

# Wykłady z Fizyki 05



Zbigniew Osiak

**Grawitacja**

## **ORCID**

Linki do moich publikacji naukowych i popularnonaukowych, e-booków oraz audycji telewizyjnych i radiowych są dostępne w bazie ORCID pod adresem internetowym:

<http://orcid.org/0000-0002-5007-306X>

## **OZNACZENIA**

**B** – notka biograficzna

**C** – ciekawostka

**D** – propozycja wykonania doświadczenia

**H** – informacja dotycząca historii fizyki

**I** – adres strony internetowej

**K** – komentarz

**P** – przykład

**U** – uwaga

**Zbigniew Osiak** (Tekst)

**WYKŁADY Z FIZYKI**  
Grawitacja

**Małgorzata Osiak** (Ilustracje)

© Copyright 2013 by  
Zbigniew Osiak (text) and Małgorzata Osiak (illustrations)

Wszelkie prawa zastrzeżone.  
Rozpowszechnianie i kopiowanie całości lub części publikacji  
zabronione bez pisemnej zgody autora tekstu i autorki ilustracji.

Portret autora zamieszczony na okładkach przedniej i tylnej  
Rafał Pudło

Wydawnictwo: Self Publishing

ISBN: 978-83-272-3892-4

e-mail: [zbigniew.osiak@gmail.com](mailto:zbigniew.osiak@gmail.com)

“*Wykłady z Fizyki – Grawitacja*” są piątym z piętnastu tomów pomocniczych materiałów do jednorocznego kursu fizyki prowadzonego przeze mnie na różnych kierunkach inżynierskich. Zainteresowani studiowaniem fizyki znajdą tu podstawowe pojęcia, prawa, jednostki, wzory, wykresy i przykłady.

Uzupełnieniem czwartego tomu są eBooki:

Z. Osiak: *Encyklopedia Fizyki*. Self Publishing (2012).

Z. Osiak: *Ogólna Teoria Względności*. Self Publishing (2012).

Z. Osiak: *Zadania Problemowe z Fizyki*. Self Publishing (2011).

Z. Osiak: *Angielsko-polski i polsko-angielski słownik terminów fizycznych*. Self Publishing (2011).

Zapis wszystkich trzydziestu wykładów zgrupowanych w piętnastu tomach zostanie zamieszczony w internecie w postaci eBooków.

- 
- Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Mechanika.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Akustyka.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Hydromechanika.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Termodynamika.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Grawitacja.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Elektryczność.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Magnetyzm.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Elektromagnetyzm.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Optyka.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Kwanty.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Ciało Stałe.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Jądra.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Cząstki Elementarne.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Teoria Względności.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Stałe Uniwersalne i Jednostki.*

# Grawitacja

**dr Zbigniew Osiak**

Rysunki wykonała

**Małgorzata Osiak**

- 
- Grawitacja 09
  - Natężenie pola grawitacyjnego 26
  - Potencjał pola grawitacyjnego 40
  - Rzuty 49
  - Prędkości kosmiczne 60
  - Zagadnienie dwóch ciał 66
  - Orbity 69
  - Gwiazdy 79



- Grawitacja 10
- Siły grawitacyjne 11
- Siły centralne 12
- Prawo powszechnego ciężenia Newtona 13
- Grawitacyjne prawo Gaussa 14
- Masa bezwładna 16
- Masa grawitacyjna 17
- Nieważkość 18
- Siły pływowe 19
- Grawitacyjne zapadanie 20
- Paradoks grawitacyjny 21
- Działanie na odległość 22
- Oddziaływania grawitacyjne 23
- Pole grawitacyjne 24
- Grawiton 25

---

- Grawitacja  $\Leftrightarrow$  jedno z podstawowych oddziaływań, opisywane przez prawo powszechnego ciążenia Newtona oraz prawo Gaussa. Oddziaływania grawitacyjne są najsłabsze wśród znanych podstawowych oddziaływań.

**B** Sir Isaac Newton (1643-1727), angielski fizyk i matematyk.

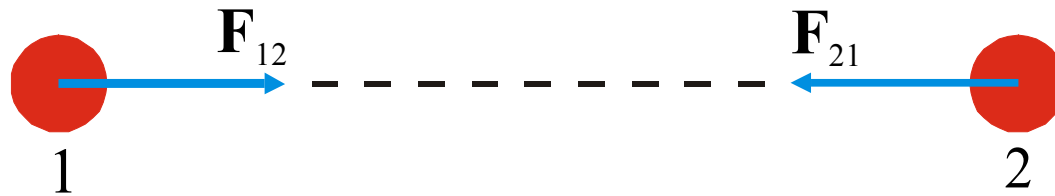
**B** Carl Friedrich Gauss (1777-1855), niemiecki matematyk, fizyk i astronom.

- Siły grawitacyjne  $\Leftrightarrow$  siły opisywane przez prawo powszechnego ciążenia Newtona oraz prawo Gaussa.

**B** Sir Isaac Newton (1643-1727), angielski fizyk i matematyk.

**B** Carl Friedrich Gauss (1777-1855), niemiecki matematyk, fizyk i astronom.

- Siły centralne  $\Leftrightarrow$  siły działające wzdłuż prostej łączącej środki mas oddziaływujących cząstek.



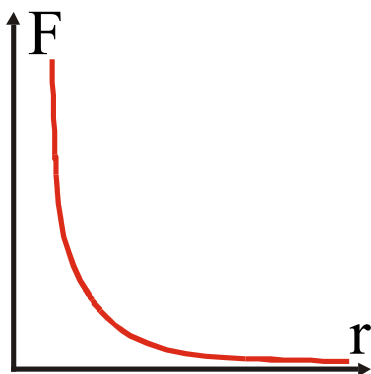
• Siły centralne

- Prawo powszechnego ciążenia Newtona  $\Leftrightarrow$  prawo sformułowane przez Newtona, głoszące, że każde dwa punktowe ciała o masach ( $M$ ) i ( $m$ ) znajdujące się w odległości ( $r$ ) od siebie przyciągają się wzajemnie siłą o wartości ( $F$ ) wprost proporcjonalnej do iloczynu ich mas oraz odwrotnie proporcjonalnej do kwadratu odległości między nimi.

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

- $G$  – stała grawitacyjna

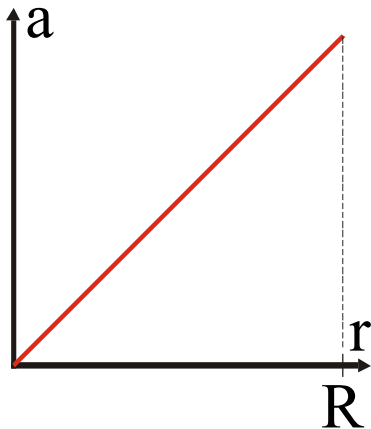
- Siły grawitacyjne są siłami centralnymi.



