\vec{p}_3)\| &= l \\ \|o_6\vec{p}_2 - (o_6\vec{o}_8 + o_8\vec{p}_3)\| &= l\end{aligned}\tag{B.2}$$

El sistema de ecuaciones B.2 contiene 6 coordenadas generalizadas: 3 debido a los pares prismáticos y que determinan el movimiento de traslación relativo entre la barra acoplada a la plataforma y la barra acoplada a la base. Las otras 3 coordenadas se refieren a los pares de revolución. La ecuación B.2 se puede expresar como,

$$\vec{f}(q_1, q_2, q_6, q_7, q_8, q_9)_{3 \times 1} = 0\tag{B.3}$$

Si en la ecuación B.3 se considera conocido, por ser la coordenada actuada, el desplazamiento en el par prismático, se tiene un problema de resolución de ecuaciones

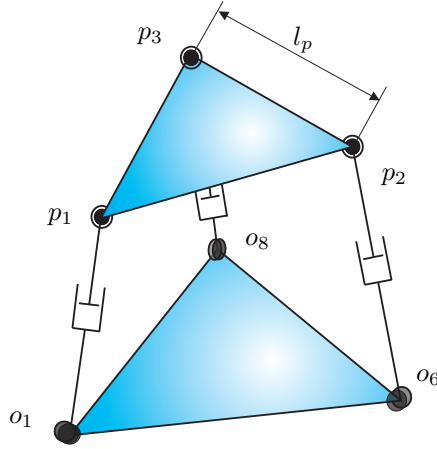


Figura B.5: Problema de Posición del Robot Paralelo 3-RPS.

no lineales con igual número de incógnitas. La forma de las ecuaciones lineales para el robot paralelo cuyos parámetros D-H se han listado en la tabla A.1 son,

$$\begin{aligned}
 &F_1 \cos(q_1) \cos(q_6) + F_2 \sin(q_1) \sin(q_6) + F_3 \cos(q_1) + F_4 \cos(q_6) + F_5 \\
 &G_1 \cos(q_1) \cos(q_8) + G_2 \sin(q_1) \sin(q_8) + G_3 \cos(q_1) + G_4 \cos(q_8) + G_5 \quad (B.4) \\
 &H_1 \cos(q_8) \cos(q_6) + H_2 \sin(q_8) \sin(q_6) + H_3 \cos(q_8) + H_4 \cos(q_6) + H_5
 \end{aligned}$$

Por simplificación en la ecuación B.4 se han introducido las siguientes variables:

$$\begin{aligned}
 F_1 = q_2 q_7, F_2 = 2 q_2 q_7, F_3 = -\sqrt{3} q_2 o0o6_z, F_4 = -\sqrt{3} q_7 o0o6_z, F_5 = q_2^2 + q_7^2 + \\
 o0o6_z^2 - l_m^2, G_1 = q_2 q_9, G_2 = 2 q_2 q_9, G_3 = -\sqrt{3} q_2 o0o8_y, G_4 = -\sqrt{3} q_9 o0o6_z, \\
 G_5 = q_2^2 + q_9^2 + o0o8_z^2 + o0o8_y^2 - l_m^2, H_1 = q_9 q_7, H_2 = 2 q_9 q_7, H_3 = -\sqrt{3} q_9 o0o8_y, \\
 H_4 = -q_7 o0o8_y + \sqrt{3} q_7 o0o8_z - \sqrt{3} q_7 o0o6_z, H_5 = q_9^2 + q_7^2 + o0o8_z^2 + o0o8_y^2 - \\
 2 o0o8_z o0o6_z + o0o6_z^2 - l^2.
 \end{aligned}$$

La ecuación B.4 puede resolverse de forma simbólica por procedimientos de eliminación de variables. Sin embargo, mediante dicho procedimiento se determinan múltiples soluciones por lo que es necesario incluir un procedimiento que determine la solución correspondiente con la postura real del robot. Por lo anterior se empleó en la presente tesis un procedimiento numérico. Específicamente, se utilizó el procedimiento Newton-Rapshon. Es de recordar que el procedimiento numérico es eficiente cuando se tiene una estimación inicial cercana a la solución buscada lo cual es satisfecho en las trayectorias utilizadas en este trabajo.

Luego de determinar el valor de las coordenadas generalizadas de los pares de re-

volución, la posición de los puntos p_1 , p_2 y p_3 puede ser determinada. Con la ubicación de dichos puntos se puede determinar las coordenadas generalizadas asociadas a la plataforma móvil. Seguidamente se describe la resolución del problema de velocidad.

