P.I. Presentación del método de transferencia de pares ilimitada

Una alternativa a las biyecciones

Juan Carlos Caso Alonso y Francisco Mario Cruz Almeida

21 de septiembre de 2022

Abstract

Lo primero es dejar muy claro esto: este trabajo consta de una serie de puntos, y cada uno de ellos está comprobado y dado por válido por, al menos, dos personas que decían ser matemáticos. Cada pregunta, cada suposición, cada 'recordatorio' que se le pueda ocurrir a alguien sobre este tema, es probable que ya esté resuelto y tenido en cuenta. El único problema de este trabajo es no tener los recursos económicos necesarios para sentar a todas esas personas en la misma habitación para que se escuchen las unas a las otras.

Este documento va a ser parte de una serie de publicaciones, cuyo objetivo será primero, presentar una técnica alternativa, diferente a las biyecciones o las funciones inyectivas, para comparar conjuntos con cardinalidades infinitas. Una vez aceptada la técnica, pasaremos a crear 'alternativas' equivalentes, de cada elemento de la técnica. Cada equivalencia deberá ser juzgada como apropiada o no. Iremos aplicándola según vayamos mostrando las equivalencias. De una forma increíblemente natural, veremos como todo nos lleva a la conclusión que $P(\mathbb{N})$ no tiene un cardinal superior a $\mathbb{N}$.

Me gustaría recordar aquí la primera frase.

La técnica es aplicable a diversos conjuntos, de diferentes naturalezas, con diferentes cardinalidades transfinitas. Todos ellos, siempre, comparados con $\mathbb{N}$. Por resumir el trabajo, he preferido mostrar un caso muy concreto como el ya mencionado: $P(\mathbb{N})$ vs $\mathbb{N}$.

Es imposible explicarlo en una frase, porque solo sería una herramienta de la técnica, ignorando las demás. Pero intentemos algo rápido.

Una 'analogía' de lo que vamos a hacer es aplicar la definición de inyectividad. En realidad aplicaremos una 'equivalencia de la inyectividad generalizada para relaciones que NO son aplicación', pero sigamos la analogía. Por resumir. Dada la definición:

$f(a) = f(b) \leftrightarrow a = b$

En realidad podemos estudiar la comparativa cardinal observando TODO el producto cartesiano del conjunto Dominio, por si mismo, de una posible relación. Si el cardinal del Dominio, es mayor que el cardinal del conjunto Imagen, podríamos 'resolver' algunos pares de elementos del Dominio, consiguiendo pares con imágenes diferentes. Pero, habrían otros con imágenes repetidas. Da igual que cambiemos los pares en otros intentos de relación, SIEMPRE va a haber un MÁXIMO de pares que podemos resolver, y un MÍNIMO que no podremos resolver. Siempre habrá un mínimo de pares con imágenes repetidas. Si la cantidad de pares 'NO bien resueltos' es cero, la relación sería inyectiva, y el cardinal del Dominio NO sería mayor que el cardinal del conjunto Imagen.

Usaremos un equipotente de un subconjunto de $P(\mathbb{N})$, con cardinal $\aleph_1$, como conjunto Dominio. Usaremos una partición de un equipotente de un subconjunto de $\mathbb{N}$. Los elementos de esa partición serán los conjuntos Imagen, de una serie de relaciones. Cada relación resolverá una cantidad de pares igual a la de las anteriores, incluso los mismos pares, pero añadirá una cantidad nueva de pares. Y los 'pares bien resueltos' crecerán de tal forma, que demostraremos que la cantidad mínima de 'pares NO bien resueltos', NO es mayor que cero.

Al ser subconjuntos disjuntos, podremos hablar de su unión, no solo de ellos de forma individual. Una partición de algún subconjunto de $\mathbb{N}$, no altera su cardinalidad, porque no hablamos del conjunto potencia, hablamos de una partición.

Este fenómeno debería ser imposible, si $P(\mathbb{N})$ y $\mathbb{N}$ tuviesen un cardinal diferente. Al menos, deberíamos tener un límite de dejarnos un par sin resolver... uno solo. Pero es que se supone qué no solo son diferentes: se supone que sus cardinales son inimaginablemente diferentes.

Índice general

Capítulos **Página**

Capítulo 1

El contrato previo

Necesito esta introducción para ahorrarnos discusiones interminables sobre temas irrelevantes. Esto está basado en mi experiencia de años. Perdón.

Punto 1. NO SOY MATEMÁTICO. Quiero ahorrar tiempo a todo aquel intento de demostrar que desconozco alguna rama de las matemáticas. También nos podríamos ahorrar comentarios sobre que mi forma de expresarme es inadecuada o sobre mi desconocimiento de la cultura y protocolos a la hora de escribir un documento. Este tema se zanja con la frase inicial del abstract: cada punto del trabajo ha pasado un extraño doble check no oficial, pero lo ha pasado. Más que por tratar de tener razón yo, por la honestidad conmigo mismo. Y no ha sido un trabajo fácil. Debo agradecer a todas aquellas personas que me han ayudado con el chequeo, en foros públicos, dejándose robar su tiempo hasta donde me permitió su paciencia. Y con las que me sigo reuniendo, por supuesto, me siento mil veces más agradecido.

En cada punto del trabajo tengo a alguien, en algún foro público, o en una reunión personal, diciendo que el punto 'tiene buena pinta' o que es 'trivial y obvio'. Si no fuese frustrante, comentaría anécdotas sobre gente tachando un punto de incorrecto mientras otros dos matemáticos, o más, lo tachan de 'correcto'. Cada persona suele encontrar un punto diferente donde volcar su juicio decisivo, pero no puedo juntarles con el resto de personas que opinan TOTALMENTE lo contrario.

Normalmente suelo trabajar con gente que acepta que no me está haciendo un examen, ni que yo soy su alumno. Trabajamos desde un enfoque multidisciplinar, donde mi responsabilidad es llegar a puntos a partir de los cuales ellos podrían construir una afirmación matemática bien construida, con su formato, rigor y protocolos adecuados. Cosa que yo no soy capaz de hacer. A cambio aporto algoritmos, funciones, ejemplos y argumentos que permiten afirmar cosas como: 'es obvio y trivial'.

Punto 2. Si algo es demasiado sencillo, trivial, obvio... incluso si es algo que no aporta nada nuevo, eso es sinónimo DE QUE ES CORRECTO. Veréis cosas que os suenan, pero con otro nombre y cosas parecidas. Eso no las hace incorrectas. Si un punto es aburrido, simplón, etc... mientras sea correcto, podemos pasar al siguiente. Incluso si algo se parece mucho a otra cosa, pero la uso de forma diferente, no es incorrecta. 'Parecerse a algo que conoces' porque las he redescubierto por cuenta propia, pero no usarlas TAL Y COMO las conoces, no las hace incorrectas. Deben ser juzgadas tal cual son presentadas, con cierto margen de rigor, explicado previamente.

Punto 3. NO, un contraejemplo de un teorema no se puede refutar con una demostración del teorema. Lo contrario si podría suceder. La observación carece aún más de valor si encima ni siquiera se ha estudiado el contraejemplo. Se supone que llegados a este punto estáis dispuestos a leer este documento. Entiendo a quienes piensen que no merece la pena leerlo, pero esa opinión no es un argumento, solo es una opción personal.

Si, hay muchas demostraciones, muchas generaciones de matemáticos, gente más capacitada que yo... ninguna de estas afirmaciones destruye la existencia de un contraejemplo bien construido. Nuestro juicio debe basarse en si el contraejemplo está bien construido, o no. Un contraejemplo, supuestamente, bien construido, sería un duro golpe que sacaría de la mesa cualquier otra opción posible. No tendría la necesidad de negarlas una por una, pero uno de los objetivos de un grupo de trabajo podría ser, ver donde ha fallado cada una de esas otras opciones. Sobre algunas tengo pistas.

Punto 4. Las alteraciones del trabajo las debemos dejar para el final. Alterarlo a mitad de camino, sin saber a dónde quiero llegar no creo que sea buena idea. No estoy capacitado para asegurar que un ligero cambio nos permita llegar a los mismos fenómenos numéricos. En caso de ser bueno, es mejor estudiarlo tal cual es, y luego pensar en formas mejores de escribirlo. Por daros una pista, he visto gente que ignora los valores DR, y aunque no lo veamos en esta serie de documentos, es lo que nos permite, entre otras muchas cosas, acceder a cardinalidades mayores que $\aleph_1$. O gente que se siente tentada de hablar de inyectividad, porque una de las técnicas que usaremos es un 'equivalente', una 'generalización'. Y eso es un error. Entre otras cosas porque la inyectividad es una propiedad de UNA función, y en realidad usaremos un sistema infinito de diferentes funciones. Sé lo que podéis pensar: recordad, doble chequeo en cada punto. El sistema infinito de funciones es 'legal'. Ya me estoy liando... por eso, sigamos.

Las suposiciones apresuradas, olvidando la afirmación inicial de que cada punto ha sido chequeado, no suelen acabar bien. Suelen acabar en frustraciones por parte de la persona que las propone. Sería bueno recordar que tengo varios años de experiencia, he hablado con mucha gente y he escuchado muchas críticas. Esas críticas han acabado en mejoras del trabajo, doblemente chequeadas, o en ramas de este para atender a ciertas peticiones u observaciones que yo encontraba. No voy a enseñar todo el trabajo, porque pretendo ganarme el derecho a, precisamente, poder analizar TODO lo que tengo. No sé como evitar esas frustraciones de la gente cuando ven que tengo respuestas para sus suposiciones. Es un fenómeno común, y no sé como expresarlo ni avisar, sin parecer prepotente. Por eso es importante ceñirnos al contraejemplo, y si consigo que no sepáis DONDE está el error de la exposición, después de haber considerado cada punto como correcto, espero ganarme un entorno de trabajo dónde poder analizar las cosas con más tiempo y poder exponer el resto de lo que tengo. El Teorema no solo se resquebraja de una única forma. Pero tengo que escoger las más sólida, la que tengo más chequeada y la más rápida. Y la más actual.

El comentario más reciente, después de haber corregido a una persona sobre una suposición apresurada, fue que había mucha gente que diseñaba contra-ejemplos del teorema, y que solo gente muy potente era capaz de encontrar los fallos. Para acto seguido, abandonar la conversación. Considero un error, si uno no puede encontrar el fallo, abandonar el estudio. Porque precisamente pasar un filtro, hace al trabajo merecedor de filtros más fuertes. Ayudaría no estudiarlo eternamente en solitario. Yo estoy accesible, y las dudas se pueden exponer como un desafío, no como una creencia de que el teorema es erróneo. Sé que no soy matemático, pero igual yo tengo la respuesta a vuestras dudas en una rama no expuesta del trabajo. He visto a personas criticando ciertos puntos, usando ideas que en realidad yo usaba en antiguas versiones. Sin querer, con su crítica, están validando versiones antiguas del trabajo, que abandoné, porque me gustaron las observaciones que se me hicieron en su momento. Quizás, ver que por ese camino tampoco se llega a un 'error', os ayudaría a abandonar esa idea.

Punto 5. El rigor. Dejando a un lado ya los protocolos de presentación y escritura, el problema va a ser el rigor. Mi forma de solucionarlo es presentando propiedades y puntos que son tan 'obvios y triviales' que hasta he visto reacciones de cabreo. Ante la duda de si el rigor va ser un problema me remito a la frase inicial: cada punto, ha sido considerado como correcto, por al menos, dos personas diferentes. Por algo será.

No es la técnica, pero SÍ la forma de explicarla. La técnica tiene años. La 'explicación' actual está basada en un discusión que duró más de un mes con un matemático, cuando la intentó zanjar con un ejemplo. Un ejemplo que os voy a mostrar en los siguientes capítulos. Uno muy sencillo. Lo usaba para decir que yo estaba haciendo trampas con mi argumentación (un antigua versión). Pero al hacerlo me reconoció de forma muy clara, que cuando ESE fenómeno sucedía, en ese ejemplo, ambos conjuntos tenían el mismo cardinal sin ningún tipo de duda. Lo que no se esperaba es que yo fuese capaz de reproducirlo para el caso de $P(\mathbb{N})$ vs $\mathbb{N}$. Una vez más... a él o ella no le gustó mi reproducción, pero mi socio la considerada tan sólida que dejó de pedirme una biyección. Llevaba años pidiéndome una. Y la otra persona con la que me reúno opina sobre ella que "Tiene buena pinta". Esta persona me ha dejado muy claro que se reúne conmigo para tratar de ayudarme a encontrar el fallo. Si conseguí arrancarle esas palabras será por algo.

Punto 6. Os va a chocar la naturalidad con que van a suceder los pasos finales. Este documento es la parte más débil y delicada de todo el trabajo. Si estáis de acuerdo con él, no esperéis encontrar el fallo en posteriores documentos. Intento avisar pero no ha funcionado hasta la fecha. Si $\aleph_0$, $\aleph_1$ y los demás $\aleph_i$, incluso más allá si fuese posible... si son en realidad el mismo cardinal, SIEMPRE LO HAN SIDO. No esperéis una transformación radical ni nada parecido. Simplemente voy a mostraros propiedades que no pensábais que tuviese $\aleph_0$. Os las voy a mostrar 'sucediendo'.

Vamos a pasar del espectro de los elementos individuales, al espectro de los pares de elementos. Atacando los conceptos en su forma más básica. $P(\mathbb{N})$, o el equipotente que vamos a usar en realidad, tiene propiedades que se vuelven insultántemente obvias al pasar al espectro de su producto cartesiano. El mismo por él mismo. No serán pares de la relación, me refiero a pares de elementos del conjunto Dominio. El equivalente de inyectividad funciona exactamente igual que la inyectividad, ésta solo es un caso particular del equivalente que vamos a usar. Tal y como indica la definición, SOLO nos vamos a preocupar de lo que sucede con los elementos del producto cartesiano del Dominio por sí mismo, sin 'dejarnos engañar' por considerar la cuestión desde el espectro de los elementos individuales del Dominio. El mismo elemento, puede estar en dos pares diferentes, con diferentes situaciones. Eso nos debe dar igual. Solo observaremos los pares. Y garantizo que no nos olvidaremos de ninguno. Esta advertencia es importante.

