Sur L'Unification des Réseaux Géodésiques : Cas de la Société Nationale des Industries Minières de Mauritanie (SNIM)

Mission Réalisée en Mauritanie, 25-29 août 2013

Abstract: This paper presents some solutions on how to unify the geodetic terrestrial networks established by the geometers of the National Mauritanian Society of the Mining Industries (SNIM).

Résumé: Cette note présente quelques solutions proposées pour unifier les réseaux géodésiques terrestres réalisés par les techniciens géomètres de la Société Mauritanienne des Industries Minières (SNIM).

August 27, 2022. v1.

Abdelmajid BEN HADJ SALEM

E-mail: abenhadjsalem@gmail.com

Sur L’Unification des Réseaux Géodésiques de la SNIM

Par

Abdelmajid Ben Hadj Salem, Ing. Général

Consultant de ST2i

25-29 Août 2013

Plan

1. Introduction

2. Position du Problème

3. Solutions Proposées

* Solution 1
* Solution 2
* Solution 3

4. Conclusions

1. Introduction

1.1. Rappels de notions de géodésie

La **Géodésie** a ainsi deux aspects :
* Un **aspect scientifique** et de recherches :
• la mesure des dimensions de la Terre et la détermination de sa forme géométrique.

* Un **aspect pratique** :
• l'établissement et la maintenance des réseaux géodésiques tridimensionnels nationaux et globaux et en tenant compte des variations de ces réseaux en fonction du temps.

• la mesure et la représentation des phénomènes géodynamiques comme le mouvement des pôles, les marées terrestres et le mouvement de la croûte terrestre.

Dans cette présentation, on s'intéresse aux réseaux géodésiques et à leurs établissements.

1.1. 1. Le Réseau Géodésique

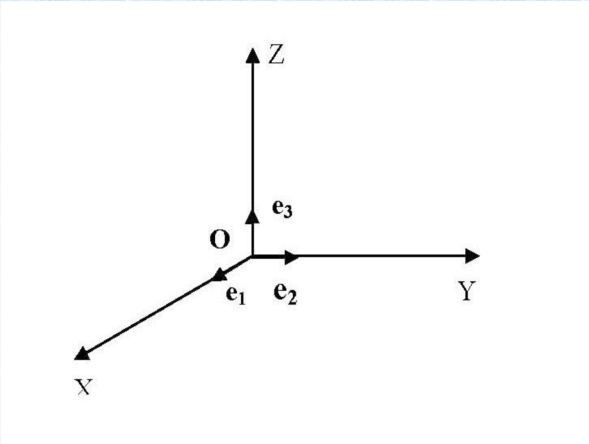
Un réseau géodésique est un ensemble de points dont les coordonnées sont connues avec précision dans un système de référence donné. Ces points vont servir par la suite comme points de référence pour tous les travaux topographiques et cartographiques.

1.1. 2. Le Système Géodésique

Un système géodésique donné est un système de coordonnées où sont représentés les points géodésiques.

Il est défini par:
- son origine,
- son orientation,
-le type de coordonnées choisies pour localiser les points.

Le système le plus utilisé est le système cartésien formé par un repère (OX,OY,OZ) tel que l'axe OZ soit parallèle à l'axe de rotation de la Terre, et le plan OXZ parallèle au méridien de Greenwich origine des longitudes, l'axe OY est tel que le trièdre (OX,OY,OZ) soit orthogonal et direct.



A ce système, on lui associe une base orthonormée (e_1, e_2, e_3) c'est-à-dire :

$$\|e_1\| = \|e_2\| = \|e_3\| = 1 = \text{un mètre}$$

Pour les systèmes géodésiques classiques (terrestres), la position de l'origine est à 500 m environ du centre des masses de la Terre.

Pour les systèmes géodésiques établis par la géodésie spatiale actuelle(comme le GPS -**G**lobal **P**ositioning **S**ystem), l'origine est presque confondue avec le centre des masses de la Terre(<2 m).

L'orientation du système géodésique classique est faite à partir des observations astronomiques sur les étoiles. Ces observations vont orienter l'axe OZ et le plan OXZ du système à être respectivement parallèle à l'axe de la rotation de la Terre et au méridien de Greenwich.