- Wykres zależności wartości siły grawitacyjnej ( $F$ ), działającej między dwoma cząstkami, od odległości ( $r$ ) między nimi

- Grawitacyjne prawo Gaussa  $\Leftrightarrow$  prawo odkryte przez Gaussa, opisujące grawitację wewnątrz Ziemi, stanowiące, że przyciągani jesteśmy tylko przez część kuli ziemskiej znajdującą się pod nami. W konsekwencji najwięcej wazymy na powierzchni naszej planety, a dokładnie w jej środku bylibyśmy nieważcy.

**B** Carl Friedrich Gauss (1777-1855), niemiecki matematyk, fizyk i astronom.



- Wykres zależności wartości przyspieszenia grawitacyjnego ( $a$ ) wewnątrz Ziemi od odległości ( $r$ ) od środka Ziemi o promieniu ( $R$ )

**C** Wyobraźmy sobie tunel przekopany w poprzek Ziemi i przechodzący przez jej środek. Z prawa Gaussa wynika, że ciało w takim tunelu poruszałoby się ruchem drgającym harmonicznym. Po czterdziestu pięciu minutach dotarłoby na antypody, a po następnych trzech kwadransach powróciłoby do nas. Ruch tam i z powrotem trwałby łącznie zaledwie 90 minut.

**C** Czy to przypadek, że pełne drganie w tunelu trwa tyle samo, co pełny obieg orbity przez satelitę krążącego tuż nad naszymi głowami? Absolutnie nie, ponieważ ruch po okręgu można rozłożyć na dwa wzajemnie prostopadłe, składowe drgania harmoniczne.

- 
- Masa bezwładna  $\Leftrightarrow$  masa ciała, rozumiana jako miara jego bezwładności. Masa bezwładna nazywana jest też masą inercyjną.



- 
- Masa grawitacyjna  $\Leftrightarrow$  masa ciała, rozumiana jako miara jego zdolności do oddziaływania grawitacyjnego z innymi ciałami.

- 
- Nieważkość  $\Leftrightarrow$  pozorne znikanie pola grawitacyjnego w swobodnie spadającym układzie, w którym siły grawitacyjne są równoważone przez siły bezwładności.

- Siły pływowe  $\Leftrightarrow$  siły powstające w wyniku niejednorodności pola grawitacyjnego. Najbardziej spektakularnym przykładem zjawisk wywołanych przez siły pływowe są przyływy i odpływy, stanowiące makroskopowe przemieszczenia dużych mas wody głównie pod wpływem wypadkowej sił grawitacyjnych Ziemi i Księżyca oraz siły odśrodkowej wynikającej z ruchu wirowego Ziemi.

**P** Różnica sił grawitacyjnych działających ze strony Ziemi na dwie blisko siebie położone punktowe cząstki, każda o masie ( $m$ ), spadające swobodnie wzdłuż promienia wodzącego ( $r$ ) zaczepionego w środku Ziemi o masie ( $M$ ), wynosi

$$\Delta F \approx \frac{2GMm}{r^3}$$

- $G$  – stała grawitacyjna

- 
- Grawitacyjne zapadanie  $\Leftrightarrow$  zjawisko ciągłego (nieustającego) kurczenia się ciała o odpowiedniej masie i w odpowiednich warunkach pod wpływem sił grawitacyjnych.

•Paradoks grawitacyjny  $\Leftrightarrow$  paradoks sformułowany w 1895 przez Seeligera: “Zgodnie z teorią grawitacji Newtona w nieskończonym wszechświecie, jednorodnie wypełnionym materią, siła grawitacji działająca na cząstkę próbną powinna być nieskończenie wielka”.

**K** W nieskończonym wszechświecie, jednorodnie wypełnionym materią, każdy punkt można traktować jako środek kuli o nieskończonym promieniu. Zgodnie z prawem Gaussa w centrum takiej kuli pole grawitacyjne znika. Paradoks Seeligera wynika z założenia, że każdy punkt można traktować jako leżący na sferze o nieskończonym promieniu.

**B** Hugo Hans Ritter von Seeliger (1849-1924), niemiecki astronom.

- Działanie na odległość  $\Leftrightarrow$  hipoteza, według której oddziaływania grawitacyjne rozchodzą się natychmiastowo. Hipoteza ta jest sprzeczna z podstawowym założeniem teorii względności, stanowiącym, że maksymalna wartość prędkości rozchodzenia się sygnałów jest równa wartości prędkości światła w próżni.

• Oddziaływania grawitacyjne  $\Leftrightarrow$  oddziaływania opisywane przez prawo powszechnego ciążenia Newtona oraz prawo Gaussa.

**C** Według ogólnej teorii względności Einsteina oddziaływania grawitacyjne nie są siłami. Oddziaływania grawitacyjne są wynikiem deformacji czasoprzestrzeni.

**B** Sir Isaac Newton (1643-1727), angielski fizyk i matematyk.

**B** Carl Friedrich Gauss (1777-1855), niemiecki matematyk, fizyk i astronom.

**B** Albert Einstein (1879-1955), genialny fizyk teoretyk, laureat Nagrody Nobla z fizyki w 1921.

• Pole grawitacyjne  $\Leftrightarrow$  przestrzeń, w której na spoczywające i poruszające się swobodne cząstki próbne działają siły grawitacyjne proporcjonalne do mas tych cząstek. Masy cząstek próbnych powinny być znacznie mniejsze niż masy ciał będących źródłem pola grawitacyjnego.

**C** Według ogólnej teorii względności Einsteina pole grawitacyjne jest skutkiem deformacji czasoprzestrzeni, która zależy od rozkładu gęstości energii wszelakiej postaci. Swobodne cząstki próbne poruszają się w przestrzeni po torach, którym w czasoprzestrzeni odpowiadają linie geodezyjne.



- Grawiton  $\Leftrightarrow$  hipotetyczna cząstka elementarna, która ma być nośnikiem oddziaływań grawitacyjnych, postulowana przez kwantową teorię grawitacji. Grawiton powinien być bozonem o spinie równym 2, nie posiadać masy ani ładunku elektrycznego.

szybkość	masa spoczynkowa	ładunek elektryczny	spin
c	0	0	2

- Natężenie pola grawitacyjnego 27
- Zasada superpozycji natężeń pola grawitacyjnego 29
- Linie sił pola grawitacyjnego 30
- Jednorodne pole grawitacyjne 31
- Stacjonarne (stałe) pole grawitacyjne 32
- Sferycznie symetryczne pole grawitacyjne 33
- Przyspieszenie ziemskie 34
- Ciężar ciała 35
- Środek ciężkości 36
- Pion 37
- Poziom 38
- Przeciążenie 39

- Natężenie pola grawitacyjnego ( $\mathbf{E}$ )  $\Leftrightarrow$  wielkość wektorowa charakteryzująca pole grawitacyjne w danym punkcie, będąca stosunkiem siły ( $\mathbf{F}$ ), działającej ze strony pola na umieszczoną w tym punkcie cząstkę próbną, do masy ( $m$ ) tej cząstki.