Si intentáis, de forma independiente al desarrollo del contraejemplo, demostrar que un conjunto tiene cardinal $\aleph_1$ y otro cardinal $\aleph_0$, eso es defender el Teorema de Cantor, usando el Teorema de Cantor. Un argumento circular. Yo ya sé que los conjuntos que voy a proponer, para vosotros, tienen esas cardinalidades. La cuestión es ver si en realidad son el mismo cardinal o no, cosa que espero, dejar claro con el contra-ejemplo. Si aceptáis este documento, ni siquiera el resto, solo este, como una una técnica válida de comparativa transfinita, y la reproducís para, por ejemplo, $\mathbb{R}$ y $\mathbb{N}$, en todas sus exigencias, en realidad estarías creando OTRO contra-ejemplo del teorema. ¿Por qué lo menciono? Porque he visto de todo. Estáis tan acostumbrados a que baste con encontrar biyecciones con $\mathbb{R}$ o $\mathbb{N}$, para indicar una diferencia cardinal, que os despistáis del verdadero objetivo: juzgar si el contraejemplo demuestra, si son o no, el mismo cardinal.

Punto 7. ¿Cuál es el fallo de la demostración? La existencia del contraejemplo. Para poder indicar el fallo en la demostración necesito DESTRUIR definiciones, poniéndolas en evidencia. Necesito indicar posibles fallos en axiomas ZF. Necesito DEMOSTRAR la existencia de lo que creo que son nuevos fenómenos lógicos. Que no son nuevos, solo han pasado desapercibidos. Necesito enseñar grietas de las premisas y conclusiones... Nada de esto es posible sin empezar por el contra-ejemplo. Así que no, no es más sencillo indicar el fallo en el desarrollo de la demostración. Si lo fuese, posiblemente lo habríais descubierto hace muchos años. Y el contra-ejemplo es un paso previo. Y al parecer, los demostradores automatizados heredaron los errores en concepciones de los humanos que los diseñaron.

Si en realidad estáis dispuestos a estudiarlo, con la única garantía de mi palabra, de que cada punto está chequeado por al menos dos matemáticos diferentes, or rogaría centrarnos en eso. En si está bien construido o no, dejando temas externos para otro momento y con más tiempo. Cuando me haya ganado el derecho a robaros más tiempo, si lo consigo.

Capítulo 2

Ejemplo obvio del fenómeno: introducción

Comenzaremos presentando el ejemplo que inició esta nueva tentativa de explicación del fenómeno. Tras un intercambio de unos 9 documentos, durante más de un mes, al final la otra persona intentó plantearme una analogía, del posible error que tenía el trabajo. PARA ESA PERSONA, no era lo que estaba sucediendo, era una 'analogía' de la posible 'trampa' que estaba sucediendo. Esto es importante para entender su reacción. Ya que estamos, en los comentarios de esas publicaciones se puede ver como esa persona, que decía ser 'matemathician', aprueba muchos puntos de este y futuros documentos. No todos, obvio.

Imaginemos que tenemos dos ejércitos. El ejército A tiene un cardinal conocido, $\aleph_0$. El ejército B, tiene un cardinal desconocido. Las batallas se realizan con la siguiente regla: cuando dos soldados se tocan, ambos desaparecen. Como desaparecen justo en el instante en que se tocan, un soldado no puede tocar a más de un soldado. De esta forma, las estrategias de combate, son relaciones entre los ejércitos. Definen pares de soldados. En cada par hay un soldado de cada ejercito. A sería el conjunto Dominio de cada posible estrategia. El objetivo es el empate, o que al ejercito B le sobren soldados después de haber hecho desaparecer TODOS los soldados del ejército A. Pero no vamos a usar una estrategia inyectiva. Eso va a ser lo raro.

Del ejercito B, comenzaremos, porque podemos, a crear divisiones del ejército, con sus soldados, siguiendo el siguiente patrón. Cada soldado, que podemos 'extraer' de B, tiene una etiqueta que lo identifica unívocamente, que es un número natural:
$D_1 = \{0\}$
$D_2 = \{1, 2\}$
$D_3 = \{3, 4, 5\}$
$D_4 = \{6, 7, 8, 9\}$
$D_5 = \{10, 11, 12, 13, 14\}$
$D_6 = \{15, 16, 17, 18, 19, 20\}$
...
Así hasta crear infinitas divisiones, con subconjuntos disjuntos de B, que cada vez, tienen un cardinal, una unidad superior al anterior. SABEMOS que podemos crear esas divisiones, todas, pero ignoramos si esos son todos los soldados que hay en B, ni cual es su cardinal real.

Según esta persona, con la que hablé, la analogía consiste en que yo digo, siguiendo su analogía, que en 'algún momento del infinito', esos subconjuntos comienzan a tener cardinales cercanos al del Dominio (A). Como pueden crecer sin límite... y eso sería falso, según esta persona, porque la trampa está en ignorar el verdadero cardinal de B. Cada subconjunto, da igual que tengamos infinitos subconjuntos/divisiones D_i, TODOS tienen cardinal finito. MUY DIFERENTE al cardinal del Dominio. El supuesto truco está en que obviamente, 'el crecimiento ilimitado', es posible gracias a que B y A tienen el mismo cardinal, y eso es lo que permite a B, alimentar cada subconjunto posible, y que estos crezcan teniendo como techo máximo de crecimiento, el cardinal del Dominio. Cualquier caso inferior a ese cardinal era posible cubrirlo. Trasladado al caso real, estaba usando un conjunto con cardinal $\aleph_1$ en realidad. Según él. 'En algún momento que no sabía precisar'. Y como, en realidad, estaba comparando $\aleph_1$ con $\aleph_1$, podía recrear el fenómeno.

Luego lo intentó precisar, según yo, sin mucho éxito. Ya veremos por qué. Por eso insisto tanto en centrarnos en la idea de estudiar el producto cartesiano Dominio X Dominio. Porque encima ni siquiera la idea es mía, sino de Cantor y su definición de inyectividad:

$f(a) = f(b) \leftrightarrow a = b$

Que nos hace estudiar, de forma indirecta, todas las posibles combinaciones de pares de elementos, del dominio, en la relación a estudiar. Yo solo voy a añadir observaciones. Sería muy injusto e incorrecto arrepentirse de compartir esas observaciones cuando vemos a donde nos llevan. En realidad sospecho que la gente se olvida de haberlo aceptado, pues las conversaciones se dilatan mucho en el tiempo. Y muchas veces ni siquiera lo toman con una seriedad profunda, y eso les lleva a contradecir cosas que aceptaron como válidas en el pasado.

Es curioso porque otra persona, al ver algo muy similar, piensa que estoy comparando, $\aleph_0$ con $\aleph_0$. En algún momento que no sabe precisar. ¿Recordáis cuando dije que eran iguales en realidad, y que os iba a presentar un fenómeno donde se apreciaba que eran indistinguibles?

Intentaré no irme mucho por las ramas.

Lo interesante de su analogía, es RECONOCER, que era obvio y trivial, ver, que cuando eso sucedía, ambos conjuntos tienen el mismo cardinal. Si puedo extraer una serie infinita de subconjuntos disjuntos, de un conjunto B, cuyos cardinales crecen, hasta un 'supremum' cardinal igual al cardinal del conjunto A. Al menos, podemos decir con seguridad, que el cardinal de A, NO es mayor que el cardinal de B.

Espero haber usado la palabra supremum de forma correcta. Porque la idea es que ninguno de ellos de forma individual alcanza ese cardinal. Pero ningún cardinal inferior a ese supremum es inalcanzable. Suelo convencer a la gente muy rápidamente al decir que ningún D_i tiene cardinal $\aleph_0$, pero la unión de todos ellos sí. Como son disjuntos, forman una partición de algún subconjunto de B. Propio o impropio. Todos juntos no tienen un cardinal mayor que B, y crear la partición no aumenta el cardinal de B. A pesar de que desconozcamos muchas cosa de B.

2.1. Descartando contra-argumentos irrelevantes

Llegados a este punto quiero descartar un posible contra-argumento al contra-ejemplo futuro. Me voy a basar en este ejemplo obvio de los ejércitos A y B. Si te he convencido de que A, NO tendría un cardinal mayor que el de B, hay un detalle que no te ha molestado en absoluto: a cada subconjunto, a cada D_i, le faltan infinitos elementos para tener cardinal $\aleph_0$.

En realidad es un fenómeno tremendamente común en varios fenómenos matemáticos. Uno de ellos es el límite, por ejemplo. Definimos un ε, que por muy pequeño que sea, la función siempre tiene una imagen dentro de ese ε. Pero no nos molesta que cada posible punto que escojamos, sin tener una imagen real, igual al límite, dentro del ε, está a una distancia de este, que contiene una cantidad $\aleph_1$ de puntos. Un segmento de distancia, sobre el cual podríamos proyectar cada posible punto de nuestro universo, aunque este fuese infinito.

Incluso en el caso de Aquiles y la tortuga... en el que Aquiles siempre camina la mitad de la distancia que le queda hasta la tortuga. La versión en que la tortuga se queda quieta. Muchos matemáticos coinciden en que la suma de TODAS sus distancias recorridas, es la distancia exacta hasta la tortuga. Despreciando, que en cada paso singular, entre Aquiles y la tortuga siempre hay una cantidad $\aleph_1$ de puntos Reales.

Básicamente, quiero dejar claro, que mencionar ciertas diferencias, a veces no es un contra-argumento, sino una observación irrelevante. Y me gustaría advertir, que conozco esto, PRECISAMENTE, por culpa de una versión antigua que creo que me corrigieron adecuadamente. A alguien podría ocurrírsele, que la existencia de ciertas diferencias infinitas, estudiando cada paso aislado, son relevantes, e indican diferencia cardinal. A esas personas les informo que en caso de considerarlas relevantes, a pesar de ser irrelevantes en ciertos contextos, tengo una antigua argumentación que se basa en esa idea, para demostrar que $P(\mathbb{N})$ NO tiene un cardinal mayor que $\mathbb{N}$. En la que precisamente, en cada paso, por infinitos que sean, siempre el cardinal de un cierto conjunto concreto es mayor que cero, e infinito. En el futuro, lo conoceréis como el cardinal de la unión de todos los Packs (sin descartar por tener repeticiones) para cada miembro del Dominio. A pesar de que no puedo nombrar ningún elemento que finalmente, tras infinitos pasos, permanezca dentro de él. Ese último fallo, es que el que me indicaron sangrantemente. Lo que haremos en el futuro será devolverle esa misma pelota a $\aleph_1$... ya que siempre habrán pares del dominio sin resolver, con imágenes repetidas, pero no podrás indicar ni uno solo, porque TODOS, son solucionados en algún momento. Si es relevante en un caso, es relevante en el otro. Si es irrelevante, es irrelevante en ambos.

Como espero que la mayoría de matemáticos compartan la irrelevancia de dichas observaciones, es una rama descartada. Pero como sé que hay ciertos conflictos, con el concepto de infinito, para quienes conciban el infinito de 'otra forma', también tengo respuestas.

Así que el punto importante debe ser poder DEMOSTRAR, que el supremum cardinal es EFECTIVAMENTE el que digo. No uno estrictamente inferior. Ignorando observaciones curiosas, pero irrelevantes. En el caso de los dos ejércitos es sencillo de demostrar. Cualquier cardinal finito es alcanzable porque, a partir de algún D_k, si el cardinal fuese:

$k \in \mathbb{N}$

...no solo el subconjunto D_k tiene ese mismo cardinal, sino que el cardinal del subconjunto D_{k+1} es una unidad superior. Y nos da igual que a cada subconjunto D_i le falten infinitos elementos para tener cardinal infinito. Es una observación irrelevante para juzgar cual es el supremum cardinal de todos los subconjuntos disjuntos. Tener como supremum cardinal, para todos los subconjuntos, el cardinal del dominio, indica, al menos, similitud cardinal transfinita. Si la escasez cardinal en cada subconjunto, medida por lo que le falta, se juzga como relevante para indicar inferioridad estricta cardinal de B... aviso que se estaría provocando la conclusión de que $\mathbb{N}$ tiene un cardinal mayor, estrictamente, que $P(\mathbb{N})$.

¿Por qué insisto con esto? Por experiencia, y porque será una observación importante en el futuro cuando analicemos los pares de Dominio X Dominio.

2.2. Concretando el ejemplo obvio

Este documento va a jugar con tres tipos de ejemplos del fenómeno: el absurdamente trivial, el obvio y el real. El obvio es el que pasaremos a concretar ahora. Aunque volveremos a él en capítulos posteriores.

Tal y como están definidos los D_i, en realidad, son una partición perfecta de $\mathbb{N}$. 'Ahora' quiero dejar clara la propiedad cardinal. Busco huir de la posibilidad de despertar confusiones. B, 'podría' ser $\mathbb{N}$, y A también. Por eso voy a cambiar A, para que no se llegue a la conclusión de que tienen el mismo cardinal, porque serían exactamente el mismo conjunto. En la discusión original A era $\mathbb{N}$.

Otra cosa que vamos a hacer, y por eso necesito que sea obvio el ejemplo, es partir de la conclusión, para luego definir el fenómeno con otras propiedades. Ya sabemos que B y A, como mínimo, tienen el mismo cardinal, pero vamos a describir el fenómeno, con otras propiedades diferentes a la cardinalidad de cada subconjunto D_i. El caso trivial lo veremos enseguida, y será útil para explicar ciertas definiciones y observaciones. El caso real, será nuestro objetivo final en toda esta serie de documentos. El truco será crear equivalencias, entre los puntos del caso obvio y el real, para poder ver que podemos REPRODUCIR el ejemplo obvio(A vs B), en el caso real ($P(\mathbb{N})$ vs $\mathbb{N}$), y luego pasar a afirmar que el fenómeno real, implica, como en el obvio, que el cardinal del Dominio, $P(\mathbb{N})$, NO es mayor que el cardinal del conjunto del que salen todos los subconjuntos disjuntos: $\mathbb{N}$.

Se puede llamar como se quiera, pero no será una biyección. De hecho yo comparto la idea de que es imposible crear una biyección entre $P(\mathbb{N})$ y $\mathbb{N}$. 'Uno de los fallos' de la demostración, es la premisa, que es una definición, de que dos conjuntos tienen el mismo cardinal, sí y solo sí, existe una biyección entre ellos. Dicho dentro de mis capacidades, la demostración de Cantor sería aplastantemente correcta, hasta donde llega, pero incompleta. Sin el contraejemplo no puedo destruir la definición de igualdad cardinal. Necesito destruir varias premisas, no el desarrollo lógico. Hasta que no se ve como fallan, la gente me dice cosas como que una definición no puede ser errónea.

Lo curioso del ejemplo obvio, es que la persona con la que hablaba me lo presentó como una analogía del error. No sé si fue una casualidad del universo, o que su propio subconsciente le estaba indicando que había entendido lo que trataba de explicarle. ESE ejemplo obvio era casi exactamente lo que sucedía en el real. 'Solo' había que cambiar un detalle. Una parte densa de la discusión consistió en la otra persona perpleja, porque yo no entendía que trataba de ponerme una analogía del error, y yo tratando de explicarle que precisamente, había creado un ejemplo casi perfecto sin querer.