Un système géodésique ou référentiel géodésique ou datum géodésique obéit à certaines conditions à savoir:
- pas de déformation d'échelle,
- meilleure distribution des points,
-qualité homogène des coordonnées des points.

En général, les référentiels géodésiques nationaux ne remplissent pas toujours ces conditions.

Un autre problème avec les systèmes géodésiques classiques est qu'il y a deux systèmes indépendants: l'un pour les coordonnées horizontales et un autre pour la composante verticale.

Les réseaux planimétriques ou horizontaux sont déterminés à partir des observations de triangulation (mesures angulaires) ou de trilatération (mesures des distances) réduites à l'ellipsoïde adopté.

Par contre, le système altimétrique est observé par le nivellement de précision et la référence des altitudes est déterminée à partir des observations du niveau moyen des mers à l'aide des marégraphes.

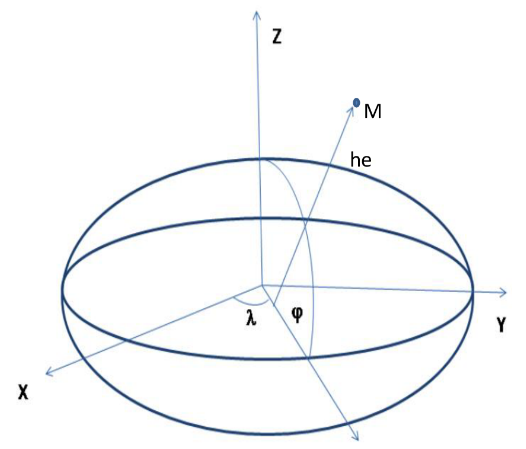
1.1. 3. Ellipsoïde de Référence du système géodésique terrestre

La terre est modélisée par un ellipsoïde de révolution dont le centre est placé à l'origine du trièdre (O,OX,OY,OZ).

Un point M a pour coordonnées:

$$\begin{cases} X = (N + he)\cos\varphi.\cos\lambda \\ Y = (N + he)\cos\varphi.\sin\lambda \\ Z = (N(1-e^2) + he)\sin\varphi \end{cases}$$

$$avec \quad N = a(1-e^2\sin^2\varphi)^{-\frac{1}{2}} \quad e^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2}$$



Ellipsoïde de Référence

1.1. 3. Etablissement d'un système géodésique terrestre classique

Un système géodésique est défini par l'ensemble des points géodésiques qui matérialisent ce système. Le premier point du système est dit **point fondamental**. En ce point, on détermine par les observations astronomiques sur des étoiles :

- La latitude astronomique: φ_a

-La longitude astronomique: λ_a

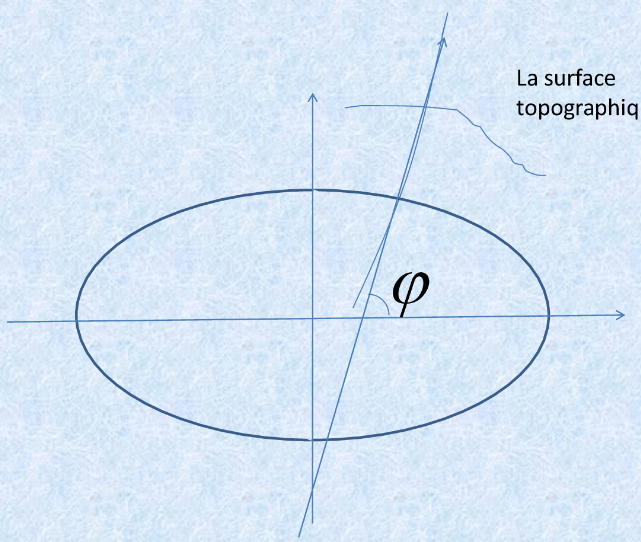
Au point fondamental, on prend par convention:

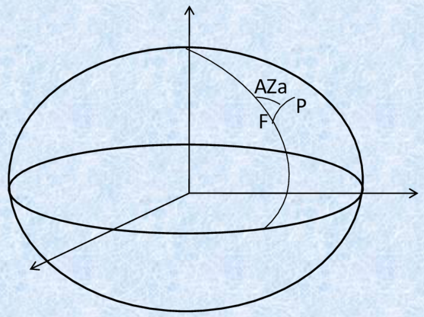
$$\varphi_g = \varphi_a$$

$$\lambda_g = \lambda_a$$

Ce-ci se traduit : au point fondamental, la verticale du lieu est confondue avec la normale à l'ellipsoïde de référence.