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{m}, \quad [\mathbf{E}] = \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

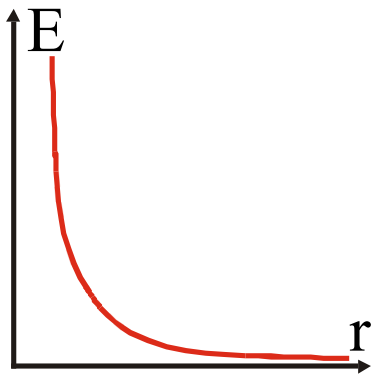
- Znajomość wektorów natężenia w każdym punkcie pola grawitacyjnego pozwala na obliczenie siły działającej na znajdującą się w polu cząstkę o masie ( $m$ ).

$$\mathbf{F} = m \mathbf{E}$$

**P** Wartość natężenie pola grawitacyjnego w odległości ( $r$ ) od punktowego źródła o masie ( $M$ ) wynosi:

$$E = \frac{GM}{r^2}$$

•  $G$  – stała grawitacyjna



• Wykres zależności wartości natężenia pola grawitacyjnego ( $E$ ) od odległości ( $r$ ) od punktowego źródła

- Zasada superpozycji natężeń pola grawitacyjnego  $\Leftrightarrow$  zasada głosząca, że wektor natężenia pola grawitacyjnego, wytworzonego przez układ punktów materialnych, równy jest sumie wektorów natężeń pochodzących od poszczególnych punktów.

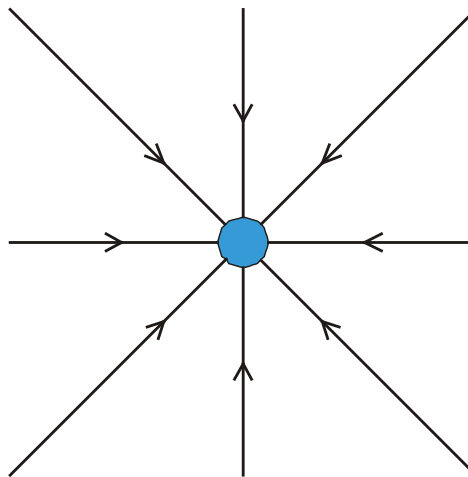
- Linie sił pola grawitacyjnego  $\Leftrightarrow$  linie, do których styczne w każdym punkcie linii pokrywają się z kierunkiem wektora natężenia pola grawitacyjnego w tym punkcie. Linie sił nie mogą być zamknięte i nie mogą się przecinać. W przypadku pola jednorodnego są równoległe. Gęstość linii jest wprost proporcjonalna do wartości natężenia pola grawitacyjnego.

- 
- Jednorodne pole grawitacyjne  $\Leftrightarrow$  pole grawitacyjne, którego wektory natężeń są stałe co do wartości, kierunku i zwrotu w każdym punkcie pola.

- Stacjonarne (stałe) pole grawitacyjne  $\Leftrightarrow$  pole grawitacyjne, którego wektory natężeń są stałe w czasie.



- Sferycznie symetryczne pole grawitacyjne  $\Leftrightarrow$  pole grawitacyjne, którego źródłem mogą być: masa punktowa (cząstka), masa rozmieszczona jednorodnie lub z zachowaniem symetrii sferycznej w obszarze kuli lub powłoki kulistej. Pole sferycznie symetryczne w odpowiednio małym obszarze można traktować jako pole jednorodne.



- Linie sił sferycznie symetrycznego pola grawitacyjnego

- Przyspieszenie ziemskie ( $g$ )  $\Leftrightarrow$  przyspieszenie uzyskane przez swobodną cząstkę pod działaniem siły grawitacyjnej i odśrodkowej siły bezwładności wynikającej z wirowego ruchu Ziemi. Wartość przyspieszenia ziemskiego jest największa na biegunach, a najmniejsza na równiku. W naszej szerokości geograficznej

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- Ciężar ciała ( $Q$ )  $\Leftrightarrow$  wypadkowa działającej na ciało siły grawitacyjnej oraz odśrodkowej siły bezwładności, wynikającej z ruchu wirowego planety. Ciężar ciała mierzymy w niutonach [N]. Wartość ciężaru ciała można obliczyć ze wzoru:

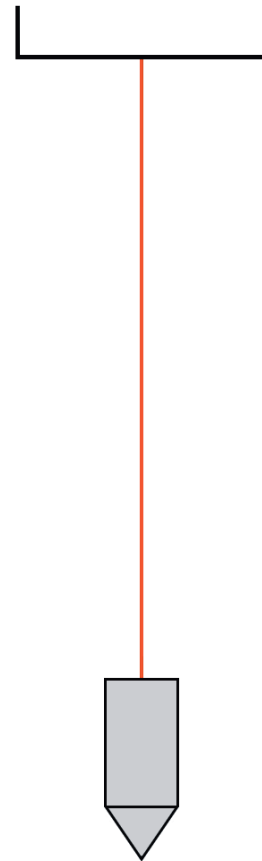
$$Q = mg, \quad [Q] = N$$

- $g$  – wartość przyspieszenia ziemskiego
- Ciężar ciała nazywany jest również siłą ciężkości.

- Środek ciężkości  $\Leftrightarrow$  punkt przyłożenia siły ciężkości.

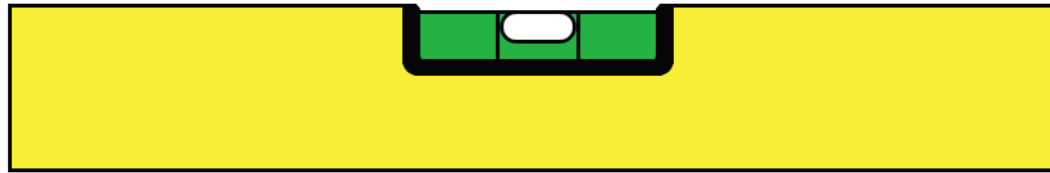
W jednorodnym polu grawitacyjnym środek ciężkości bryły sztywnej pokrywa się ze środkiem masy tej bryły.

- Pion  $\Leftrightarrow$  kierunek wyznaczony przez kierunek siły ciężkości.



- Przyrząd służący do wyznaczania pionu

- Poziom  $\Leftrightarrow$  kierunek prostopadły do kierunku siły ciężkości.



- Poziomica: przyrząd służący do wyznaczania poziomu

- 
- Przeciążenie  $\Leftrightarrow$  wartość przyspieszenia ziemskiego powiększona o wartość przyspieszenia związanego z siłą bezwładności, pojawiającą się w układach poruszających się z przyspieszeniem skierowanym przeciwnie do siły ciężkości.

- Praca w polu grawitacyjnym 41
- Pole potencjalne 42
- Energia potencjalna 43
- Potencjał pola grawitacyjnego 44
- Zasada superpozycji potencjałów pola grawitacyjnego 46
- Energia mechaniczna 47
- Zasada zachowania energii mechanicznej 48



- Praca w polu grawitacyjnym ( $W_{A \rightarrow B}$ )  $\Leftrightarrow$  praca, jaką wykonują siły pola grawitacyjnego przy przemieszczaniu cząstki o masie ( $m$ ) w polu punktowego źródła o masie ( $M$ ) z punktu A do punktu B wzdłuż linii sił.

