

Les 2-morphismes

Antoine Balan

November 21, 2020

Abstract

The 2-morphisms are generalizations of morphisms between algebras.

1 Les 2-morphismes

Soient A, B deux algèbres, on appelle 2-morphisme une paire (X, Y) de morphismes d'espaces vectoriels tels que :

$$(X + Y)(fg) = X(f)Y(g) + Y(f)X(g)$$

$$(X - Y)(fg) = X(f)X(g) - Y(f)Y(g)$$

On a $X(1) = Y(1) = 1$. La définition fait sens car :

$$\begin{aligned} X((fg)h) &= X(f(gh)) = \\ &= 1/2[X(f)X(g)Y(h) + X(f)Y(g)X(h) + Y(f)X(g)X(h) - Y(f)Y(g)Y(h)] \\ Y((fg)h) &= Y(f(gh)) = \\ &= 1/2[Y(f)Y(g)X(h) + Y(f)X(g)Y(h) + X(f)Y(g)Y(h) - X(f)X(g)X(h)] \end{aligned}$$

2 Exemple de 2-morphisme

Si $X = Y$, alors X est un morphisme d'algèbre. Si $A = B = \mathcal{C}^\infty(M)$, pour M une variété différentielle, et si $X = Y$ est continu, alors X est un endomorphisme de variété.

3 Propriété

Si Z est un morphisme d'algèbre, alors $Z \circ (X, Y)$ et $(X, Y) \circ Z$ sont des 2-morphismes.