Pour l'orientation du système ou de l'ellipsoïde, on observe un azimut astronomique d'une direction donnée.

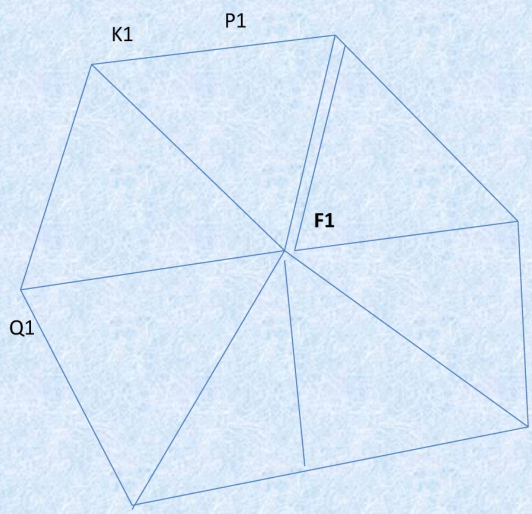




Au point F, on prend par convention: $Azg = Aza$

On mesure la distance FP. Par suite, on peut calculer les coordonnées géodésiques du deuxième point P.

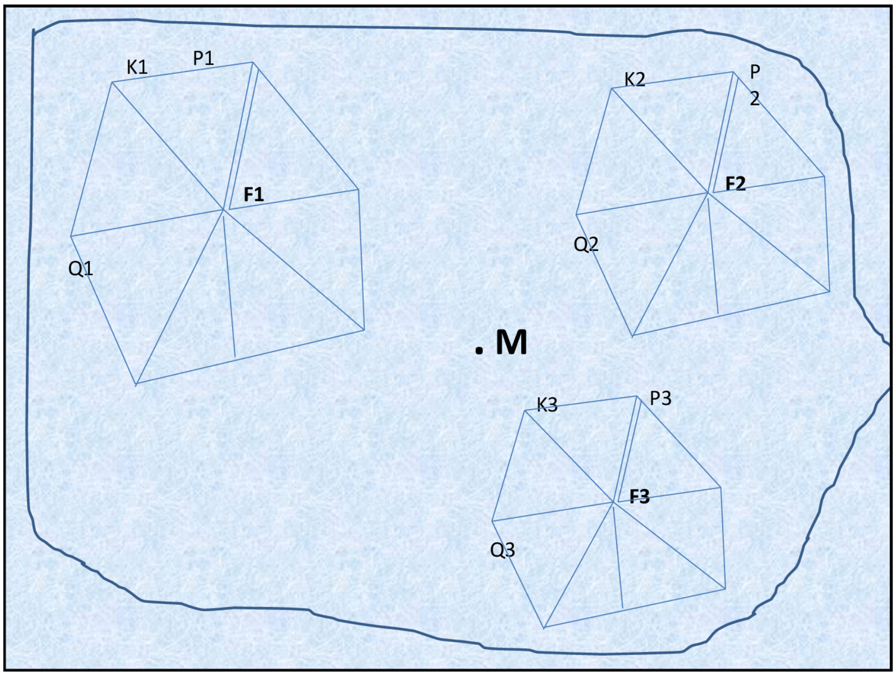
La détermination des autres points se fera de proche en proche en mesurant les angles des triangles et en travaillant dans le plan à l'aide d'une représentation plane choisie.