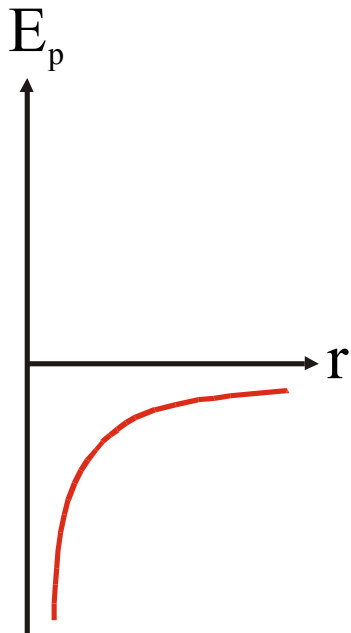
$$W_{A \rightarrow B} = GMm \cdot \left( \frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

- $r_A$  – odległość punktu A od źródłowej masy ( $M$ )
- $r_B$  – odległość punktu B od źródłowej masy ( $M$ )
- $G$  – stała grawitacyjna

• Pole potencjalne  $\Leftrightarrow$  pole, w którym praca wykonywana przez siły pola przy przesuwaniu cząstki wzdłuż krzywej zamkniętej jest równa zero. Zatem praca wykonywana przez siły pola potencjalnego przy przesuwaniu cząstki z jednego punktu do drugiego zależy tylko od położenia tych punktów, a nie zależy od toru, po którym przesuwana była cząstka.

**P** Przykładem pola potencjalnego jest stacjonarne pole grawitacyjne.

- Energia potencjalna ( $E_p$ )  $\Leftrightarrow$  energia wzajemnego oddziaływania grawitacyjnego układu dwóch punktów materialnych o masach ( $M$ ) i ( $m$ ) znajdujących się w odległości ( $r$ ) od siebie, równa pracy, jaką wykonują siły grawitacyjne przy rozsuwaniu tych mas na odległość nieskończenie wielką. Jest mierzona w dżulach [J].



$$E_p = -\frac{GMm}{r}, \quad [E_p] = J$$

- $G$  – stała grawitacyjna
- $g$  – przyspieszenie ziemskie

- Wykres zależności energii potencjalnej ( $E_p$ ) dwóch punktów materialnych oddziałujących grawitacyjnie od odległości ( $r$ ) między nimi

- W odpowiednio małym obszarze:

$$\Delta E_p \cong mg \Delta r$$

- Potencjał pola grawitacyjnego ( $\varphi_A$ )  $\Leftrightarrow$  wielkość skalarna, charakteryzująca pole grawitacyjne w danym punkcie A, będąca stosunkiem pracy ( $W_{A \rightarrow B}$ ), jaką muszą wykonać siły pola przy przemieszczaniu cząstki z danego punktu A do punktu B, do masy ( $m$ ) tej cząstki. Przy czym potencjał w punkcie B z założenia jest równy zero.

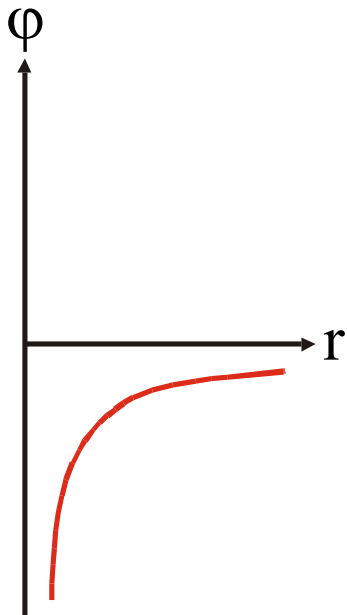
$$\varphi_A - \varphi_B = \frac{W_{A \rightarrow B}}{m}, \quad \varphi_B = 0, \quad [\varphi] = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

- Najczęściej przyjmuje się  $\varphi_B = 0$  w nieskończoności. Fizyczny sens ma jedynie różnica potencjałów.

**P** Potencjał pola grawitacyjnego w odległości ( $r$ ) od punkowego źródła o masie ( $M$ ) wynosi:

$$\varphi = -\frac{GM}{r}$$

•  $G$  – stała grawitacyjna



• Wykres zależności potencjału pola grawitacyjnego ( $\varphi$ ) od odległości ( $r$ ) od punkowego źródła

- Zasada superpozycji potencjałów pola grawitacyjnego  $\Leftrightarrow$  zasada stanowiąca, że potencjał pola grawitacyjnego, wytworzonego przez układ punktów materialnych, równy jest sumie potencjałów pochodzących od poszczególnych punktów.

- 
- Energia mechaniczna  $\Leftrightarrow$  suma energii potencjalnej i kinetycznej cząstki lub bryły sztywnej.

- Zasada zachowania energii mechanicznej  $\Leftrightarrow$  zasada głosząca, że jeżeli jedynymi siłami działającymi między ciałami układu są siły grawitacyjne, to energia mechaniczna tych ciał pozostaje stała.



- Zasada niezależności ruchów 50
- Swobodny spadek 51
- Rzut pionowy 52
- Rzut poziomy 53
- Zasięg rzutu poziomego 54
- Rzut ukośny 55
- Wysokość rzutu ukośnego 56
- Zasięg rzutu ukośnego 57
- Krzywa balistyczna 59

- 
- Zasada niezależności ruchów  $\Leftrightarrow$  zasada stwierdzająca, że każdy ruch można rozłożyć na trzy prostoliniowe ruchy składowe wzajemnie prostopadłe, odbywające się niezależnie od siebie.
  - W wielu przypadkach czas trwania ruchu złożonego jest taki, jak czas najkrócej trwającego ruchu składowego.

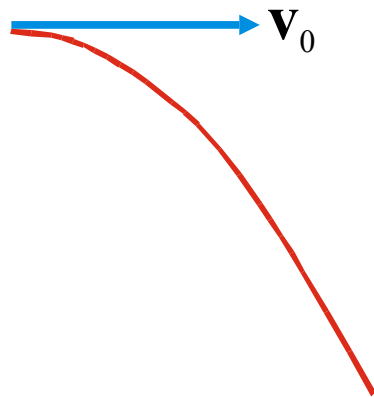
• Swobodny spadek  $\Leftrightarrow$  ruch swobodnej cząstki w polu grawitacyjnym. W zależności od kierunku prędkości początkowej torem swobodnego spadku w jednorodnym polu może być prosta lub parabola. Torem swobodnego spadku w sferycznie symetrycznym polu grawitacyjnym może być prosta lub krzywa stożkowa (okrąg, elipsa, parabola, hiperbola).

**P** Swobodny spadek w jednorodnym polu grawitacyjnym, w przypadku prędkości początkowej równej zero, jest ruchem jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym (odbywającym się pionowo w dół) bez prędkości początkowej.