Sea A, el conjunto formado por todas las posibles cadenas de tamaño finito, creadas a partir de un alfabeto con una cantidad finita de símbolos. Cualquiera vale. El alfabeto español, el alemán, el chino... el que más os guste. Escojamos el español:

Alfabeto de A= $\{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, \tilde{n}, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$

Como es un resultado conocido, que existe una biyección con $\mathbb{N}$ y el conjunto A, podemos asignar un orden a los elementos de A, similar a todas las propiedades de orden que tiene $\mathbb{N}$. Escribamos A, poniendo un ejemplo de como ordenaríamos sus miembros. Va a ser importante para darnos cuenta de algunas propiedades:

$A = \{a, b, c, ..., z, aa, ab, ..., az, ba, bb, bc, ..., zz, aaa, aab, ...\}$
*Es irrelevante añadir o no la cadena vacía. La ignoro por simplicidad.

B va a ser $\mathbb{N}$, tal cual, considerando que contiene el cero. Vamos a extraer de él las mismas divisiones, eso no cambia:

$D_1 = \{0\}$
$D_2 = \{1, 2\}$
$D_3 = \{3, 4, 5\}$
$D_4 = \{6, 7, 8, 9\}$
$D_5 = \{10, 11, 12, 13, 14\}$
$D_6 = \{15, 16, 17, 18, 19, 20\}$
...

1. Hay $\aleph_0$ subconjuntos diferentes.
2. Son todos disjuntos entre sí.
3. NINGUNO tiene el cardinal de A (en un principio).
4. Es muy fácil observar que la unión de los infinitos D_i, tiene el mismo cardinal que A, $\aleph_0$.

Podríamos IGNORAR que B es $\mathbb{N}$, pero llegaríamos a la conclusión de que tienen el mismo cardinal solo observando la unión de todos los D_i.

En este ejemplo obvio, al que volveremos más tarde, es fácil obtener la conclusión fijándonos en el cardinal creciente de cada subconjunto. Al ser disjuntos, recordemos que forman una partición, no un subconjunto cualquiera de $P(\mathbb{N})$. No me refiero a un subconjunto de $\mathbb{N}$, o sea, a un elemento concreto de $P(\mathbb{N})$. Hablamos de un subconjunto de elementos de $P(\mathbb{N})$, que da la casualidad que es una partición de $\mathbb{N}$. Al crear esa partición, NO AUMENTAMOS el cardinal de B. No hay trampa aquí, pues no hablamos de combinatorias posibles, sino de una muy concreta. Una partición concreta.

Lamento las aclaraciones, pero están basadas en experiencias anteriores. Entiendo también que mi imprecisión requiere de ciertas aclaraciones.

Los subconjuntos tienen cardinales finitos, pero en cuanto nos pasamos a lo transfinito las locuras se disparan. Es posible crear una partición de $\mathbb{N}$, en la que cada subconjunto a su vez tenga cardinal $\aleph_0$. Si se puede con $\mathbb{N}$, se podrá con algunos de sus conjuntos equipotentes. Incluso con subconjuntos de un conjunto equipotente con $\mathbb{N}$. ESE va a ser nuestro caso real. Podremos demostrar fácilmente que son todos disjuntos. Pero cada subconjunto va a tener el mismo cardinal: $\aleph_0$. No podremos observar como 'crece' cada subconjunto en cardinalidad. PERO hay otra forma de observar como crecen.

La idea no es mía, sino de Cantor. Cantor, antes de hablar de comparativas y cantidades transfinitas, habla de la capacidad de resolver pares de elementos del Dominio, en una relación, asignándoles imágenes diferentes. La idea básica, expresada de forma simple, es que tu capacidad de resolver pares del Dominio, asignándoles imágenes diferentes, es un indicativo clarísimo de tu cardinalidad. Si puedes crear una relación inyectiva, perfectamente ajustada a su definición, el cardinal del conjunto Dominio, NO es mayor que el cardinal del conjunto Imagen.

Podemos ignorar el concepto de cardinalidad, si estudiamos CADA POSIBLE elemento del producto cartesiano: Dominio X Dominio.

Nuestros subconjuntos no van a crecer en cardinalidad, pero sí en su habilidad para ayudarnos a definir relaciones, en las que cada una mejora la capacidad de resolver pares del Dominio de todas las anteriores. Pero una función es inyectiva o no lo es, no existen relaciones más inyectivas que otras. Por eso en el siguiente capítulo, veremos como las relaciones inyectivas IMPERFECTAS, son capaces de aportar información sobre la cardinalidad de su conjunto Imagen, respecto a su conjunto Dominio. De diversas formas. Y como medir, cuando una es más inyectiva que la otra.

La capacidad combinatoria siempre ha estado estrechamente relacionada a la cardinalidad. Para vosotros, $P(\mathbb{N})$ no tiene el mismo cardinal que $P(P(\mathbb{N}))$. La misma idea combinatoria, genera 'más elementos', porque su conjunto de partida tiene mayor cardinal. Incluso si tienen 'la misma cantidad de elementos' de partida, el concepto de conjunto POTENCIA, genera EXACTAMENTE la misma cantidad de elementos. $P(P(\mathbb{N}))$ tiene el mismo cardinal que $P(\mathbb{R})$. Hasta ese punto, podemos observar, que hay una relación estrecha entre cardinalidad y capacidad combinatoria. ¿Siempre? No lo sé, no soy matemático, pero hay casos. Sucede.

Por eso quiero proponer una idea muy simple, basada en las ideas de Cantor: **si puedo resolver una cantidad de pares del Dominio, una Familia, un grupo de pares, asignándoles imágenes diferentes en mi relación, es porque dispongo de elementos** ***'suficientes'*** **para conseguirlo**.

La capacidad para 'resolver BIEN pares', está estrechamente relacionada con nuestra cardinalidad. Es una idea tan potente que forma parte de la propia definición de inyectividad:

f es inyectiva si $\forall a, b \in Dominio, f(a) = f(b) \leftrightarrow a = b$

Ni se molesta en mencionar el conjunto Imagen, ni su cardinal... solo su habilidad para asignar imágenes diferentes. Tenemos la suficiente diversidad de elementos, como para no necesitar repetir imágenes en esos pares del Dominio. Cantor no se quemaba las manos, y necesitaba que la cantidad de pares bien resueltos fuesen... TODOS. Pero os voy a enseñar como las relaciones inyectivas imperfectas pueden aportar información sobre el conjunto Imagen. No siempre, me basta con enseñar como simplemente sucede a veces, bajo ciertas condiciones.

Capítulo 3

QRE, WSP y NWSP. El ejemplo absurdamente trivial.

Algunos os habréis dado cuenta que uso mucho la palabra 'relación' en vez de 'función', y eso está hecho adrede. Hasta que no abandonemos el concepto de inyectividad, en el siguiente documento, prefiero mantenerlo para no liar aún más los conceptos. Todo lo que hemos escrito, y lo que escribiremos, es aplicable al concepto de inyectividad y su futuro equivalente 'Naive CA Theorem'. Ambos dependen de observar el producto cartesiano del conjunto Dominio por si mismo. La inyectividad lo hace en una relación que es función. El Naive CA Theorem sirve, además, para relaciones que NO son función. Ambos nos permiten afirmar que el Dominio NO tiene un cardinal mayor que el conjunto Imagen de la relación.

Empecemos por algunos ejemplos para que las definiciones cojan sentido, gracias a poder observarlos.

3.1. r_1: 10 vs 1

Sea $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Sea $B_1 = \{a\}$

Si intentásemos crear una relación inyectiva entre ambos, usando A como conjunto Dominio y B_1 como conjunto Imagen, sería completamente imposible. Pero intentemos definir una posible candidata para explicar las medidas. **TODOS los elementos del Dominio deben tener imagen para que tengan sentido**. Los pares de la relación, los definiremos mediante elementos de cada conjunto unidos por flechas:

$0 \longrightarrow a$	$1 \longrightarrow a$	$2 \longrightarrow a$	$3 \longrightarrow a$	$4 \longrightarrow a$
$5 \longrightarrow a$	$6 \longrightarrow a$	$7 \longrightarrow a$	$8 \longrightarrow a$	$9 \longrightarrow a$

Nos podríamos preguntar cuántos pares de AXA, cumplen la definición de inyectividad en esa relación concreta.

WSP: <Well Solved Pairs> es el subconjunto de elementos de AXA, que cumplen la definición de inyectividad, en ESA relación.

NWSP: <NOT Well Solved Pairs> es el subconjunto de elementos de AXA, que **NO** cumplen la definición de inyectividad, en ESA relación.

Ambos conjuntos son complementarios respecto de AXA. WSP es el complementario de NWSP y viceversa. El mismo par, no puede estar en WSP y NWSP en la misma relación. O cumple la definición o no la cumple.

QRE: <Quantity of Repeated Elements> es el cardinal de NWSP, en ESA relación.

A pesar de que la relación que hemos creado, es uno de los posibles ejemplos más desastrosos que pueden haber, la definición de inyectividad nos permite dar por válidos aquellos pares que están formados por el mismo elemento del Dominio. En esos casos, da igual que tengan la misma imagen en la relación, son pares correctos. Van en WSP.

$WSP = \{(0,0),(1,1),(2,2),...,(8,8),(9,9)\}$

En NWSP iría el resto de posibles pares. Entonces:

$|WSP_{r_1}| = 10$

$|NWSP_{r_1}| = 90$
*ya que el cardinal de AXA sería 100.

$QRE_{r_1} = 90$

Les ponemos un sub-indicativo, porque no solo dependen de los conjuntos involucrados, sino de la relación que hemos decidido crear entre ellos.

Cuando $QRE = 0$, significa que el cardinal de NWSP es cero. Eso implica que es un conjunto vacío. O sea, que NO EXISTEN pares que INCUMPLAN la definición de inyectividad. Cuando $QRE = 0$, o $NWSP = \emptyset$, indica que es una relación inyectiva, perfecta.

3.2. r_2: 10 vs 2

Sea $A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

Sea $B_2 = \{a,b\}$

$r_{2a} : A \longrightarrow B_2$

$0 \longrightarrow b$	$1 \longrightarrow b$	$2 \longrightarrow b$	$3 \longrightarrow b$	$4 \longrightarrow b$
$5 \longrightarrow b$	$6 \longrightarrow b$	$7 \longrightarrow b$	$8 \longrightarrow b$	$9 \longrightarrow b$

En esta relación hemos optado por ni siquiera usar todos los elementos del conjunto Imagen. Un auténtico desastre. Pero un desastre muy parecido al ejemplo de relación del punto anterior: r_1. Es idéntica solo que cambiando la 'a' por la 'b'. Las medidas son iguales:
$|WSP_{r_{2a}}| = 10$
$|NWSP_{r_{2a}}| = 90$
$QRE_{r_{2a}} = 90$

$r_{2b} : A \longrightarrow B_2$

$0 \longrightarrow a$	$1 \longrightarrow b$	$2 \longrightarrow b$	$3 \longrightarrow b$	$4 \longrightarrow b$
$5 \longrightarrow b$	$6 \longrightarrow b$	$7 \longrightarrow b$	$8 \longrightarrow b$	$9 \longrightarrow b$

En este ejemplo ya hemos usado los dos elementos del conjunto Imagen, pero no nos hemos esforzado demasiado. Aún así, las medidas mejoran. Antes, el par $(0,1)$ estaba en NWSP, y ahora está en WSP. Aparte de los 10 pares, que están formados por el mismo elemento, a WSP llegan los pares que contengan el 0, pues este está relacionado con un elemento único del conjunto Imagen. Nadie más esta relacionado con 'a', solo el 0. A la hora de contar, conviene recordar que en AXA, los pares $(0,1)$ y $(1,0)$, por ejemplo, no son el mismo, aunque sepamos seguro que si uno cumple la definición de inyectividad, el otro también. En general, resolver el par (i,j) es lo mismo que resolver el par (j,i). Las medidas quedan:
$|WSP_{r_{2b}}| = 10 + (9 * 2) = 28$
$|NWSP_{r_{2b}}| = 72$
$QRE_{r_{2b}} = 72$

$r_2 : A \longrightarrow B_2$

$0 \longrightarrow a$	$1 \longrightarrow a$	$2 \longrightarrow a$	$3 \longrightarrow a$	$4 \longrightarrow a$
$5 \longrightarrow b$	$6 \longrightarrow b$	$7 \longrightarrow b$	$8 \longrightarrow b$	$9 \longrightarrow b$

Aquí si me he esforzado más. No estoy seguro de que sea la mejor relación posible. Al crear esta, sabemos que, al menos, estas medidas son posibles:
$|WSP_{r_2}| = 10 + (5 * 5 * 2) = 60$
$|NWSP_{r_2}| = 40$
$QRE_{r_2} = 40$

Me gusta decir que QRE es una medida inestable, pero de tipo 'record del mundo': no se sabe si alguien la puede mejorar, pero una vez existe una, sabemos seguro que ese valor es posible. Y si con las relaciones que obtengamos, conseguimos resultados 'suficientes' para nuestros objetivos, que alguien más pueda encontrar otra relación con mejores medidas nos va a dar igual. Ya encontramos lo que necesitábamos. Para salvarte de un zombie no necesitas ser el corredor más rápido del mundo, solo ser más rápido que el más lento de tu grupo.

También podemos observar, como al tener más elementos disponibles en el conjunto Imagen, tenemos 'potencial' para mejorar las medidas. No es seguro que lo logremos. Depende de nuestra capacidad para crear las relaciones. Podemos usar muy mal los elementos del conjunto imagen, o muy bien.

Se intuye que debe existir un tope, a la cantidad de pares que podemos incluir en WSP, cuando el conjunto Imagen tiene un cardinal inferior, estrictamente, al del conjunto Dominio. Como es el caso aquí:
$|B_2| = 2$
$|A| = 10$
Por muy bien que lo hagamos, conseguir un QRE=0 para una relación del tipo
$r : A \longrightarrow B_2$
sería un absurdo!! Al mismo tiempo, que ese 'tope' no exista, sería un posible indicativo de que nos hemos equivocado al juzgar el cardinal del conjunto Imagen, por la causa que sea.

También, como empezamos a decir dos párrafos más arriba, cuántos más elementos tenemos en nuestro conjunto Imagen, más fácil nos resulta hacer más chiquitito a NWSP. Ya definiremos que consideramos una mejora. En los ejemplos de cardinalidad finita es muy fácil verlo. La medida QRE habla por sí sola. En los conjuntos de cardinalidad infinita no tanto.