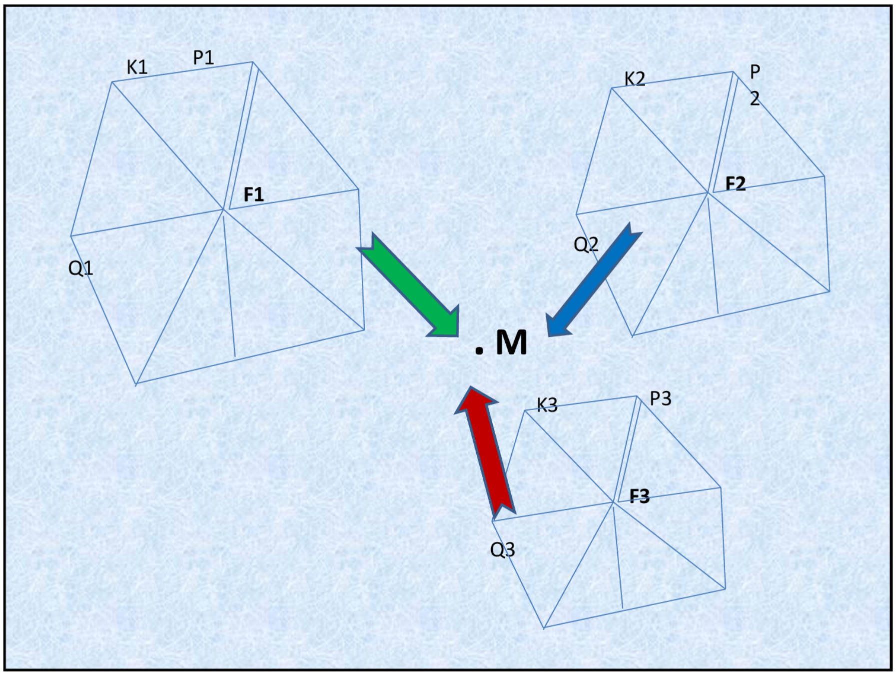


2. Position du Problème

A la SNIM, on dispose de 3 ou quatre systèmes géodésiques (**SG**)$_i$ établis de la façon décrite précédemment.

On a alors le schéma suivant:





Un point M à l'extérieur des SGi va être déterminé par SG_1 et aura comme coordonnées (X1,Y1). S'il est implanté par exemple à partir du deuxième système géodésique, il aura donc les coordonnées (X2,Y2), avec:

X1 # X2 et Y1 # Y2

Ce-ci est prévisible du fait que les systèmes géodésiques origines ont leur position absolue d'une précision de quelques mètres (5 à 10 m), la précision des déterminations astronomiques.

3. Solutions Proposées

3.1. Solution 1:

On dispose des données des différentes observations des réseaux astro-géodésiques.

On densifie par la création de points de liaison entre ces systèmes par la technique classique.

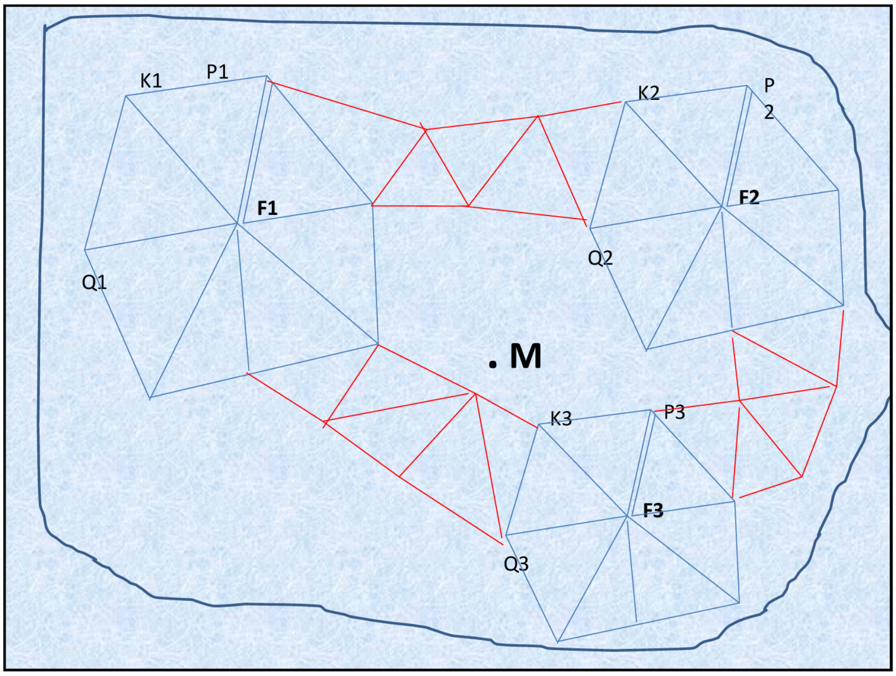
On fait une compensation générale en fixant les points du réseau le plus important. Prenant par exemple le système SG_1. Les Nouvelles coordonnées de SG_2 et SG_3 deviennent respectivement : (X'2,Y'2), (X'3,Y'3).