B.1.2. Problema de Velocidad y Aceleración

Como se ha mencionado, el robot paralelo, puede ser convertido en un robot de varias cadenas abiertas. Las cadenas se obtienen a través de seccionar en uno o más de los puntos del robot. Posteriormente deben incluirse las correspondientes ecuaciones de restricción debido a la separación del robot. En el caso de estudio considérese las cadenas abiertas resultantes de separar el robot en los pares esféricos localizados en p_2 y p_3 . Esto se muestra en la figura B.6.

Luego de separar los pares esféricos se tienen 3 cadenas abiertas correspondientes a las patas del robot donde una de las patas incluye la plataforma móvil. Las ecuaciones de restricción de las velocidades generalizadas pueden ser obtenidas estableciendo que en los puntos (p_1) y (p_2) presentan las mismas velocidades lineal vista desde cada una de las ramas que se conectan a la junta, es decir,

$$\begin{bmatrix} i_{\vec{r}} \dot{\psi}_1 \\ p_2 \\ i_{\vec{r}} \dot{\psi}_1 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{\vec{r}} \dot{\psi}_2 \\ p_2 \\ i_{\vec{r}} \dot{\psi}_3 \\ p_3 \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

De forma análoga, y como se estableció en el Apartado 2.1.3, se puede deducir que dicha ecuación puede convertirse en la siguiente relación,

$$\begin{bmatrix} p_2 \psi_1^1 & p_2 \psi_2^1 & p_2 \psi_3^1 & p_2 \psi_4^1 & p_2 \psi_5^1 & -p_2 \psi_6^2 & -p_2 \psi_7^2 & \mathbf{0}_{3 \times 2} \\ p_3 \psi_1^1 & p_3 \psi_2^1 & p_3 \psi_3^1 & p_3 \psi_4^1 & p_3 \psi_5^1 & \mathbf{0}_{3 \times 2} & -p_2 \psi_8^3 & -p_3 \psi_9^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_1 & \dot{q}_2 & \dot{q}_3 & \dot{q}_4 & \dot{q}_5 & \dot{q}_6 & \dot{q}_7 & \dot{q}_8 & \dot{q}_9 \end{bmatrix}^T = \vec{\mathbf{0}}_{3 \times 1} \quad (\text{B.6})$$

Este sistema de ecuaciones contiene 6 ecuaciones lineales de restricción que pueden ser resueltas para obtener las 6 velocidades generalizadas dependientes, una vez que se han seleccionados las 3 coordenadas independientes. Por ejemplo, si se seleccionan \dot{q}_2 , \dot{q}_7 y \dot{q}_9 como velocidades generalizadas independientes, se puede obtener las velocidades dependientes mediante la ecuación,

$$\dot{\vec{q}}_d = -\mathbf{A}_d^{-1} \mathbf{A}_i \dot{\vec{q}}_i \quad (\text{B.7})$$

donde,

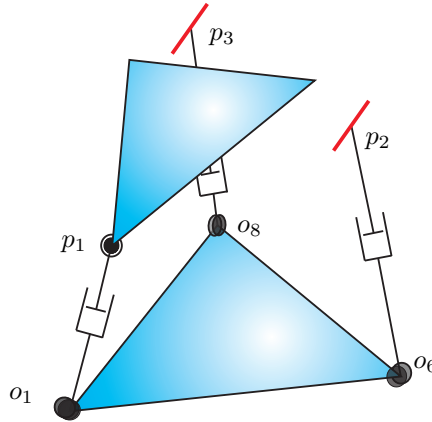


Figura B.6: Separación del Robot en Cadenas Abiertas.

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} p_2 \psi_2^1 & -p_2 \psi_7^2 & 0_{3 \times 1} \\ p_3 \psi_1^1 & 0_{3 \times 1} & -p_3 \psi_9^3 \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

y

$$\mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} p_2 \psi_1^1 & p_2 \psi_3^1 & p_2 \psi_4^1 & p_2 \psi_5^1 & -p_2 \psi_6^2 & 0_{3 \times 1} \\ p_3 \psi_1^1 & p_3 \psi_3^1 & p_3 \psi_4^1 & p_3 \psi_5^1 & 0_{3 \times 1} & -p_3 \psi_8^2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

La matriz \mathbf{A}_d es de suma importancia ya que ella puede proveer los puntos donde se presentan las configuraciones singulares.