3.3. r_3: 10 vs 5

Sea $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Sea $B_3 = \{a, b, c, d, e\}$

Sea $r_3 : A \longrightarrow B_3$

$0 \longrightarrow a$	$1 \longrightarrow b$	$2 \longrightarrow c$	$3 \longrightarrow d$	$4 \longrightarrow e$
$5 \longrightarrow a$	$6 \longrightarrow b$	$7 \longrightarrow c$	$8 \longrightarrow d$	$9 \longrightarrow e$

Ahora resulta más fácil ver que pares caen en $NWSP$:

$NWSP_{r_3} = \{(0,5), (5,0), (1,6), (6,1), (2,7), (7,2), (3,8), (8,3), (4,9), (9,4)\}$
$|NWSP_{r_3}| = 10$
Esto implica que, como son complementarios:
$|WSP_{r_3}| = 90$
$QRE_{r_3} = 10$

3.4. r_4: 10 vs 9

Sea $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Sea $B_4 = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$

Sea $r_4 : A \longrightarrow B_4$

$0 \longrightarrow a$	$1 \longrightarrow b$	$2 \longrightarrow c$	$3 \longrightarrow d$	$4 \longrightarrow e$
$5 \longrightarrow f$	$6 \longrightarrow g$	$7 \longrightarrow h$	$8 \longrightarrow i$	$9 \longrightarrow e$

Ahora solo hay dos pares que caen dentro de $NWSP$:

$NWSP_{r_4} = \{(4,9), (9,4)\}$
$|NWSP_{r_4}| = 2$
$|WSP_{r_4}| = 98$
$QRE_{r_4} = 2$

Sabemos que es el mejor caso posible, porque un $QRE = 0$ es imposible. Y no puedes resolver $(4, 9)$ sin resolver $(9, 4)$.

Observemos como según teníamos más elementos disponibles, nuestro valores QRE se acercaban a cero:
$|B_1| = 1 \quad \rightarrowtail \quad QRE_{r_1} = 90$
$|B_2| = 2 \quad \rightarrowtail \quad QRE_{r_2} = 40$
$|B_3| = 5 \quad \rightarrowtail \quad QRE_{r_3} = 10$
$|B_4| = 9 \quad \rightarrowtail \quad QRE_{r_4} = 2$

3.5. Propiedades de QRE para cardinalidades finitas

Es muy difícil discernir cuando, o no, tenemos la mejor relación posible. La que minimiza el valor QRE. A veces es posible saberlo.

Como ya vimos en el punto anterior, **cuando dos conjuntos con cardinalidad finita, solo diferencian su cardinal en un elemento, siendo $|D| - |I| = 1$, el valor de QRE=2**. Y esta es la mejor versión posible, ya que no se puede superar, como explicamos en el punto anterior (r_4:10 vs 9).

3.5.1. Añadir un elemento, disminuye el mejor valor posible de QRE

Imaginemos que tenemos la mejor versión de relación posible para dos conjuntos con cardinal finito. Siendo el cardinal de la Imagen menor estricto que el del Dominio. Si posteriormente al conjunto Imagen le añadimos un 'nuevo' elemento, u otro conjunto con nuevos elementos pero cuyo cardinal supera en 1, al anterior conjunto Imagen, SEGURO que podemos mejorar el valor QRE. ¿Cómo?

Sea I_1, el conjunto imagen anterior: $|I_1| = k$

Sea I_2, el conjunto imagen nuevo: $|I_2| = k + 1$

Cogemos I_2 y le quitamos un elemento arbitrario: $I_2 - i = I'_2$

Ahora $|I_1| = |I'_2|$, por lo tanto es viable crear una biyección entre ellos.

Podemos ir a la antigua relación entre el Dominio y I_1 y sustituir los elementos de I_1 por los de I'_2 usando la biyección.

Ahora hemos resuelto EXACTAMENTE los mismos pares que en la anterior relación. No la misma cantidad de pares, LOS MISMOS PARES. Pero no hemos usado el elemento arbitrario 'i'.

Buscamos cualquier par con imagen repetida, y a cualquiera de los dos elementos del Dominio, le asignamos ahora 'i' en la relación.

Es un elemento nuevo y único en toda la relación. Ningún otro elemento lo va a tener como imagen.

Al menos, hemos resuelto UN PAR más. Más, exactamente, todos los anteriores. Hemos mejorado el valor de QRE.

3.5.2. QRE siempre es par

Otra propiedad es que el valor de QRE es siempre par. Si el conjunto Imagen no es vacío, y su cardinal es menor al del conjunto Dominio. ¿Por qué?

Partamos de que es 'raro' hacer una relación con el conjunto vacío como conjunto Imagen, no se pueden construir los pares, y el conjunto de pares que definen la relación estaría vacío. Descartemos ese caso. Al no tener pares de la relación, no tenemos 'imágenes' para los pares de elementos del Dominio por las que preguntar. Los conjuntos WSP y NWSP pierden sentido y no funcionan. Así que el conjunto Imagen tendría al menos un elemento.

Como dijimos anteriormente, usaremos relaciones donde cada elemento del Dominio tenga definida una imagen en la relación, aunque tengamos que repetir las imágenes.

Si el cardinal del Dominio es par:
El cardinal de Dominio X Dominio es par (un número par al cuadrado es par también).
Partiendo de un conjunto Imagen con un solo elemento, lo repetimos como imagen para todos los elementos del Dominio.
Vamos a tener exactamente, la misma cantidad de pares, formados por el mismo elemento del Dominio, que el Cardinal del Dominio (que es par).
Un número par menos un número par, es par.
Nuestro QRE partiendo del caso de un elemento sería par.

Si el cardinal del Dominio es impar:
El cardinal de Dominio X Dominio es impar (un número impar al cuadrado es impar también).
Partiendo igual de una Imagen con un solo elemento, lo repetimos como imagen para todos los elementos del Dominio.
Tenemos la misma cantidad de pares del Dominio formados por el mismo elemento, que el cardinal del Dominio (que es IMPAR, ahora).
El cardinal de WSP es IMPAR.
Se lo restamos al cardinal de Dominio X Dominio para saber el cardinal de NWSP.
Un número Impar, menos un número IMPAR, es PAR.
Aquí también QRE sería PAR.

A partir de aquí, al ir añadiendo nuevos elementos al conjunto Imagen, cada vez que creamos que resolvemos un par del Dominio, en realidad resolvemos dos. Ese par y su inverso:
(i,j) y (j,i).
Cualquier número por dos, es PAR. Si ya teníamos un cardinal PAR en NWSP, y en las sucesivas relaciones posibles, siempre transferimos CANTIDADES PARES de elementos, de NWSP a WSP, el resultado siempre va a ser PAR.
QRE es siempre par.

No deseaba meterme en este berenjenal, pero ya tengo comprobado que hace falta un poco de práctica para acostumbrarse a la medida QRE. Es importante. La propiedad anterior me da igual si lo consideráis conjetura o teorema. Entiendo que mis demostraciones no son rigurosas, pero aporto todo el proceso que me llevó a ellas. Os corresponde juzgar a vosotros. De todas formas encaja bastante bien con lo que se puede observar. Voy a poner unos cuantos ejemplos más y propiedades observables.

3.6. $QRE = |Dominio|$

RECORDEMOS que estamos trabajando todo el tiempo con relaciones IMPERFECTAMENTE INYECTIVAS. Ya hemos podido observar que en una relación, NO INYECTIVA, al tener $QRE = 2$, existe como mínimo, una cercanía cardinal entre el conjunto Imagen y el conjunto Dominio. Podría ser que el conjunto Imagen tuviese un cardinal mayor, porque no se usasen todos sus elementos. PERO AL MENOS SABEMOS, gracias a ese $QRE = 2$, que en esa relación se usaron una cantidad de elementos muy cercana al cardinal del Dominio. Un elemento menos, para ser exactos.

En los ejemplos que hemos puesto anteriormente:
$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$B_3 = \{a, b, c, d, e\}$
$B_4 = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$

Sea $r_4 : A \longrightarrow B_4$

$0 \longrightarrow a$	$1 \longrightarrow b$	$2 \longrightarrow c$	$3 \longrightarrow d$	$4 \longrightarrow e$
$5 \longrightarrow f$	$6 \longrightarrow g$	$7 \longrightarrow h$	$8 \longrightarrow i$	$9 \longrightarrow e$

$QRE_{r_4} = 2$

Sea $r_3 : A \longrightarrow B_3$

$0 \longrightarrow a$	$1 \longrightarrow b$	$2 \longrightarrow c$	$3 \longrightarrow d$	$4 \longrightarrow e$
$5 \longrightarrow a$	$6 \longrightarrow b$	$7 \longrightarrow c$	$8 \longrightarrow d$	$9 \longrightarrow e$

$QRE_{r_3} = 10$

Sabemos que el QRE de r_4 es el mejor posible, pero no lo sé de r_3. Observemos el detalle que el QRE de r_3 es igual al cardinal del Dominio.

Al observar esto me llené de dudas, pues debe cumplirse la propiedad de que cada vez que añadamos un elemento al conjunto imagen, el mejor QRE posible debe decrecer. Y si la conjetura es correcta, todo QRE tiene valor par (considerando el 0 como valor par). Hay muy poco margen entre los valores 10 y 2 de QRE. Nos quedan los posibles cardinales de conjunto Imagen: 6,7,8. Si se pudiese mejorar el QRE de r_3, se romperían todas mis propiedades, ya que solo nos quedan disponibles los valores de QRE: 8,6, y 4.

Observemos las 5 relaciones juntas:

$D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ $\quad |D| = 10$
$I_1 = \{a, b, c, d, e\}$ $\quad |I_1| = 5$
$I_2 = \{a, b, c, d, e, f\}$ $\quad |I_2| = 6$
$I_3 = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ $\quad |I_3| = 7$
$I_4 = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ $\quad |I_4| = 8$
$I_5 = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$ $\quad |I_5| = 9$

$r_1 : D \longrightarrow I_1$

$0 \longrightarrow a$	$1 \longrightarrow b$	$2 \longrightarrow c$	$3 \longrightarrow d$	$4 \longrightarrow e$
$5 \longrightarrow a$	$6 \longrightarrow b$	$7 \longrightarrow c$	$8 \longrightarrow d$	$9 \longrightarrow e$

$QRE_{r_1} = 10$
$NWSP_{r_1} = \{(0,5),(5,0),(1,6),(6,1),(2,7),(7,2),(3,8),(8,3),(4,9),(9,4)\}$

$r_2 : D \longrightarrow I_2$

$0 \longrightarrow a$	$1 \longrightarrow b$	$2 \longrightarrow c$	$3 \longrightarrow d$	$4 \longrightarrow e$
$5 \longrightarrow f$	$6 \longrightarrow b$	$7 \longrightarrow c$	$8 \longrightarrow d$	$9 \longrightarrow e$

$QRE_{r_2} = 8$
$NWSP_{r_2} = \{(1,6),(6,1),(2,7),(7,2),(3,8),(8,3),(4,9),(9,4)\}$
*Al añadir la 'f', quitamos de NWSP: (0,5) y (5,0)

$r_3 : D \longrightarrow I_3$

$0 \longrightarrow a$	$1 \longrightarrow b$	$2 \longrightarrow c$	$3 \longrightarrow d$	$4 \longrightarrow e$
$5 \longrightarrow f$	$6 \longrightarrow g$	$7 \longrightarrow c$	$8 \longrightarrow d$	$9 \longrightarrow e$

$QRE_{r_3} = 6$
$NWSP_{r_3} = \{(2,7),(7,2),(3,8),(8,3),(4,9),(9,4)\}$
*Al añadir la 'g', quitamos de NWSP: (1,6) y (6,1)

$r_4 : D \longrightarrow I_4$

$0 \longrightarrow a$	$1 \longrightarrow b$	$2 \longrightarrow c$	$3 \longrightarrow d$	$4 \longrightarrow e$
$5 \longrightarrow f$	$6 \longrightarrow g$	$7 \longrightarrow h$	$8 \longrightarrow d$	$9 \longrightarrow e$

$QRE_{r_4} = 4$
$NWSP_{r_4} = \{(3,8),(8,3),(4,9),(9,4)\}$
*Al añadir la 'h', quitamos de NWSP: (2,7) y (7,2)

$r_5 : D \longrightarrow I_5$

$0 \longrightarrow a$	$1 \longrightarrow b$	$2 \longrightarrow c$	$3 \longrightarrow d$	$4 \longrightarrow e$
$5 \longrightarrow f$	$6 \longrightarrow g$	$7 \longrightarrow h$	$8 \longrightarrow i$	$9 \longrightarrow e$

$QRE_{r_5} = 2$
$NWSP_{r_5} = \{(4,9),(9,4)\}$
*Al añadir la 'i', quitamos de NWSP: (3,8) y (8,3)

Cuando el cardinal del Dominio es un número, **finito y par**, podemos disponer TODOS sus elementos en dos filas, una encima de la otra.
De esta forma creamos columnas de dos elementos.
La cantidad de columnas es igual a la mitad del cardinal del Dominio.
Si el conjunto imagen tiene como cardinal, la mitad del cardinal del Dominio, tendremos un elemento del conjunto Imagen, por cada columna: lo repetimos en ambos elementos del Dominio de esa columna.
Los posibles pares que encontremos, entre elementos de diferentes columnas, tendrán diferente imagen.
No acaban dentro de NWSP. Cumplen la definición de inyectividad.
Solo tenemos 'repeticiones' dentro de cada columna.
Cada columna añade dos pares: (arriba, debajo) y (debajo, arriba).
La cantidad de columnas multiplicadas por dos es igual al cardinal del Dominio.

Siempre vamos a poder encontrar un QRE igual al cardinal del Dominio:
1. Si el cardinal del Dominio es finito y par.
2. SI el cardinal del conjunto Imagen, es igual que la mitad del Cardinal del Dominio.

¿Sería este QRE el mejor QRE posible? Observemos la serie de 5 relaciones que hemos creado.

r_5, con un $|I_5| = |D| - 1$, tiene $QRE = 2$. No es mejorable, porque eso implicaría un $QRE = 0$, y que existe una relación inyectiva:

$r_5 : D \longrightarrow I_5$

Cuando $|I_5| < |D|$. Lo cual es IMPOSIBLE.

Ahora que sabemos que r_5 tiene un $QRE = 2$ inmejorable, nos preguntamos por el QRE de r_4.
El $QRE_{r_4} = 4$.
No puede ser igual a 2, porque si iguala el MEJOR QRE de I_5, significa que: $|I_4| \geq |I_5|$.
Lo cual es falso y lo sabemos.
Tampoco podemos resolver ningún par 'nuevo', porque si resolvemos uno, en realidad también resolvemos el inverso.
Y eso igualaría los QRE otra vez, lo cual no puede pasar.
El $QRE_{r_4} = 4$ y es inmejorable.