**P** Przykładem swobodnego spadku w sferycznie symetrycznym polu grawitacyjnym jest ruch satelity po orbicie kołowej wokół Ziemi.

- Rzut pionowy  $\Leftrightarrow$  ruch swobodnej cząstki w jednorodnym polu grawitacyjnym, wyrzuconej z prędkością początkową skierowaną pionowo ku górze. Początkowo cząstka wznosi się pionowo ruchem jednostajnie opóźnionym, następnie opada pionowo ruchem jednostajnie przyspieszonym. Przy czym czas wznoszenia jest taki sam jak czas opadania.

- Rzut poziomy  $\Leftrightarrow$  ruch swobodnej cząstki w jednorodnym polu grawitacyjnym, wyrzuconej z prędkością początkową ( $\mathbf{v}_0$ ) skierowaną poziomo. Torem rzutu poziomego jest parabola. Rzut poziomy można rozłożyć na dwa ruchy składowe: ruch jednostajny prostoliniowy z prędkością ( $\mathbf{v}_0$ ) i swobodny spadek bez prędkości początkowej.



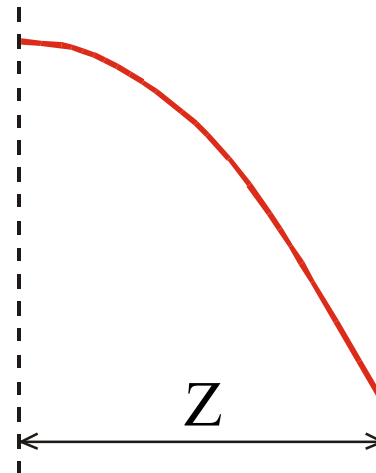
- Tor cząstki w rzucie poziomym

- Zasięg rzutu poziomego ( $Z$ )  $\Leftrightarrow$  odległość między punktem upadku cząstki podczas rzutu poziomego a pionem przechodzącym przez punkt wyrzucenia cząstki.

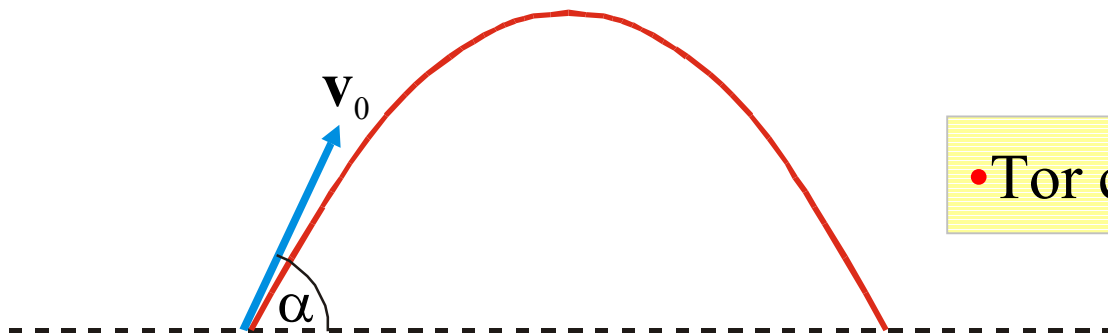
$$Z = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

- $v_0$  – szybkość początkowa
- $h$  – wysokość
- $g$  – przyspieszenie ziemskie

• Zasięg rzutu poziomego ( $Z$ )



- Rzut ukośny  $\Leftrightarrow$  ruch swobodnej cząstki w jednorodnym polu grawitacyjnym, wyrzuconej z prędkością początkową ( $v_0$ ) tworzącą kąt ( $\alpha$ ) z poziomem. Torem rzutu ukośnego jest parabola. Rzut ukośny można rozłożyć na dwa ruchy składowe: rzut pionowy z szybkością początkową ( $v_0 \sin \alpha$ ) i poziomy ruch jednostajny prostoliniowy z szybkością ( $v_0 \cos \alpha$ ).

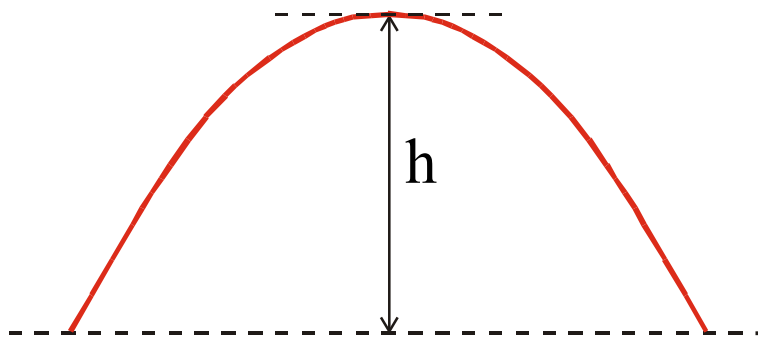


- Tor cząstki w rzucie ukośnym

- Wysokość rzutu ukośnego ( $h$ )  $\Leftrightarrow$  maksymalna wysokość, na jaką wznosi się cząstka podczas rzutu ukośnego.

$$h = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha$$

- $v_0$  – szybkość początkowa
- $\alpha$  – kąt zawarty między prędkością początkową a poziomem
- $g$  – przyspieszenie ziemskie



- Wysokość rzutu ukośnego ( $h$ )



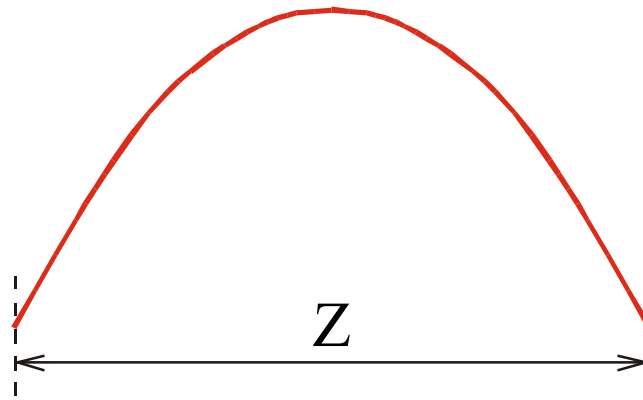
- Zasięg rzutu ukośnego ( $Z$ )  $\Leftrightarrow$  odległość między punktami wyrzucenia i upadku cząstki podczas rzutu ukośnego, mierzona wzdłuż linii poziomej wyznaczonej przez te punkty.

$$Z = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$$

- $v_0$  – szybkość początkowa
- $\alpha$  – kąt zawarty między prędkością początkową a poziomem
- $g$  – przyspieszenie ziemskie

**C** Dla prędkości początkowych o takich samych wartościach, ale tworzących z poziomem kąty  $\alpha$  i  $(90^\circ - \alpha)$ , zasięgi rzutów ukośnych są identyczne.