Las aceleraciones generalizadas se pueden deducir a partir de las ecuaciones (2.8) y (2.9) por lo que el sistema de ecuaciones a nivel de aceleraciones presenta la siguiente forma,

$$\begin{bmatrix} p_2 \psi_1^1 & p_2 \psi_2^1 & p_2 \psi_3^1 & p_2 \psi_4^1 & p_2 \psi_5^1 & -p_2 \psi_6^2 & -p_2 \psi_7^2 & 0_{3 \times 2} \\ p_3 \psi_1^1 & p_3 \psi_2^1 & p_3 \psi_3^1 & p_3 \psi_4^1 & p_3 \psi_5^1 & 0_{3 \times 2} & -p_2 \psi_8^3 & -p_3 \psi_9^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 & \ddot{q}_2 & \ddot{q}_3 & \ddot{q}_4 & \ddot{q}_5 & \ddot{q}_6 & \ddot{q}_7 & \ddot{q}_8 & \ddot{q}_9 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \vec{b}^2 - \vec{b}^1 \\ \vec{b}^3 - \vec{b}^1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

donde, \vec{b}^k puede ser obtenida de forma recursiva, tal como fue indicado en el Apartado 2.1.3.

Utilizando la ecuación anterior, las aceleraciones generalizadas dependientes pueden ser calculadas a partir del valor conocido de las coordenadas independientes. Tal

como se menciono anteriormente, esta ecuación representa las ecuaciones de restricción a nivel de las aceleraciones, la cual son necesarias para la formulación del modelo dinámico que contiene las coordenadas dependientes.

Índice de figuras

1.1. Aplicación de la identificación de parámetros	3
2.1. Notación D-H modificada para la asignación de los sistemas de referencia.	21
2.2. Modelado de los pares esféricos	22
2.3. Definición de las coordenadas generalizadas para el robot paralelo de 3-GDL y configuración PRS	23
2.4. Ubicación de los sistemas de referencia asociados a las coordenadas generalizadas del robots paralelo 3-PRS	24
2.5. Ecuaciones de compatibilidad	28
2.6. Modelos clásicos de fricción	35
2.7. Esquema de un sistema de transmisión	37
2.8. Esquema de un Robot serial de 2-GDL	40
3.1. Esquema de una junta esférica	60
3.2. Determinación del ángulo de apertura del Par Esférico	61
3.3. Esquema del proceso de obtención de \mathbf{W} y \mathbf{I}	63
3.4. Relación entre $\kappa(\mathbf{W})$ y el número de puntos de la trayectoria robot paralelo (a) 3-RPS y (b) 3-PRS	65
3.5. Representación CAD del pobot paralelo 3-RPS.	66
3.6. Trayectorias óptimas mediante los criterios (a) $-\log(\det(\mathbf{I}^*))$, (b) $\kappa(\mathbf{W})$ y (c) Multiobjetivo para el Robot 3-RPS.	67
3.7. Representación CAD Robot Paralelo 3-PRS	69
3.8. Trayectorias Óptimas mediante los criterios (a) $-\log(\det(\mathbf{I}^*))$, (b) $\kappa(\mathbf{W})$ y (c) Multicriterio para el Robot 3-PRS.	70
4.1. Esquema del estudio de la identificabilidad	76
4.2. Comparación entre las fuerzas generalizadas obtenidas a partir del robot real	78
4.3. Robot paralelo 3-RPS	81

4.4. Ubicación de los pares esféricos en la plataforma	84
4.5. Esquema de una de las <i>Patas</i> del robot 3-RPS	84
4.6. ε_{ra} vs δ y η	87
4.7. Valores Obtenidos Mediante Parámetros identificados con el Modelo 1 y para las fuerza generalizada de un actuador	92
4.8. Fuerzas Medidas e Identificadas para una trayectoria de Validación.	94
4.9. Contribución de los parámetros Base en la Dinámica del Robot 3-PRS	98
4.10. Contribución de los parámetros Base en la Dinámica del Robot 3-PRS	98
5.1. Diagrama del ensayo a Velocidad Constante, ejemplo para $\ddot{q}_{max} =$ $100 \text{ mm}/s^2$, carrera del actuador = 0.1 m	105
5.2. Ensayo a Velocidad Constante	106
5.3. Contribución de los Parámetros Dinámicos de Sólido Rígido del Robot 3-RPS	108
5.4. Esquema de la metodología para la identificación de parámetros de robot	115
5.5. Fuerzas Medidas y Filtradas	116
5.6. Fuerzas medidas, del modelo Reducido y diferencia entre fuerzas me- didas y el modelo reducido.	119
5.7. Fuerzas medidas, Fuerzas Estimadas.	121
5.8. Modelos de Fricción Identificados	122
5.9. Robot paralelo configuración 3-PRS	123
5.10. Fuerzas Medidas y Filtradas	124
5.11. Fuerzas medidas, Fuerzas Estimadas.	128
6.1. Determinación de la Fuerza de la Fuerza de Fricción	142
6.2. Procedimiento que determina el cambio de sentido de la velocidad	143
6.3. Simulación con Parámetros Identificados Modelo Completo y Experi- mentos	147
6.4. Simulación con Parámetros Identificados Modelo Completo y Experi- mentos	148
6.5. Trayectoria de Validación. Experimentos , Modelo Reducido y Modelo Completo.	149
A.1. Entorno Virtual del Robot Paralelo 3-PRS	168
A.2. Esquema del Actuador Lineal	170
A.3. Banco de ensayos para determinar modelos de fricción	171
A.4. Identificación de fricción, Modelo de Coulomb y fricción viscosa	172
B.5. Problema de Posición del Robot Paralelo 3-RPS.	174