Ahora que sabemos que el QRE de r_4 es inmejorable, veríamos que el de r_3 lo es, y el de r_2... y el de r_1.
Vamos decreciendo en cantidad de elementos en el conjunto imagen, de uno en uno:
$|I_5| = |D| - 1$
$|I_4| = |D| - 2$
$|I_3| = |D| - 3$
$|I_2| = |D| - 4$
$|I_1| = |D| - 5 = |D|/2$

Observando las 5 relaciones se puede intuir un algoritmo general. Partimos del conjunto Imagen con el cardinal:
$|I_{mitad}| = |D|/2$
Con este conjunto imagen podemos crear la distribución de dos filas, con solo repeticiones en cada columna.(r_1)
Empezando por la izquierda, por ejemplo, el siguiente elemento añadido al conjunto Imagen, lo ponemos debajo de la columna más a la izquierda.
A partir de ahí, el siguiente, iría en la columna, a la derecha del último añadido.

Cada vez que lo hacemos quitamos SOLO dos pares de NWSP.
Como ahora esa columna tiene imágenes diferentes, los pares asociados a esa columna ya no van en NWSP.
De la mitad, a la totalidad del cardinal del Dominio, faltan la mitad de elementos.
La cantidad de columnas SIEMPRE es la mitad del cardinal del Dominio.
Tenemos un elemento nuevo por cada columna.
Los QRE pueden descender de 2 en 2, desde el valor de $QRE = |D|$, a cero.
La cantidad de relaciones serían igual a la mitad del cardinal del Dominio.

Una vez hecho eso, partiendo ahora de la última relación, que siempre sabemos que es inmejorable ($QRE = 2$), para $|I| = |D| - 1$.
Podemos deducir, siguiendo el camino inverso, que todas son inmejorables, si seguimos ese esquema, hasta llegar a un I con $|I| = |D|/2$. Porque sería la relación, con un elemento de la imagen por cada columna.

Así que de forma general, siempre vamos a poder encontrar un QRE igual al cardinal del Dominio:
1. Si el cardinal del Dominio es finito y par.
2. SI el cardinal del conjunto Imagen, es igual que la mitad del Cardinal del Dominio.
3. Y ESTE QRE ES INMEJORABLE!!

Más allá, o para cardinales menores del conjunto Imagen, no puedo afirmar nada, porque se pierde la propiedad de las columnas de dos elementos. Si repites la misma imagen, en más de dos elementos del Dominio, la cantidad de pares mal resueltos que se crean no es tan lineal.

¿Que sucede si el cardinal del Dominio es impar? En principio, a estas alturas, es un poco irrelevante. Si buscamos propiedades que nos permitan juzgar cardinales comparativamente, los resultados de un Dominio con cardinalidad impar no van a estar muy lejos de los de uno, con cardinalidad par adyacente.

Si se quieren pistas para llegar al algoritmo general que nos permita decir algo:
Ahora la condición sería que $|I| = (|D|/2) + 1$. División entera.
O redondeando el resultado de la división al natural inferior.
Como el cardinal del dominio es impar, quitamos un elemento arbitrario 'd'.
Como tenemos un elemento de más en la Imagen, apartamos un elemento arbitrario: 'i'.
Creamos aislado, el par de relación: $d \longrightarrow i$. *No el par de elementos del Dominio, el PAR DE RELACIÓN!!
$|D - \{d\}|$ =número PAR.
$|I - \{i\}| = |D - \{d\}|/2$.
YA podemos aplicar el algoritmo para cardinal par, del Dominio.
Como 'i' no lo usamos en ninguna columna, ningún par de (Dominio X Dominio), con el elemento 'd', estará dentro de NWSP. En ningún paso.

3.7. Paremos un segundo para recapitular

Cada vez que escribo una nueva versión del esta serie de documentos encuentro algo nuevo. Por ahora va siendo el darme cuenta de que mi conjetura:
$QRE = |Dominio| \longrightarrow |Imagen| \simeq (|Dominio|/2)$
Era cierta, y que encima era un resultado INMEJORABLE para QRE.

También darme cuenta de que a partir de $QRE = 2$ hasta $QRE = |Dominio|$, son todos resultados inmejorables según decrece el cardinal del conjunto Imagen.
Comencé con una observación, una duda, UN MIEDO: el margen era demasiado pequeño. No le había dedicado mucho tiempo a esta idea, ha sido al escribir esta versión que me di cuenta de lo escaso que era el margen de error, pues si NO son todos inmejorables se crearía una contradicción brutal con todo lo que expongo sobre QRE. Sobre todo la propiedad VITAL de que:

Si puedes resolver un grupo/familia de elementos de Dominio X Dominio, es porque el conjunto Imagen tiene SUFICIENTES elementos como para permitirte hacerlo
*Resolver un par de Dominio X Dominio significa encontrar una relación en la cual, los elementos del Dominio de ese par tienen imagen diferente.

Esta idea nos llevaba a una vieja conocida de que si ya tienes una relación con una valor QRE inmejorable, si se permitía tener un elemento nuevo MÁS en el conjunto imagen, si o si, era posible mejorar el valor de QRE.
*Siempre y cuando hablemos de cardinales del conjunto Imagen menores que el cardinal del Dominio.

De una intuición, de una idea, de un miedo a fracasar, LÓGICO, sorpresivamente he encontrado nuevos algoritmos, sencillos, pero nuevos, para crear las relaciones y descubrir que encima son valores inmejorables. También me ha permitido resolver mi duda sobre si
$QRE = |Dominio| \longrightarrow |Imagen| = (|Dominio|/2)$
era un resultado inmejorable. Hay cosas muy sencillas que me descolocan bastante. No soy un ningún genio, tengo mis dificultades. Por eso no me atrevo a afirmar nada cuando el cardinal del dominio es impar, pero al menos lo sabemos cuando es par. No quiero seguir por ahí porque hay que acabar de escribir, y esto en principio no iba a ser tan largo.

Como programador, y cuando eres como yo, aprendes a tenerle miedo a los 'desarrollos lógicos aparentemente bien construidos'. Es por eso que no me conformaba con darme cuenta de forma lógica que los valores de QRE debían descender de 2 en 2. ESO debía manifestarse de alguna forma más. Efectivamente, pude encontrar las relaciones, que son sencillas, pero no me había puesto a buscarlas. Y también la regla general para crearlas para cualquier cardinal par del Dominio.

Muchas veces, en algún programa, al hacer millones de tests(al tener millones de clientes o configuraciones de entradas), se encuentran combinaciones que no habías tenido en cuenta, posibilidades y premisas inesperadas, que revientan toda la estabilidad del algoritmo o la estructura de datos. Ante esas realidades, o bugs, no queda más que admitir que tu estructura lógica tiene fallos. Ortega y Gasset decía que la diferencia entre un filósofo profesional y otro casual era CUANTITATIVA, no CUALITATIVA. La cantidad de 'bugs' que se pueden evitar mediante la cultura actual, ideal, de la comunidad matemática, es extraordinariamente alta: pero no absoluta.

Cuando cogemos las conclusiones de los desarrollos lógicos, del Teorema de Cantor, y empezamos a buscarles 'otras manifestaciones', muchos diréis que encontráis miles. Decenas de demostraciones, biyecciones que no se han encontrado, etc... Pero lo gracioso, comprobado por mí, es como reaccionáis ante las consecuencias que CONTRADICEN los desarrollos lógicos puros:

1.Da igual que se puedan predecir TODOS los elementos externos de la diagonalización, con relaciones PREVIAMENTE DEFINIDAS.
Es una técnica ingeniosa pero solo curiosa.
*Se puede recrear un fenómeno de desbordamiento, similar al de la diagonalización: $P(\mathbb{N})$ es incapaz de 'cubrir' a $\mathbb{N}$, siempre hay naturales que no puede 'cubrir'. En realidad se produce un 'empate'. Eso provocaba que uno de mis conjuntos se quedase vacío en el infinito: el de los naturales únicos, no cubiertos, para cada elemento de $P(\mathbb{N})$, por la supuestamente abrumadora diferencia cardinal. Ya veremos en futuros documentos que es un 'Pack'. Pero para lograrlo, no te sobra ni un solo elemento de $P(\mathbb{N})$. Debes usarlos TODOS, o no logras ese vacío. Si fuese una batalla cardinal, sería una victoria peor que pírrica. Un fenómeno 'curioso' dada la diferencia cardinal. Se puede hacer lo mismo con los elementos externos de la diagonalización, sin necesidad de ir creando relaciones nuevas para adaptarse a las nuevas propuestas de elemento externo. SE PUEDE lograr con un conjunto LEGAL de relaciones previamente definidas(**Aquí me falta doble checking, lo admito). Cada posible propuesta de biyección y cada posible construcción de un elemento externo están TODAS PREDICHAS DE ANTEMANO. Mis relaciones cogen el conjunto Imagen de esa posible biyección, y el elemento externo, y se puede observar que ya los habían tenido en cuenta. Se produce el mismo empate, el conjunto de elementos externos proponibles al final se queda vacío, porque no puedes proponer ninguno YA PREDICHO, y a la misma vez, me quedo yo sin relaciones. Pero solo en el infinito. Según a quién preguntes, si mi conjunto de naturales se queda vacío, es un error. Si replicas el mismo final para los elementos externos de las diagonalizaciones de Cantor, 'NO PASA NADA', porque se sigue cumpliendo que para cada biyección hay un elemento externo no cubierto. Se IGNORA la cuestión de que te puedas quedar sin elementos externos para proponer. Y DA IGUAL, que por muchos pares de Dominio X Dominio que rebusques, NUNCA vas a encontrar UNO que niegue el Naive CA theorem.

2.Da igual que entre dos Irracionales cualesquiera, siempre hayan infinitos números Racionales. Un resultado conocido y curioso. Nada más.

3.Da igual que se puedan exponer ejemplos sencillos que demuestran que NO siempre que existe una construcción de diagonalización, implica que ambos conjuntos envueltos tengan diferente cardinal. Resulta que el ejemplo es muy sencillo. Correcto, pero no aplicado a conjuntos con cardinal transfinito. Y NO, no se tiene tiempo para ver como se puede crear uno más complejo sobre $P(\mathbb{N})$ y $\mathbb{N}$...

4.Da igual que demuestres que cuando usas funciones por partes, la demostración del Teorema de Cantor tiene grietas.
*Puedes separar el problema en subconjuntos de $\mathbb{N}$ con cardinal finito, y subconjuntos con cardinal infinito (SNEIs: vayamos introduciendo conceptos...). Para SOLO los SNEIs, puedes RECREAR una demostración muy similar a la del Teorema, usando un subconjunto muy similar al de
$B = \{a \in A | a \notin f(a)\}$
Para cualquier posible intento de biyección. Y darte cuenta que efectivamente se llega a una doble contradicción. PERO que a alguien se le ha olvidado ASEGURAR que B tenga cardinal infinito, porque si lo tiene finito, ya está cubierto en la otra sub-función de la función por partes. Así que da igual que no lo cubras con esta, lo cubre la otra.

5.Partamos de un grafo regular, en árbol, infinito. Todos los nodos tienen la misma cantidad de hijos, excepto los nodos hojas, que si es infinito, no deberían existir. Da igual que encuentres una forma de 'observar' que la cantidad de caminos finitos en esos árboles, CRECE MÁS RÁPIDO, que una familia concreta de caminos infinitos. Los que comienzan en el nodo raíz. Esto tiene relación con el conjunto de Cantor.
*Con el tiempo comprendí el error, pues opero series infinitas no convergentes. Algo no definido por lo visto. Perfecto. Pero el fenómeno sigue ahí... por niveles. Meto las 'fórmulas' no convergentes restadas en un límite y se ve que la diferencia no es estable, sino que encima no para de crecer.
**Una pista para entender como definir caminos infinitos por niveles es esta: en cada nivel hay una cantidad de 'inicios' de caminos infinitos, igual a los nodos de ese nivel. En un nodo árbol, un solo nodo podría representar un camino entero perfectamente. Cuando extendemos esta idea a niveles infinitos, la cantidad de 'inicios' debería coincidir con la cantidad EFECTIVA de caminos infinitos. Pero 'los inicios' crecen, por niveles, más lento que los caminos finitos en el árbol infinito. Y estos segundos son enumerables.*

Si la cantidad de caminos infinitos, de ese tipo, va a acabar siendo mucho mayor que la cantidad de caminos finitos, esa diferencia debería empezar a cambiar en algún nivel. Pero no lo hace... la tendencia de la diferencia a crecer, nunca se para, ni se empata, ni obviamente, se da la vuelta. En ningún nivel empiezas a tener más de un tipo que del otro. Definirlo por niveles es útil, porque el grafo 'puede ser infinito y misterioso', pero sus niveles es TODO lo que tienes. Lo que sucede en los niveles, se 'podría' pensar que es TODO lo que sucede. Pero entiendo las dudas, la exposición cojea un poco. Aún así AHÍ QUEDA EL FENÓMENO. Al menos tengo el orgullo de hacer dudar durante unos minutos a alguien que decía tener más de 20 años en teoría de conjuntos, pero su reacción final fue la estándar ante estos fenómenos EMPÍRICOS numéricos...

Tirar del desarrollo lógico de la demostración del Teorema de Cantor y su infalibilidad: 'Encuentra el fallo en la demostración, si puedes'

Se ignoran las observaciones posiblemente contradictorias y se adora a la lógica como un Dios infalible. Hasta un punto realmente frustrante. Hasta haberme encontrado varias veces con la frase 'No sé dónde está el fallo, pero DEBE estar en alguna parte'. La última excusa, bastante reciente, ante alguien que pretendía buscar rápidamente un fallo en la exposición y no lo consiguió, fue decir que a veces, el error es tan complejo, que solo gente muy potente puede encontrarlo. Así que se negaba a estudiarlo, en vez de llamar a esa gente.

Todo son 'resultados curiosos', cosas que no merecen tiempo de estudio, nada más. Los dioses de la lógica vienen en nuestra ayuda para permitirnos ignorar observaciones numéricas empíricas. La lógica puede ser contra-intuitiva. Arreglado. PERO hay algo que también es contraintuitivo: los errores de lógica. Producen un chirriar similar en la mente, que una demostración que acaba en una conclusión contra-intuitiva.