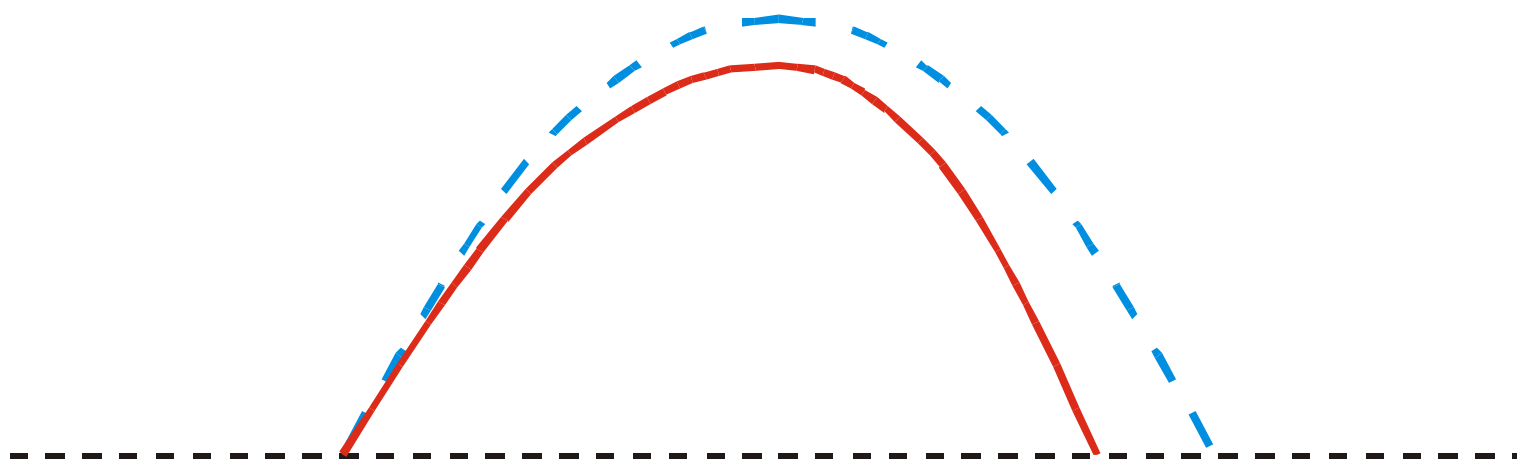
**C** Dla danej wartości prędkości początkowej maksymalny zasięg rzutu ukośnego odpowiada kątowi  $45^\circ$ .



- Zasięg rzutu ukośnego ( $Z$ )

- Krzywa balistyczna  $\Leftrightarrow$  rzeczywisty tor swobodnego ciała poruszającego się w polu grawitacyjnym. Występowanie sił oporu, wyporu i Coriolisa sprawia, że tory ciał przestają być prostoliniowe lub paraboliczne.

**B** Gaspard-Gustave de Coriolis (1792-1843), francuski fizyk i matematyk.



- Krzywa balistyczna (czerwona linia)

- Pierwsza prędkość kosmiczna 61
- Paradoks satelitarny 64
- Druga prędkość kosmiczna 65

- Pierwsza prędkość kosmiczna ( $v_I$ )  $\Leftrightarrow$  prędkość, skierowana stycznie do powierzchni planety, z jaką należy wystrzelić ciało, aby stało się satelitą krążącym tuż nad powierzchnią planety. Według obserwatora związanego z układem nieinercyjnym, który stanowi wirująca planeta, siła dośrodkowa, utrzymująca satelitę krążącego po orbicie kołowej w płaszczyźnie równikowej, jest sumą siły grawitacyjnej oraz sił beładności – odśrodkowej i Coriolisa. Satelita krążący w kierunku ruchu wirowego planety ma mniejszą szybkość niż krążący w kierunku przeciwnym.



powierzchnia Ziemi

• Pierwsza prędkość kosmiczna

$$v_I = \sqrt{\frac{GM}{R}} - \omega R$$

$$v_I^* = \sqrt{\frac{GM}{R}} + \omega R$$

- $v_I$  – szybkość satelity w kierunku ruchu wirowego planety
- $v_I^*$  – szybkość satelity w kierunku przeciwnym do ruchu wirowego planety
- $G$  – stała grawitacyjna
- $M$  – masa planety
- $R$  – promień planety
- $\omega$  – szybkość kątowna ruchu wirowego planety

**P** Gdyby Ziemia nie wirowała, to niezależnie od kierunku satelita musiałby ją okręzać z szybkością 7,9 km/s. Ponieważ Ziemia wiruje, szybkość ta wynosi 7,4 km/s w kierunku jej wirowania i 8,4 km/s – w kierunku przeciwnym. Można to prosto wytłumaczyć: wirująca Ziemia unosi spoczywającego na niej satelitę z szybkością 0,5 km/s względem jej środka. Dlatego o tyle jest mniejsza lub większa wartość pierwszej prędkości kosmicznej w stosunku do powszechnie podawanej wartości 7,9 km/s.

**B** Gaspard-Gustave de Coriolis (1792-1843), francuski fizyk i matematyk.

- 
- Paradoks satelitarny  $\Leftrightarrow$  paradoks stanowiący, że satelita wskutek tarcia o atmosferę zwiększa swoją szybkość.



- Druga prędkość kosmiczna ( $v_{II}$ )  $\Leftrightarrow$  prędkość, skierowana prostopadle do powierzchni planety, jaką należy nadać cząstce, aby przemieściła się do nieskończoności. Wartość drugiej prędkości kosmicznej można wyznaczyć z poniższego wzoru:



powierzchnia Ziemi

$$v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

- G – stała grawitacyjna
- M – masa planety
- R – promień planety

• Druga prędkość kosmiczna ( $v_{II}$ )

- Druga prędkość kosmiczna nazywana jest również prędkością ucieczki.