Maintenant, on peut modéliser le passage des anciennes coordonnées : (X2,Y2), (X3,Y3) aux nouvelles (X'2,Y'2), (X'3,Y'3) par des transformations polynomiales conformes.

3.2. Solution 2:

On ne dispose pas des données des différentes observations des réseaux astro-géodésiques.

On densifie par la création de points de liaison entre ces systèmes par la technique classique et on ré-observe les réseaux SG_2 et SG_3 puis on fait une compensation générale comme dans le cas de la solution 1.



Là aussi, on peut modéliser le passage des anciennes coordonnées : (X2,Y2), (X3,Y3) aux nouvelles (X'2,Y'2), (X'3,Y'3) par des transformations polynomiales conformes.

3.3. Solution 3:

Pour cette solution, on suppose que des points des trois systèmes géodésiques sont observés par GPS avec une bonne précision et selon une méthodologie des réseaux GPS.

La méthode consiste à écrire l'équation de la détermination des paramètres de la transformation de passage des coordonnées GPS aux coordonnées terrestres.

L'équation concernée s'écrit:

$$\mathbf{X_T} = \mathbf{T} + (1+\mathrm{m})\mathbf{R}.\mathbf{X}_{\mathrm{GPS}} \qquad (1)$$

Avec:

X_T : vecteur position terrestre =$(X,Y,Z)^T$;

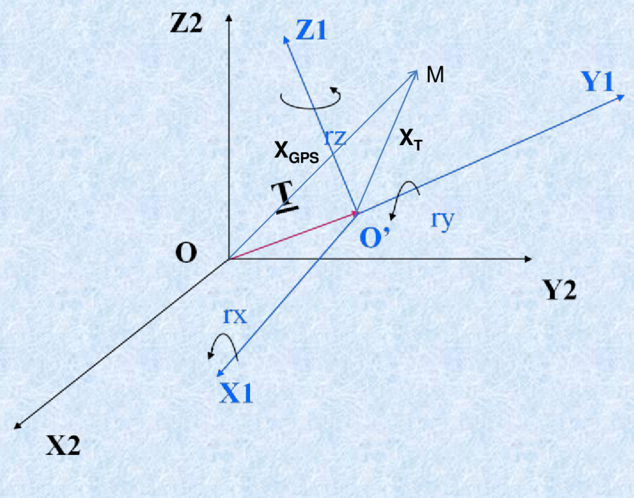
T : vecteur translation = $(Tx,Ty,Tz)^T$;

1+m : le facteur d'échelle ;

R : la matrice de rotation du référentiel GPS au référentiel terrestre ;

X_{GPS} : vecteur position terrestre =$(X,Y,Z)^T$.

L'équation (1) s'écrit sous la forme développée sous la forme:



$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix}_T = \begin{pmatrix} Tx \\ Ty \\ Tz \end{pmatrix} + (1+m)\begin{pmatrix} 1 & rz & -ry \\ -rz & 1 & rx \\ ry & -rx & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix}_{\mathrm{GPS}} \quad (2)$$

Dans (2), on considère que le vecteur $\mathbf{X_T}$ est approché pour un certain nombre de points des réseaux SG_2 et SG_3. Donc $\mathbf{X_T}$ sera remplacé par:

$$\mathbf{X_T^0} + d\mathbf{X_T} = \begin{pmatrix} X^0{}_i \\ Y_i^0 \\ Z_i^0 \end{pmatrix}_T + \begin{pmatrix} dX_i \\ dY_i \\ dZ_i \end{pmatrix}_T \quad (3)$$