Y se genera un caldo de cultivo perfecto. El teorema emperador pasea por las calles desnudo, pensando que lleva un traje mágico que solo la gente inteligente puede observar. Y nadie le dice nada, por no quedar como idiotas. El traje está diseñado y revisado por GRANDES HISTÓRICOS. Las consecuencias EMPÍRICAS de un desarrollo lógico, como un teorema, deberían ser UNIVERSALES. Sin grietas. Y no podemos comparar mi nivel con el vuestro, pero recordemos mi reacción cuando vi una posible grieta en mis hipótesis, conjeturas y resultados observables: ESTUDIARLAS. Aunque hubiese supuesto destruir más de 20 años de trabajo. Por si acaso me había equivocado en mi razonamiento.

ENTIENDO que revisáis cientos de papers que son 'crankery', como los llaman en reddit. Pero intento ofreceros GARANTÍAS. Es casi imposible obtener una opinión oficial dada la naturaleza del trabajo. Dos, no oficiales, al menos, por cada punto. Y no es que sea un vago. Habré estado tres años, o más, diseñando alternativas, al sentido de todo, hasta encontrar ésta que propongo en este documento.

Los conceptos QRE, WSP y $NWSP$ son tremendamente importantes. Mi ciclo normal era crear fenómenos numéricos, y luego buscarle un significado formal a mi instinto. POR FIN tengo algo a la inversa: sin querer, de forma inconsciente, un matemático me admitió EL SIGNIFICADO. Este era obvio y trivial: cuando el fenómeno de transferencias sucede, ambos conjuntos tienen, al menos, cardinales similares. Os he puesto ejemplos muy sencillos... pero QUE APUNTAN en esa dirección. Según crece el conjunto Imagen en cardinal, NWSP se puede hacer más pequeño. No solo YO creo y tengo fé en que la cardinalidad de la Imagen, está relacionada con la cantidad de pares del Dominio que podemos solucionar, Cantor también. Su definición de inyectividad está basada en esa idea. Yo solo la he estudiado para cuando EXISTEN repeticiones. Cuando la relación no es perfecta, TIENE pares del Dominio con IMÁGENES REPETIDAS, pero aún puede seguir siendo útil.

Da igual si no encontráis el fallo, si VOSOTROS no podéis encontrarlo, quitando detallitos estúpidos de formato y rigor, LLAMAD a quién creéis que pueda encontrarlo. Si alguien que no ha estudiado matemáticas es capaz de crear algo tan enrevesado, que supera los primeros filtros y apreciaciones, da igual si tengo estudios o no. Pasar los filtros hace valorable el trabajo por sí mismo. Aunque SOLO sea como ejercicio, como desafío, merece la pena ser estudiado. Dejad al trabajo ir subiendo de nivel y pasar cada vez filtros más duros. A ver dónde nos paramos... o si hay que cambiar las matemáticas modernas.

La verdad no se rompe si la pones a prueba. Los desarrollos lógicos 'aparentemente correctos' sí. Como un software que no ha tenido en cuenta que el usuario puede intentar meter un pastelito por la ranura de la tarjeta de crédito en un cajero.

3.8. QRE no solo es útil cuando es cero. Ejemplo práctico.

QRE no solo es válido cuando indica una inyectividad perfecta. Ni sólo cuando vale 2, indicando que entre la Imagen y el Dominio, hay solo, al menos, una diferencia de un único elemento.

PERO YA cuando vale 2, tenemos una relación QUE TIENE REPETICIONES y es útil. Indica cardinales muy similares, al menos. Podríamos estar usando mal los elementos del conjunto Imagen, y este incluso tener un cardinal mayor. Pero YA podríamos decir que el cardinal del Dominio, NO ES INIMAGINABLEMENTE más grande que el cardinal del conjunto Imagen en esa relación.

Os voy a poner un ejemplo para que os deis cuenta por vosotros mismos. Vamos a un mercado donde se venden barriles de petróleo. Hay dos grupos de barriles, unos azules y otros rojos. Los barriles de ambos grupos tienen las mismas dimensiones, se rellenan igual y tienen un petróleo de similar calidad.

Sabemos que hay 10^6 barriles azules.

DESCONOCEMOS la cantidad de barriles rojos.

Nos venden el grupo de barriles azules por 10^6 monedas de oro. Cada barril, al coste de una moneda.

El grupo de barriles rojos, nos lo venden por 500000 monedas de oro. $5 * 10^5$ monedas. PERO NO SABEMOS CUÁNTOS SON!!

Cómo única pista nos dicen que entre el grupo de barriles rojos y azules, existe una relación con un $QRE = 10^5$. Siendo el grupo de barriles azules, el Dominio de esa relación, y el grupo de barriles rojos, el conjunto Imagen de esa relación.

¿Cuál es la mejor oferta de las dos, qué grupo tiene precio más barato por barril?

No hemos mencionado el cardinal de los barriles rojos, y sólo disponemos de una relación, que ni siquiera es inyectiva!! Encima tiene una cantidad de pares del dominio con repeticiones (con imágenes repetidas) bastante grande. Ni cero ni dos.

Intentad dedicarle unos minutos a decidir cual es la mejor oferta, si es que la respuesta no os resulta obvia.

SOLUCIÓN. Usando las cosas de las que hemos hablado, SABEMOS que cuando el $QRE = 10^6$, el conjunto Imagen, como mínimo, tiene la mitad del cardinal del Dominio. Con ese QRE los barriles rojos serían LA MITAD, como mínimo, que los barriles azules. PERO TENEMOS UN QRE AÚN MÁS PEQUEÑO!!. De hecho, diez veces más pequeño. No están regalando más de un barril. A partir de $QRE = |Barriles\ \ azules|$, es tan lineal la proporción que podríamos calcular el cardinal EXACTO de barriles rojos, MÍNIMO. Pero con que nos regalen un solo barril rojo, ya la convierte en una oferta mejor: mejora el coste por barril.

No nos debemos dejar abrumar por la cantidad de fallos en el concepto de inyectividad, que exista en la totalidad de Dominio X Dominio. Es un hecho, que a veces, se pueden obtener conclusiones cardinales de ellas. Si para intentar resolver una repetición, creamos otra, esta va a acabar en NWSP. Por definición. No la vamos a perder de vista. Podemos equivocarnos al aplicar la definición o calcular los conjuntos WSP y NWSP, pero las definiciones no fallan. En este caso.

Cuando hablamos de un QRE inmejorable, no significa que esa sea la única relación posible que lo tenga. Solamente que no vas a encontrar una relación, entre esos dos conjuntos, que tengan un QRE más pequeño.

Cuando trates de alterar la relación, para transferir un par de NWSP a WSP, vas a crear otros pares no resueltos, que serán diferentes, pero irán a parar a NWSP. Cambiarás unos pares por otros, sin reducir el cardinal de NWSP. O peor aún, lo incrementarás, haciendo una transferencia inversa de WSP a NWSP, y aumentando el cardinal de este último (disminuyendo el de WSP).

POR FAVOR. Que a nadie se le ocurra pensar que resuelvo repeticiones gracias a crear otras repeticiones. O que la existencia de repeticiones alteran el cardinal del conjunto Imagen. Lo digo por experiencia. Las definiciones son claras y sencillas. Las propiedades son bastante claras, espero, de ahí la necesidad de la trivialidad de los ejemplos. Si algo raro pasase con el conjunto Imagen, se vería reflejado en NWSP. Si abuso de repetir los miembros del conjunto Imagen, NWSP va a crecer al mismo ritmo que mi abuso. NO EXISTEN las repeticiones que se generan y van a parar a ningún limbo extraño. Por definición, TODAS, van dentro de NWSP. Si quito un elemento de un par resuelto, para resolver otro par en otro lado, la transferencia es de balance nulo, o empeora el estado de NWSP. Si lo mejorase espero que no hayan quejas al respecto. Solo habría mejorado la distribución de los elementos del conjunto Imagen, en la relación. Si demuestro que NWSP decrece, la única opción es atacar mi forma de aplicar la definición de NWSP.

Si el cardinal de un conjunto B, es menor estricto que el cardinal de otro, A, al intentar CUALQUIER RELACIÓN
$r : A \longrightarrow B$
DEBE EXISTIR un tope, una valor mínimo de QRE, un tamaño mínimo de NWSP, que no puedes reducir.

Si no existe un mínimo, para NWSP, sería una contradicción ineludible a tu juicio previo. Algo falló al considerar el cardinal de B, estrictamente menor, que el cardinal de A.

En cardinales finitos tenemos herramientas para decidir, algunas veces. Una mejora QRE, es una mejora indiscutible. Un mínimo de QRE, al ser un número natural, es fácil de juzgar. En cardinales infinitos, QRE suele ser infinito, y hay muchos conjuntos infinitos con el mismo cardinal. Es difícil observar una mejora. Pero antes de atacar eso, veremos como tener más de una oportunidad, más de una relación, de forma legal, sin alterar el cardinal de B.

Una sola relación, tiene un conjunto NWSP fijo. Sin embargo, un sistema de relaciones pueden tener una serie de conjuntos $NWSP$, o de valores QRE, decrecientes. Y podríamos estudiar su posible estado mínimo, de alguna manera. Y NO estoy violando ZF, creo: solo estoy jugando con la definición de inyectividad. Y con un concepto alterado de las funciones por partes, pero que no implican aumentar el cardinal del conjunto del que sacamos todos los conjuntos Imagen, de cada relación.

3.9. Ejemplo demasiado trivial de transferencia de pares

Juntemos todo en uno, para algunas relaciones triviales que ya hemos visto. Cambiaremos solo unos detalles:

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$B = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, \tilde{n}, o, p\}$

$B_1 = \{a\}$
$B_2 = \{b, c\}$
$B_3 = \{d, e, f, g, h\}$
$B_4 = \{i, j, k, l, m, n, \tilde{n}, o, p\}$

Observemos que $\{B_1, B_2, B_3, B_4\}$ forman una partición de B. Ignoremos el cardinal de B.

Relación	Dominio		Subconjunto	Cardinal	Origen	QRE
r_1 :	A	$\rightarrow$	B_1	1	B	90
r_2 :	A	$\rightarrow$	B_2	2	B	40
r_3 :	A	$\rightarrow$	B_3	5	B	10
r_4 :	A	$\rightarrow$	B_4	9	B	2

Conocemos los valores QRE porque ya hemos visto ejemplos de relaciones del conjunto A, con conjuntos con el mismo cardinal que esos subconjuntos.

Fijaros en como, PRIMERO, tenemos DEFINIDAS TODAS las relaciones del sistema. Las cuatro, en este caso trivial. Y luego lo estudiamos. No las he puesto aquí, porque ya he puesto varias veces esos mismos ejemplos en puntos anteriores. NO ADAPTO cada relación a nada nuevo que surja en el momento del estudio, ni en el futuro. PRIMERO genero TODAS las relaciones de forma clara y correcta, y luego las estudio.

Esto difiere del contra-argumento de decir que hay formas más sencillas (pero incorrectas) de crear varias relaciones. Cada biyección, nos permite generar un elemento externo con la diagonalización. Pero PODEMOS crear OTRA relación que contenga ese nuevo elemento externo. Pero para esa nueva biyección, podemos crear otro elemento externo... y otra biyección que lo contenga... y otro elemento externo... En realidad lo que estamos haciendo es CREAR NUEVAS relaciones cada vez que nos sugieren un nuevo elemento, que hace a la relación NO SOBREYECTIVA. La diferencia con un fenómeno de TPI, es que TODAS las relaciones, una vez definidas, ya no cambian, ni se crean nuevas. Y encima todas están creadas sin alterar el cardinal del conjunto B, porque usamos un pedacito diferente de B como imagen en cada relación.

Ningún elemento de B es usado en dos estrategias diferentes. En dos relaciones diferentes. Hemos dividido B, en diferentes grupos disjuntos de elementos, tratando de buscar 'torpemente', pero de forma correcta, diferentes estrategias para ver si podemos reducir QRE. Del primer intento al cuarto hay una mejora muy interesante: de 90 a 2. Al no usar el mismo elemento en dos relaciones diferentes, la creación de las diferentes relaciones no nos ha forzado a alterar el cardinal de B. No hacemos trampas al usar varias veces el mismo elemento. Dónde SI lo hacemos, dentro de cada relación, porque repetimos imágenes, queda registrado en el valor QRE. O en el conjunto $NWSP$ de cada relación.

Podemos observar como vamos 'mejorando' en cada relación hasta llegar a un valor mínimo de $QRE = 2$. Cada vez necesitamos hacer 'menos trampas' repitiendo cada vez, menos imágenes, en las posibles combinaciones de pares de elementos del conjunto A (Dominio de TODAS las relaciones).

Solo, gracias a la última relación, ya sabemos que el cardinal del Dominio (A), NO es inimaginablemente más grande que el cardinal de B_4, y mucho menos que el cardinal de B. No necesitamos una excusa para haber creado el resto de relaciones. Las necesitábamos por el motivo que fuese... bien sea para ir consiguiendo pistas.. lo que fuese!!. Crearlas no altera el cardinal de B. Todos los conjuntos Imagen, de cada relación, forman una partición CONCRETA de B. Y la conclusión, ha usado una herramienta enrevesada, pero es correcta: el cardinal de A no es ENDIABLADAMENTE mayor que el de B.

Imaginaros que por el solo hecho de que existan repeticiones en cada relación, alguien se atreviese a decir que el cardinal de A es BRUTALMENTE INMENSO comparado con el cardinal de B. Ignorando todas las observaciones de propiedades que ya conocemos. Ignorando que un mínimo de $QRE = 2$, logrado en nuestra secuencia de relaciones, indican que B tiene un cardinal tan similar al de A, que solo se diferencian en un elemento (aunque podría ser mayor).

DE HECHO, B TIENE UN CARDINAL MAYOR QUE A. Para conjuntos con cardinal finito, se puede intuir, que si la serie de relaciones es muy larga, y acabamos en un QRE muy cercano a 0, es un indicativo de que el conjunto del que salen todos los conjuntos Imagen, tiene un cardinal muy superior al cardinal del conjunto Dominio, común a todas las relaciones. No siempre pasa, depende de CUÁN cercano sea, depende de cuantas relaciones podamos crear con la partición...

Cuando extrapolamos propiedades cardinales de conjuntos finitos a infinitos, se suele tender a la igualdad, más que a la inversión completa de la observación. Por ejemplo: cuando estudiamos dos conjuntos con cardinal finito, Q y P, y P tiene EXACTAMENTE las mismas entidades que Q, pero aparte tiene un elemento más, eso indica que:

$$|P| > |Q|$$

Supongamos el mismo caso para $\mathbb{N}$ y $\mathbb{N}^+$. El primero son los naturales, que no contienen el 0, y el segundo, el conjunto de naturales que sí lo contiene. $\mathbb{N}^+$ tiene todos los elementos de $\mathbb{N}$, exactamente, y uno más, el cero. Al contrario que en el caso finito:

$$|\mathbb{N}^+| = |\mathbb{N}|$$

Esto es bastante normal que suceda, tender a la igualdad, si no sucede lo mismo que en el caso finito. LO REALMENTE EXTRAÑO sería poder demostrar que:

$$|\mathbb{N}| > |\mathbb{N}^+|$$

ESO si sería raro de ver.