B.1.

181

B.6. Separación del Robot en Cadenas Abiertas. 176

Índice de tablas

2.1. Parámetros D-H correspondientes al robot 3-PRS	24
3.1. Algunos criterios para el diseño de trayectorias óptimas	51
3.2. Valores de la Funciones Objetivo.	68
3.3. Valores de la Funciones Objetivo Robot Paralelo 3-PRS.	71
4.1. Parámetros D-H de la cadena que comparte la plataforma móvil del robot paralelo 3-PRS	82
4.2. parámetros base robot paralelo configuración 3-RPS.	83
4.3. Parámetros base considerando la simetría del robot paralelo.	85
4.4. Número de parámetros de los modelos empleados para evaluar la iden- tificabilidad	86
4.5. Algunos parámetros base obtenidos en la identificación. Modelo 1. $\delta =$ 4% and $\eta = 5\%$	87
4.6. Valores de ε_{ra} y ε_{va} para los diferentes modelos para $\alpha=4\%$ y $\eta=5\%$	88
4.7. Resultados de ε_{ra} y ε_{va} de discrepancia de modelos de fricción en pares prismáticos. $\alpha=4\%$ and $\eta=5\%$	89
4.8. Resultados de ε_{ra} y ε_{va} cuando se omite el modelado de fricción en las pares de rotación $\alpha=4\%$ and $\eta=5\%$	90
4.9. Resultados de ε_{ra} cuando se omite la inercia de los actuadores. $\alpha=4\%$ and $\eta=5\%$	90
4.10. Valor de ε_{ra} para el robot real 3-RPS.	92
4.11. Parámetros Base Modelo 1 y Modelo 4.	93
4.12. Parámetros base robot paralelo configuración 3-PRS.	95
4.13. Parámetros Base Robot Paralelo Configuración 3-PRS.	96
4.14. Valores de ε_{ra} y ε_{va} para los Diferentes Modelos para $\alpha=1\%$ y $\eta=5\%$	97
4.15. Desviación estándar para dos conjuntos de parámetros base	99
5.1. Parámetros identificados para el robot paralelo 3-RPS	118

5.2.	RMS Fuerzas medidas y las estimadas.	120
5.3.	Promedio y desviación del ε_{ra} para las trayectorias de validación. . . .	120
5.4.	Promediado y Desviación del ε_{ra} para las Trayectorias de Validación respecto al Modelo de Fricción empleado.	122
5.5.	Parámetros base robot paralelo configuración 3-PRS.	125
5.6.	Parámetros identificados para el robot paralelo 3-PRS	126
5.7.	Promedio y desviación del ε_{ra} para las trayectorias de validación. . . .	127
5.8.	Comparación de los modelos de fricción e inercia de los rotores en los robot paralelos estudiados.	130
5.9.	Parámetros debido a sólido rígido identificables.	131
6.1.	Parámetros Identificados para el Robot Paralelo 3-RPS utilizados en la resolución del PDD	145
6.2.	Parámetros Identificados Modelo Reducido utilizados en la resolución del PDD	146
6.3.	Resultados Error Absoluto Relativo para Modelo Completo y Modelo Reducido	149
A.1.	Parámetros D-H correspondientes al robot 3-RRS	168
A.2.	Parámetros Dinámicos correspondientes al robot 3-RRS	169
A.3.	Localización de los centros de Gravedad correspondientes al robot 3-RPS	169
A.4.	Parámetros Dinámicos correspondientes al robot 3-RRS	169
A.5.	Localización de los centros de Gravedad correspondientes al robot 3-RPS	170
A.6.	Características del Actuador Lineal	170