**P** W przypadku Ziemi  $v_{II} = 11,2$  km/s.

- Zagadnienie dwóch ciał 67
- Masa zredukowana 68

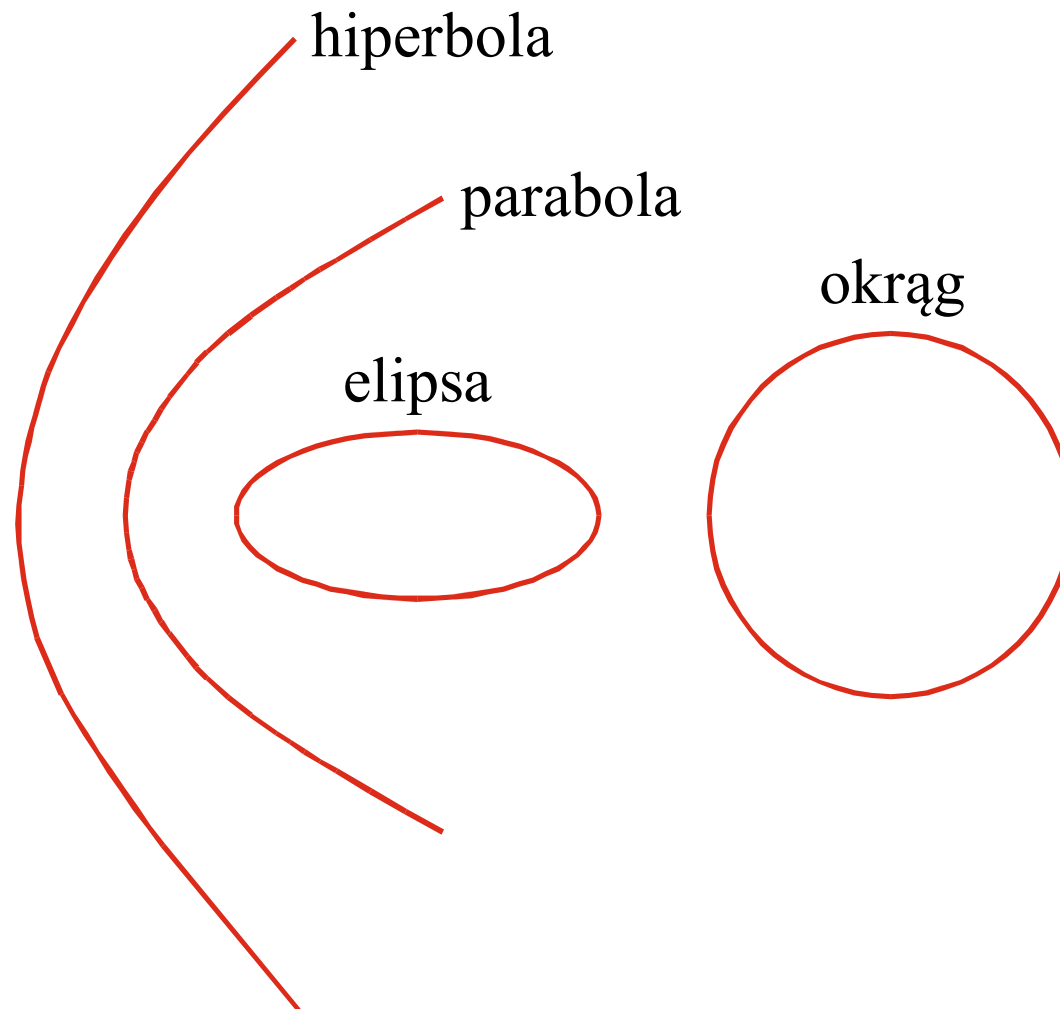
- Zagadnienie dwóch ciał  $\Leftrightarrow$  opis względnego ruchu układu dwóch cząstek oddziałujących ze sobą siłami centralnymi odwrotnie proporcjonalnymi do kwadratu odległości między nimi. Przykładem takich sił są siły grawitacyjne i elektryczne (kulombowskie).

- Masa zredukowana ( $\mu$ )  $\Leftrightarrow$  wielkość charakteryzująca układ dwóch cząstek o masach  $m_1$  i  $m_2$ , pojawiająca się w trakcie analizy zagadnienia dwóch ciał.

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \quad [\mu, m_1, m_2] = \text{kg}$$

- Orbita 70
- Prawa Keplera 72
- Aphelium 73
- Peryhelium 74
- Apogeum 75
- Perygeum 76
- Orbita geostacjonarna 77
- Nutacja 78

- Orbita  $\Leftrightarrow$  tor swobodnej cząstki, który nie kończy się na powierzchni ciała będącego źródłem pola grawitacyjnego. W sferycznie symetrycznych polach grawitacyjnych orbity są krzywymi stożkowymi, czyli okręgami, elipsami, parabolami lub hiperbolami, w zależności od prędkości początkowej cząstki.



- Możliwe orbity swobodnej cząstki w sferycznie symetrycznym polu grawitacyjnym

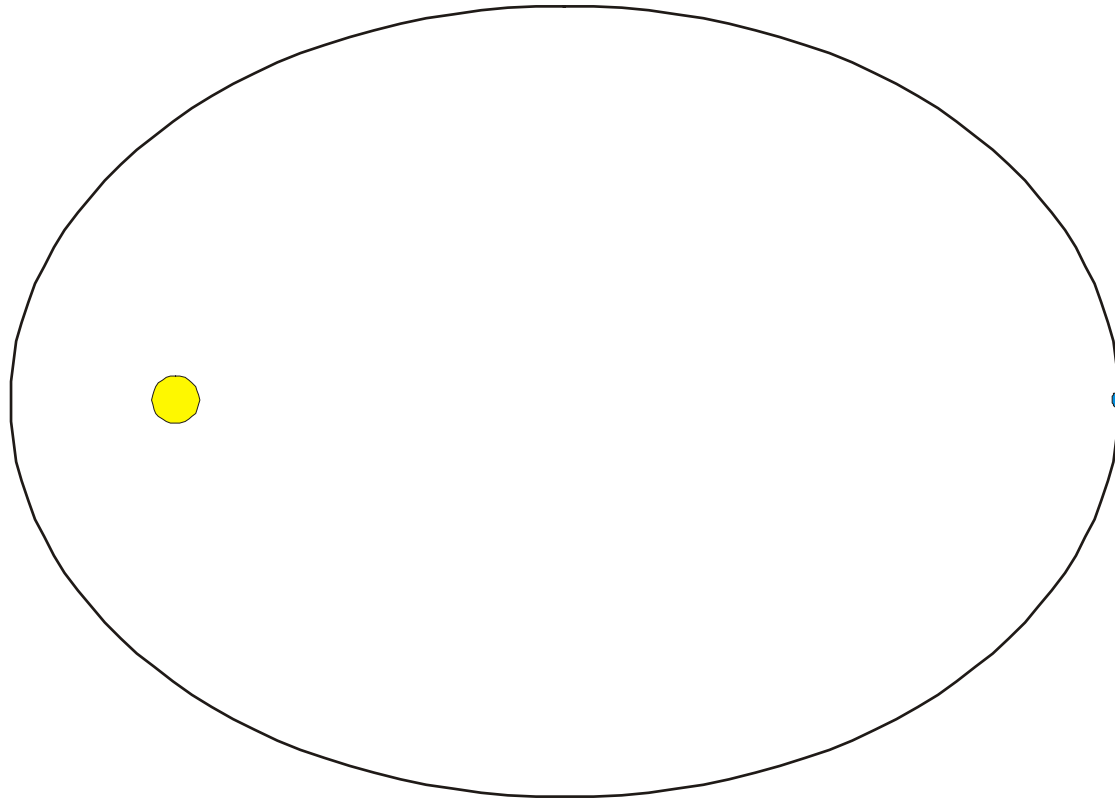
- Pierwsze prawo Keplera  $\Leftrightarrow$  prawo stanowiące, że planeta obiega Słońce po orbicie eliptycznej. W jednym z ognisk elipsy znajduje się Słońce (środek masy układu Słońce-planeta).
- Drugie prawo Keplera  $\Leftrightarrow$  prawo głoszące, że prędkość polowa planety w jej ruchu dookoła Słońca jest stała. Inaczej mówiąc, promień wodzący poprowadzony ze Słońca do planety zakreśla w równych odstępach czasu jednakowe pola powierzchni.
- Trzecie prawo Keplera  $\Leftrightarrow$  prawo stwierdzające, że kwadrat okresu obiegu (T) orbity eliptycznej przez planetę w jej ruchu dookoła Słońca jest proporcjonalny do sześciangu wielkiej półosi (a) elipsy.