En el caso de comparar cardinalidades finitas, ya vimos que era muy probable que el cardinal del conjunto origen B, fuese más grande que el cardinal del conjunto Dominio de cada relación, si tenemos una TPI, INCLUSO con un mínimo mayor que 0, en este caso, 2. Si aumentamos el número de relaciones, los cardinales a infinito, y encima el mínimo, es más pequeño que 2, lo normal sería tender a la igualdad cardinal, más que a una inversión completa del fenómeno comparativo.

No solo el mínimo de QRE, o $NWSP$, es un indicativo del cardinal comparativo, también la cantidad de relaciones, que nos permita crear la partición que diseñemos del conjunto origen. Si tenemos un mínimo muy cercano a cero, sumado a una inmensidad de relaciones diferentes, afirmar la conclusión, de la comparativa cardinal, es aún más fácil. La podemos realizar con mayor convicción. Y podemos comprender mejor la ABSURDEZ de afirmar la inversión cardinal. Mágicamente, en el caso infinito, los cardinales se invierten, y no por poco, según Cantor: la diferencia cardinal es INIMAGINABLE, según él. Aunque exista una TPI entre $P(\mathbb{N})$, como Dominio, y $\mathbb{N}$, como conjunto origen (dicho así por simplificar).

Yo entiendo que no me expreso con rigor, pero la observación es muy sangrante y obvia.

3.9.1. ¿Por qué no quedarte con la última relación?

Primero. Porque puede ser poco elegante, pero el sistema de relaciones se puede crear y es correcto. Una cosa es crearlo, y otra sacar una conclusión de su posible creación. Pero el CREAR una partición del conjunto Origen, no altera su cardinalidad. Al igual que crear las diferentes relaciones con los elementos de la partición.

Segundo. Cuando los cardinales infinitos intervengan, será posible crear sistemas infinitos de relaciones, con un decrecimiento infinito de NWSP. ESO significa que la última relación no existe. No la puedo escoger. Pero SÍ puedo observar el decrecimiento infinito y preguntarme por su mínimo posible. Mi única herramienta será generar TODA la serie completa de relaciones. Podría ignorar hasta un cierto punto inicial, pero a partir de ahí necesitaré el infinito resto de relaciones, que están 'más allá'.

Al igual que en el concepto de límite, puedes usar ε infinitamente pequeños. Te puedo prohibir usar ε de un tamaño mayor, a un cierto tamaño arbitrario, pero no menores. Necesitas infinitos ε's de tamaño cada vez menor, para que la definición de límite funcione.

Una de mis hipótesis, es que dos conjuntos con el mismo cardinal, pueden estar formados por elementos con diferentes propiedades. Más que una hipótesis, es un hecho. NUNCA vas a encontrar un elemento en el conjunto de los números impares, que sea divisible por 2. Pero los pares y los impares tienen el mismo cardinal. DESCUBRIR que no se puede encontrar un número divisible por 2, dentro de los impares, no sería un argumento para decir que tienen cardinal diferente.

De igual forma es obvio ver que los números naturales y los Reales, por de pronto, tienen propiedades de orden diferente. Es imposible encontrar un número Real contiguo al otro. Pero para un Racional, extrañamente sí, si los 'desordenamos', si sacrificas algo, si los 'adaptas'. En vez de ordenarlos por su valor, y la propiedad 'menor que', los ordenamos por su biyección con $\mathbb{N}$, y aplicamos 'menor que' al resultado de la traducción al natural de cada elemento Racional. Aún así, desde mi ignorancia, me atrevo a sospechar que ese nuevo orden no respetaría las relaciones de valores auténticos de los elementos Racionales. Más allá de una posición dada, i, en un representación ordenada, nos encontraríamos un Racional MENOR que el que está en la posición 'i'. Pero sus naturales asociados, estarían en un orden perfecto. Como la gente no matemática concibe el orden.

¿Desordenarlos es el único sacrificio posible? ¿El orden y la cardinalidad REALMENTE están estrechamente relacionados? ¿Ser discreto significa ser OBLIGATORIAMENTE y CARDINALMENTE diferente a lo contínuo? Yo comparto que SÍ tienen propiedades diferentes, observables. Pero podemos sacrificar, o mejor dicho, AMPLIAR nuestras miras para darnos cuenta que tienen el mismo cardinal.

$\mathbb{N}$ no puede mostrar de forma obvia, tener el mismo cardinal que $P(\mathbb{N})$ en UNA ÚNICA relación. Pero $\mathbb{N}$ es divisible de formas increíbles en diferentes particiones con subconjuntos con el mismo cardinal. No tenemos por qué renunciar a usar 'más de un intento'. No tenemos que renunciar a usar más de una relación. Al igual que un ejército se la puede jugar a varias bazas, creando varias divisiones de sus propios hombres. Y cada división por separado intentar derrotar al ejército enemigo al completo, con estrategias diferentes... para ver si alguna de todas esas estrategias fuese vencedora. Complicado, enrevesado, discutible pero viable.

Y podemos preguntarnos luego, cual de todas las estrategias fue la mejor en simuladores. O todas en paralelo, en el campo de batalla, ya que el mismo soldado, no está en dos estrategias diferentes, durante la batalla. Y reírnos de quién nos dijo que el enemigo nos superaba en número, de una forma inimaginable, al observar ciertos resultados.

Otra de mis hipótesis es que $\mathbb{R}$ y $P(\mathbb{N})$ tienen dos dimensiones de infinitud. Son conjuntos infinitos en SÍ mismos, pero muchos de sus miembros, a su vez, tienen una representación infinita ineludible. A ese nivel no les puede seguir $\mathbb{N}$. Todos sus elementos tienen representación finita. Con los Racionales sucede lo mismo. Todos tienen una alternativa de representación finita. Al igual que con los pares e impares, aquí la diferencia va a ser tener representación infinita ineludible para tus miembros.

Sé que conocéis esa observación. Pero yo llegué a ella por mis propios medios gracias a la técnica de las Construcciones LJA. Es tan consistente, se repite tanto, que la técnica SOLO diferencia conjuntos cuyos elementos tienen representación finita, de conjuntos con elementos con una representación infinita ineludible. Da igual si el alfabeto es infinito. Incluso crea alternativas al uso de potencias de números primos. Da igual si son Algebraicos o Trascendentes. Conjuntos con un cardinal $\aleph_i$, con un $i \geq 1$. Y más allá. Solo me preocupa si puedo obtener una biyección perfecta o las condiciones del Naive CA Theorem, si las representaciones son finitas. Si son infinitas, solo observo si puedo reproducir el fenómeno que ahora llamo: 'Transferencia de pares ilimitada'.

$\mathbb{N}$ no puede copiar esa propiedad de tener representaciones infinitas, pero si puede emularla, cardinalmente, porque es capaz de crear INFINITAS relaciones diferentes. INFINITOS intentos diferentes. Esto viene de una observación inicial, hace años, cuando veía que era posible asignar números naturales a subconjuntos de $\mathbb{N}$ con cardinal infinito. Incluso a 'algunos' números Irracionales. Pero que en enseguida surgían CONFLICTOS. Imágenes repetidas. Era un fenómeno inesquibable para mi. Y supongo que para vosotros.

Ahora he aprendido a decirlo mejor. A explicarlo mejor. Me dí cuenta que 'quizás' los CONFLICTOS si eran enumerables. A pesar de que no creéis en eso. Y vaya sí lo son!. Son clasificables por Familias, y cada Familia puede ser resuelta de golpe en cada relación. Existirán $\aleph_0$ Familias diferentes, y cada una tendrá $\aleph_1$ elementos. Os hablo de HECHOS matemáticos. Pero nos dará igual porque las podemos resolver de golpe, ignorando el cardinal de cada familia. Los dobles chequeos no vienen de la nada: las demostraciones son muy sencillas, pero un poco aparatosas. Imposibles de negar si se pone un poco de atención.

Por eso necesito más de una relación: tengo $\aleph_0$ tipos de conflictos diferentes, y ninguno es el peor de todos. La única forma de seguirles el ritmo cardinal es con el mismo número de relaciones, una para cada tipo de conflicto. Pero espero haber dejado claro que se puede tener más de una relación.

**Un dato curioso, que no vais a entender, es que el problema no es que sean diferentes. Muy diferentes y muchos elementos diferentes. Los problemas surgen cuando comienzan a ser elementos 'parecidos'. Es cuando surgen los conflictos. Pero no vamos a ver las CLJA, así que lo menciono como una curiosidad. Cuanto más diferentes, más fáciles son de manejar. Como el dato de que la diagonalización ME GARANTIZA que el elemento que se crea, es TOTALMENTE diferente a los demás, y eso es lo que me ayuda a predecirlo con el sistema de relaciones. A todas las posibles combinaciones de elementos externos, para cualquier intento de biyección. Sería una conversación muy curiosa si pudiésemos tenerla. Aunque en esa rama hay margen de error, no tengo doble check.*

Podremos ver que tienen el mismo cardinal, a pesar de que un conjunto tiene propiedades discretas, y otro propiedades del contínuo.

OTRO de los posibles fallos de la demostración, es OBLIGAR a usar una sola relación. Pero eso está relacionado con la definición de igualdad cardinal. Sin romper esa definición, mostrando sus vergüenzas, no puedo desmontar la demostración.

Podrían surgir dudas sobre si el fenómeno de la Transferencia de Pares Ilimitada (TPI), es equivalente a la biyección. Cantor ya demostró que NO EXISTE una biyección entre $P(\mathbb{N})$ y $\mathbb{N}$. Si existiese un fenómeno de TPI, entre ambos, ya rompería la posible equivalencia. Si se considerase el fenómeno como correcto, bien construido e indicativo de igualdad cardinal. Eso haría la demostración incompleta, al no negar la posibilidad de una TPI.

3.10. Tipos de mejora

Cuando estudiamos conjuntos finitos, la serie de valores QRE son un buen indicativo. Hemos visto varias propiedades que nos aportan pistas según los contextos que seamos capaces de crear. Pero cuando los cardinales son infinitos, la cosa no es tan sencilla de juzgar.

En las cardinalidades transfinitas suceden demasiadas locuras, así que debemos hilar más fino a la hora de definir 'las mejoras'.

3.10.1. Mejora simple

Una MEJORA, entre dos relaciones, r_1 y r_2, sucede cuando r_2 resuelve exactamente los mismos pares que r_1, y al menos, uno más. No hablamos de cantidad, sino de que sean exactamente las mismas entidades. Y al menos, una más.

Con QRE, en cardinales finitos, no hacía falta este matiz, pues podíamos tener dos relaciones muy diferentes, pero que sus QREs solo diferían en 2 unidades. Cuando hablamos de cantidades transfinitas, un elemento más, o un elemento menos, suele llevarnos a obtener el mismo cardinal transfinito, INDISTINGUIBLE. Sería imposible juzgar la mejora basándonos en 'la cantidad' de pares dentro de $NWSP$. PERO al definir que sean EXACTAMENTE los mismos entes, que en r_1, ignorando su cardinal, y encima tenemos, al menos, uno más, o dos, resueltos en r_2, podemos afirmar con total seguridad que ha sucedido una mejora entre las relaciones.

3.10.2. Mejora sustancial

Una MEJORA SUSTANCIAL, entre r_1 y r_2, sucede cuando entre ambas hay una mejora, y la cantidad de nuevos pares, transferidos de $NWSP$ a WSP, tiene un cardinal igual al cardinal del Dominio.

Esta condición es una necesidad. Si en algún momento queremos empezar a transferir TODOS los pares de (Dominio X Dominio), desde $NWSP$ a WSP, más nos vale empezar a movernos en cantidades 'cercanas' al cardinal del Dominio. Si ni siquiera llegamos a transferencias cercanas al cardinal del Dominio, menos aún llegaremos a Dominio X Dominio. En el caso de cardinales transfinitos nos vemos obligados a que sean cardinales iguales: la 'cercanía' no existe.

Con este segundo tipo de mejoras, seguimos teniendo problemas. Es 'necesario' pero no suficiente. Otra vez las típicas locuras de los cardinales transfinitos. A mi mismo se me ocurren ejemplos, donde intentamos transferir todos los pares de $\mathbb{N}X\mathbb{N}$. Creamos una serie de relaciones, a partir de un conjunto origen, y entre cada par de relaciones consecutivas r_i y r_{i+1}, tenemos MEJORAS SUSTANCIALES. Transferimos en cada una, exactamente los mismo pares que en TODAS las anteriores, pero además, se transfieren una cantidad de pares con el mismo cardinal que $\mathbb{N}$. Y aún así, en los ejemplos que se me ocurren, se podría garantizar que te has olvidado de transferir muchísimos pares. Por haber escogido muy mal las relaciones. Aunque sean infinitas relaciones.

En los cardinales transfinitos suceden locuras, como que puedes crecer cantidades iguales al mismo cardinal transfinito, y JAMÁS pasar de cierto punto. $\mathbb{N}$ es divisible en $\aleph_0$ subconjuntos disjuntos, con cardinal $\aleph_0$ cada uno, y que creen una partición de $\mathbb{N}$. Cada subconjunto a su vez, es divisible de igual forma. Solo necesito dos niveles de este potencial recursivo. Llamémoslos:
$N_1, N_2, N_3, ...$

Y cada subconjunto está dividido a su vez en, por ejemplo, usando el N_2 como ejemplo, en:
$N_{2,1}, N_{2,2}, N_{2,3}, N_{2,4}, ...$
TODOS con cardinal $\aleph_0$. Todos los subconjuntos finales son disjuntos entre sí. Da igual que provengan de diferentes o del mismo N_i. Podríamos definir una serie de infinitos pasos, en los que en cada paso, añadimos todos los $N_{2,i}$ anteriores, y un $N_{2,i}$ nuevo. En cada paso crecemos tantos elementos como tiene $\mathbb{N}$, y daría igual si tenemos infinitos pasos... Nos habríamos olvidado de todos los demás, los que están en N_1, en N_3, en N_{7000}...

Se puede crecer una cantidad transfinita igual, en infinitos pasos, y aún así olvidarte la gran mayoría de elementos de un conjunto. Esto sería igual, o más grave, si hablamos del producto cartesiano $\mathbb{N}X\mathbb{N}$, y no solo de $\mathbb{N}$.