(2) s'écrit encore en tenant de (3):

$$\begin{pmatrix} X_{iT} - X_{iG} \\ Y_{iT} - Y_{iG} \\ Z_{iT} - Z_{iG} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X_{iG} & 0 & -Z_{iG} & Y_{iG} \\ 0 & 1 & 0 & Y_{iG} & Z_{\mathrm{iG}} & 0 & -X_{iG} \\ 0 & 0 & 1 & Z_{iG} & -Y_{\mathrm{iG}} & X_{iG} & 0 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} Tx \\ Ty \\ Tz \\ m \\ rx \\ ry \\ rz \end{pmatrix}_{\mathrm{G}} - \begin{pmatrix} dX_{iT} \\ dY_{iT} \\ dZ_{iT} \end{pmatrix} \quad (4)$$

Or le vecteur dX_T s'écrit sous la forme:

$$d\mathbf{X_T} = \mathbf{M}.\begin{pmatrix} d\varphi_i \\ d\lambda_i \\ dh_0 \end{pmatrix}_T \quad (5)$$

Où **M** est une matrice 3x3 qui dépend de (φ,λ,he).

Dans notre cas, on s'intéresse aux corrections planimétriques (dφ,dλ) des points des réseaux SG_2 et SG_3.
(5) devient:

$$d\mathbf{X_T} = \mathbf{M'}.\begin{pmatrix} d\varphi_i \\ d\lambda_i \end{pmatrix}_T \quad (6)$$

M devient **M'** une matrice 3X2.

Posons:

$$L = \begin{pmatrix} X_{iT} - X_{iG} \\ Y_{iT} - Y_{iG} \\ Z_{iT} - Z_{iG} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X_{iG} & 0 & -Z_{iG} & Y_{iG} \\ 0 & 1 & 0 & Y_{iG} & Z_{iG} & 0 & -X_{iG} \\ 0 & 0 & 1 & Z_{iG} & -Y_{iG} & X_{iG} & 0 \end{pmatrix}; W = .\begin{pmatrix} Tx \\ Ty \\ Tz \\ m \\ rx \\ ry \\ rz \end{pmatrix}_G \quad (7)$$

et :

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} d\varphi_{iT} \\ d\lambda_{iT} \end{pmatrix} \quad ; \quad \mathbf{V} = \begin{pmatrix} v_{1i} \\ v_{2i} \\ v_{3i} \end{pmatrix} \qquad (8)$$

où **V** est le vecteur des résidus. L'équation des moindres carrés des inconnues **F** et **W** s'écrit:

$$\mathbf{B.W} - \mathbf{M'.F} = \mathbf{L} + \mathbf{V} \qquad (9)$$

La résolution par moindres carrés du système (9) donne:

-Les paramètres de la transformation de passage du système GPS vers les 3 systèmes géodésiques terrestres,

- les corrections des coordonnées approchées des points des systèmes terrestres.

Par suite, on peut modéliser les corrections pour les autres points de chaque système géodésique terrestre qui n'ont pas été utilisés dans le calcul des paramètres de passage du GPS vers le terrestre.

4. Conclusions

L'unification des réseaux terrestres de structure astro-géodésiques posent toujours des problèmes.

Dans le cas des réseaux de la SNIM, les réseaux sont indépendants et n'ayant pas de points en communs.

Trois solutions sont proposées:
- La première solution propose un rattachement des réseaux entre eux et une nouvelle compensation planimétrique et par suite la modélisation des coordonnées anciennes vers les nouvelles.

- La deuxième solution propose la ré-observation de deux ou trois réseaux plus le rattachement des réseaux et une nouvelle compensation.

- La troisième solution exige que des points des trois réseaux soient observés par GPS en commun, dans les règles de l'art. La détermination des paramètres de passage du GPS vers le terrestre avec les corrections planimétriques permet d'amener les différents systèmes géodésiques terrestres vers ***un système géodésique terrestre unifié homogène avec le spatial***.

La solution 3 est la plus simple à réaliser si on ne dispose pas des observations initiales.