$$T^2 \sim a^3$$

**B** Johannes Kepler (1571-1630), niemiecki astronom i matematyk.

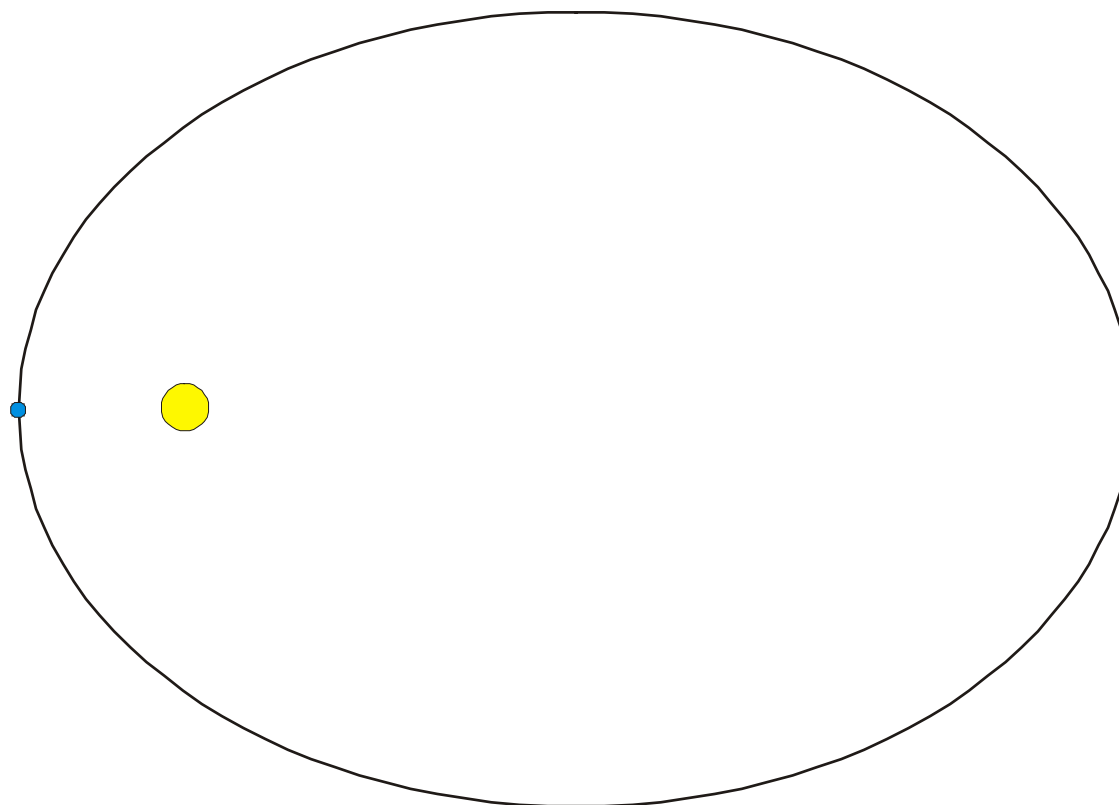


- Aphelium  $\Leftrightarrow$  punkt orbity ciała obiegającego Słońce, znajdujący się najdalej od Słońca.



- Aphelium (niebieski punkt)

- Peryhelium  $\Leftrightarrow$  punkt orbity ciała obiegającego Słońce, znajdujący się najbliżej



- Peryhelium (niebieski punkt)

- 
- Apogeum  $\Leftrightarrow$  punkt orbity ciała obiegającego Ziemię, znajdujący się najdalej od Ziemi.

- 
- Perygeum  $\Leftrightarrow$  punkt orbity ciała obiegającego Ziemię, znajdujący się najbliżej Ziemi.

- Orbita geostacjonarna  $\Leftrightarrow$  orbita kołowa leżąca w płaszczyźnie równika, na której satelita pozostaje nieruchomy względem Ziemi. Promień ( $r$ ) orbity geostacjonarnej dany jest poniższym wzorem:

$$r^3 = \frac{GM}{\omega^2}$$

- $G$  – stała grawitacyjna
- $M$  – masa Ziemi
- $\omega$  – wartość prędkości kątowej ruchu wirowego Ziemi

$$r = 42160 \text{ km}$$

- 
- Nutacja  $\Leftrightarrow$  oscylacyjny ruch osi wirującej Ziemi, towarzyszący jej precesji, zaobserwowany po raz pierwszy w 1748 przez Bradleya.

**B** James Bradley (1693-1762), angielski astronom.

- Gwiazdy 80
- Gwiazdy podwójne 81
- Galaktyka 82
- Gromada 83
- Radioteleskop 84

- Gwiazdy  $\Leftrightarrow$  świecące kule gazowe o masach rzędu  $10^{28} \text{ kg} \div 10^{32} \text{ kg}$ . Wewnątrz gwiazd zachodzą reakcje termojądrowe, stanowiące źródło energii emitowanej przez gwiazdy między innymi w postaci fal elektromagnetycznych w zakresie widzialnym.



- 
- Gwiazdy podwójne  $\Leftrightarrow$  układ dwóch gwiazd krążących wokół ich środka masy.

- 
- Galaktyka  $\Leftrightarrow$  bardzo liczne skupisko gwiazd oraz znajdującego się między nimi pyłu i gazu. Galaktyki dzielą się na spiralne, eliptyczne i nieregularne. Słońce należy do galaktyki zwanej Drogą Mleczną.

---

- Gromada  $\Leftrightarrow$  termin, który został zaproponowany przez Shapleya i Ames w 1926 dla skupiska jasnych spiralnych mgławic. Gromady składają się z mgławic, mgławice – z galaktyk, galaktyki – z gwiazd.

**B** Harlow Shapley (1885-1972), amerykański astronom.

**B** Adelaide Ames (1900-1932), amerykańska astrofizyczka.

• Radioteleskop  $\Leftrightarrow$  przyrząd służący do obserwacji astronomicznych za pomocą fal radiowych. Radioteleskop składa się z anteny, najczęściej w postaci czaszy paraboloidalnej, i odbiornika sygnałów skupianych w ognisku czaszy (reflektora).

**C** Największy polski radioteleskop z reflektorem paraboloidalnym o średnicy 32 metrów znajduje się w Piwnicach pod Toruniem. Radioteleskop w Arecibo (Puerto Rico) jest prawie dziesięciokrotnie większy – średnica jego sferycznej czaszy wynosi 305 metrów.



# Wykłady z Fizyki 05



Zbigniew Osiak

**Grawitacja**