Otra forma de verlo es el ejemplo de Aquiles y la tortuga, un poco alterado. Esta vez Aquiles, parte, en la recta Real, del número 0, y la tortuga la colocamos en el número 2. Pero ahora Aquiles, en cada paso, de una serie infinita de pasos, no va a recorrer la mitad de la distancia que le queda hasta la tortuga, sino hasta el número 1:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + ...$$

$$\frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + ...$$

La distancia entre cada uno de esos puntos, tiene $\aleph_1$ puntos. Aquiles recorre $\aleph_1$ puntos en cada paso... pero nunca va más allá del 1, quedando muy lejos de la tortuga que le espera eternamente en el número 2.

3.10.3. TPI: Transferencia de Pares Ilimitada

Para crear un fenómeno de TPI, no basta con generar un sistema de relaciones, con mejoras sustanciales entre ellas:

$$r_i \longrightarrow (MS) \longrightarrow r_{i+1}$$

Observemos que esa propiedad YA convierte a TODOS los conjuntos $NWSP$ en conjuntos que se contienen los unos a los otros:

$$NWSP_{r_1} \supset NWSP_{r_2} \supset NWSP_{r_3} \supset NWSP_{r_4} \supset NWSP_{r_5} \supset ...$$

Como los conjuntos WSP son complementarios a los $NWSP$, se comportan igual, pero en sentido inverso:

$$WSP_{r_1} \subset WSP_{r_2} \subset WSP_{r_3} \subset WSP_{r_4} \subset WSP_{r_5} \subset ...$$

Necesitamos asegurarnos de no olvidarnos de ningún elemento, de ningún par, de Dominio X Dominio. Que en nuestra creciente sucesión de pares resueltos no nos hemos olvidado de ninguno, en algún rincón oculto de la transfinidad.

Ahora se notarán mucho mis matemáticas orcas. Funcionan, pero no son bonitas. Vamos a tratar de definir el fenómeno con una serie de propiedades, posiblemente redundantes. No serán la forma más elegante, ni el conjunto mínimo de propiedades que definan el fenómeno. Podemos dejar para otro momento lo de crear expresiones matemáticas hiper-elegantes, que se leen en dos minutos y se tardan años en lograr comprender completamente.

Nos va a dar igual que algunas propiedades sobren, porque las podemos demostrar TODAS. Mejor que sobren, que falten. Recordemos que no se crearon primero, y luego se aplicaron. Al contrario, primero se ha observado un fenómeno, y se le han encontrado todas esas propiedades.

Tenemos un TPI, para casos transfinitos, si entre los conjuntos D(Dominio) y O(origen):

1. Podemos crear una (Partición de O) $= \{O_1, O_2, O_3, ...\}$
1b. El cardinal de la partición es $\aleph_0$: tenemos $\aleph_0$ subconjuntos disjuntos de O.

2. Definimos un sistema de diferentes relaciones, usando D como conjunto Dominio en cada una de ellas, y los diferentes O_k, $k \in \mathbb{N}$, como conjuntos Imagen de cada relación.
2b. Cada relación, del sistema, recibirá el nombre de:
$r_{O_1}, r_{O_2}, r_{O_3}, r_{O_4}, ..., r_{O_k}, ...$
2c. Siendo r_{O_k} la relación que usa el subconjunto O_k como conjunto Imagen.
2d. Aunque sean infinitas, enumerables, debemos buscar la forma de definir TODAS las relaciones. Sin alterarlas posteriormente.

3. Para cualesquiera dos relaciones, r_{O_k} y $r_{O_{k+1}}$, $r_{O_{k+1}}$ DEBE ser una MEJORA SUSTANCIAL (MS), respecto de r_{O_k}.

4.
$$\bigcap_{k=1}^{\infty} NWSP_{r_{O_k}} = \emptyset$$

3.10.4. ¿Por qué la intersección debe ser vacía?

¿Por qué debe existir esa intersección infinita con ese resultado? Porque, junto con las otras 3 propiedades nos garantiza que no nos hemos olvidado de ningún par.

El punto 3 ya nos garantiza que todos los $NWSP$ están contenidos los unos en los otros. Lo hacen en una sucesión decreciente de elementos, pues la contención es estricta. El siguiente $NWSP$, tiene exactamente las mismas entidades que el anterior, pero con una mejora decreciente. En cada paso decrecen una cantidad igual al cardinal del Dominio. Si la intersección infinita de todos ellos, es el conjunto vacío, significa que NINGÚN par ha sobrevivido al proceso infinito de decrecimiento. Y gracias a esa intersección, con ese resultado, sabemos que no nos hemos olvidado ningún par en ningún rincón oscuro.

La intersección infinita, con un resultado de vacío, en una sucesión de conjuntos que se contienen los unos a los otros, nos indica un mínimo para $NWSP$. Y al ser vacío, este mínimo no es mayor que un $QRE = 2$, es peor, no es mayor que $QRE = 0$. Da igual si alcanza o no un $QRE = 0$, porque ese valor puede ser su 'infimum'. Un valor que nunca se alcanza, pero que ningún valor superior a él es inalcanzable. Valores tan bajos de QRE ya indicaban similitud cardinal.

Un resultado vacío, dada la configuración de la sucesión, significa que NINGÚN par de Dominio X Dominio sobrevive dentro de $NWSP$. TODOS LOS PARES, en algún momento de la sucesión del sistema de relaciones, deben ser resueltos si queremos un resultado final de 'vacío', para la intersección del punto 4. Si un solo par, uno solo, sobreviviese a TODAS las relaciones, el resultado de vacío sería imposible. Da igual que tratemos con conjuntos de cardinalidad transfinita, no nos permitiremos ni un mínimo de $QRE = 2$.

Un infimum en QRE, define un supremum en cardinalidad. Si $QRE = 0$, tendríamos una relación inyectiva perfecta, tenerlo como infimum, implica que el supremum, de todos los subconjuntos que hemos usado como conjuntos Imagen, es el cardinal del Dominio, sea cual sea este. ESO COMO MÍNIMO. Ya que la inyectividad indica que el cardinal del Dominio NO es mayor que el cardinal del conjunto Imagen. Podremos afirmar sin rubor que el cardinal del Dominio no es mayor que el cardinal del conjunto origen, del que provienen todos los subconjuntos disjuntos que usamos como conjuntos Imagen.

¿Porque esa afirmación, de que el cardinal del Dominio, es el supremum, pero eso como mínimo? Porque no sabemos la calidad de cada relación. Solo las mejoras que representan entre ellas, y el resultado de la intersección infinita de todos los $NWSP$ que hemos obtenido al diseñar esas relaciones. Pero no tienen por qué ser las mejores posibles. Siempre y cuando nos permitan llegar a un resultado de vacío en la intersección infinita.

Es una medida tipo 'record del mundo': aunque no sabemos si cada $NWSP$ es el menor posible en cada caso, si nos permiten llegar al resultado final de vacío, nos vale. Aunque luego otra persona mejore cada una de nuestras relaciones diseñadas.

Y se puede dar el caso, como pasará en el caso real, que no le saquemos el máximo jugo a cada subconjunto, pero nos contentaremos con cada resultado parcial en cada relación. Serán 'suficientes' para nuestros objetivos. Entre otras cosas, aunque no sean las mejores relaciones, nos permitirán ser definidas TODAS de golpe. Será gracioso ver como cada subconjunto tiene el mismo cardinal que su conjunto origen. Si no te convence que cada uno va creciendo hasta el cardinal del Dominio, te debe convencer que la unión de todos ellos tiene, como mínimo, el cardinal del Dominio. Pero luego verás que el conjunto Origen (LCF_{2p}), tiene el mismo cardinal que cada subconjunto de su partición.

Cada subconjunto no crecerá en cardinal, pues sabremos de antemano que todos tienen el mismo. Encima, el espíritu de este trabajo es demostrar que no existe un cardinal mayor. No les veremos crecer en cardinalidad, sino en su habilidad para resolver pares de forma obvia.

En el siguiente capítulo veremos el ejemplo obvio, ya para cardinales transfinitos. Veremos un ejemplo OBVIO, concreto, en el cual se aplican todas estas propiedades. Ya sabremos antes de empezar que tienen el mismo cardinal, pero como buscamos evadir tener que hablar del cardinal de cada subconjunto, veremos como no solo crecen en cardinalidad, sino en su habilidad para resolver pares, de forma que se cumplirán las condiciones de una TPI.

Cuando veáis el ejemplo obvio, que recuperaremos de capítulos pasados, os tocará juzgar si las condiciones del TPI son suficientes para afirmar que el cardinal del Dominio no es mayor que el cardinal del conjunto Origen.

Después os adelantaré las equivalencias entre el ejemplo obvio y el real. Pero a cada equivalencia, le corresponderá un documento futuro. Ya registrados y compartidos durante años. Vamos a tratar de mejorarlos, tratando de estandarizar nomenclatura y no liarme tanto como en este documento, quitando las partes concernientes a otras ramas.

Antes de acabar este punto, quiero que observéis un detalle. Los conjuntos Imagen NO tienen un cardinal mayor que el del conjunto Origen. Podemos añadirles miembros, para que tengan la misma cantidad de miembros que la Imagen anterior, y una cierta cantidad más. NUNCA, una cantidad superior, al cardinal del conjunto Origen. Sin embargo, si el conjunto Origen tuviese cardinal $\aleph_0$, y el Dominio, cardinal $\aleph_1$, por la condición número 3, al añadir, posiblemente, $\aleph_0$ miembros a un conjunto Imagen, DEBEMOS ser capaces de resolver $\aleph_1$ pares del Dominio, NUEVOS. Y aquí estaría una de las conexiones entre los supuestamente diferentes alephs. Los conjuntos no se transforman, solo hay una conexión, una propiedad, que se vuelve evidente si estudiamos los miembros del Dominio por pares. Las demostraciones son tan sencillas que os van a decepcionar, pero que eso no os distraiga de la fuerza del concepto de esa conexión. La otra conexión sería poder categorizar los elementos de Dominio X Dominio en $\aleph_0$ Familias diferentes. Cada relación mejorará una Familia de pares completa, más todas las anteriores. Así tendríamos una conexión de $\aleph_0$ a $\aleph_1$, al resolver Familias completas, y otra conexión a la inversa, de $\aleph_1$ a $\aleph_0$, al tener tan solo $\aleph_0$ Familias.

Recuperemos el ejemplo obvio!

Capítulo 4

Vuelta al ejemplo obvio: aplicando las condiciones de la TPI

Sea A, el conjunto de todas las posibles cadenas, de tamaño finito, creadas con los símbolos del alfabeto:

Alfabeto de $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, \tilde{n}, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$

$A = \{a, b, c, ..., z, aa, ab, ..., az, ba, bb, bc, ..., zz, aaa, aab, ...\}$

Es un resultado conocido que $|A| = \aleph_0$.
* *Yo lo sé porque puedo construir una CLJA para ese conjunto. Una que produce una biyección con* $\mathbb{N}$*. Quién conozca 'vuestra referencia' genial, quién no, que pregunte a un experto en teoría de conjuntos. Yo os puedo dar una demostración... de 90 páginas. Necesitaría explicar las CLJAs. Mirad por ahí los 'polinomios de Cantor'. Con esa referencia igual lo encontráis. La biyección de Gödel, que usa en su demostración de Incompletitud, también es fácil adaptarla, creo. La que yo tengo no se basa en potencias de números primos. Me daría igual si el alfabeto es finito o infinito, si son conjuntos o t-uplas: varía solo un poco en cada caso.*

Sea $O = \mathbb{N}$.
* *Ya sabemos que tienen el mismo cardinal. PARTO DE AHÍ. Para observar que cuando, el cardinal de A no es mayor que el cardinal de O, es cuando podemos construir una TPI. En este caso sería igual,* $|A| = |O|$*: un comienzo compatible. O también lo podemos considerar un conjunto misterioso, para trabajar con él como si ignorásemos su cardinal.*

4.1. La partición del conjunto Origen

Tanto en el caso de saber que O es $\mathbb{N}$, como en el que jugamos a ignorar sus elementos, partimos de la condición que SABEMOS que de O podemos extraer los siguientes subconjuntos:

$N_1 = \{0\}$
$N_2 = \{1, 2\}$
$N_3 = \{3, 4, 5\}$
$N_4 = \{6, 7, 8, 9\}$
$N_5 = \{10, 11, 12, 13, 14\}$
$N_6 = \{15, 16, 17, 18, 19, 20\}$
...
$N_k = \{n_{k,1} = \frac{((k-1)+1)*(k-1)}{2}, \quad n_{k,2} = n_{k,1} + 1, \quad n_{k,3} = n_{k,1} + 2, \ \ldots \ , \quad n_{k,k} = n_{k,1} + (k-1)\}$
$*k \in \mathbb{N}, k > 0$
$*$*Si no me equivoco, también funciona bien cuando* $k = 1$*, cuando eso pasa, no existe* $n_{1,2}$ *y* $\frac{0}{x} = 0$
...

Ahora nos podemos preguntar si el cardinal de A NO es mayor que el de O, PERO sin mencionar en ningún momento el cardinal de cada subconjunto que hemos extraído. Vamos a buscar un camino alternativo para poder verlo. Y haremos como que no conocemos que en realidad tienen el mismo cardinal. Imaginaros que alguien os dice que tienen una diferencia cardinal ABSURDAMENTE ENORME y que no podemos usar biyecciones para refutarlo.

El primer punto de construir una TPI ya lo tenemos. Podemos observar que tenemos $\aleph_0$ subconjuntos y que todos son disjuntos entre sí. Tenemos la partición que exige el primer punto. Y esta partición lo puede ser de O o de algún subconjunto, propio o impropio, de O. Daría igual porque la conclusión final no cambiaría. Si el cardinal de A no es mayor que el cardinal de algún subconjunto de O, tampoco va a ser mayor que el de O.

4.2. Construir TODAS las relaciones

Ahora tendremos que definir una relación con cada subconjunto N_i, como conjunto Imagen, usando siempre A como conjunto Dominio. Vamos a cambiar un poco como especificar las relaciones para poder ver como se generaliza su construcción.

Para este 'ejemplo obvio', pondremos una tabla de dos filas y, supuestamente, infinitas columnas, pero solo mostraremos algunas. Las suficientes como para hacernos una idea de como sería la relación. En la fila superior irán los elementos del Dominio. En la fila de abajo irán los elementos del conjunto Imagen. Dos elementos están relacionados si están en la misma columna.

$r_{N_1} : A \longrightarrow N_1 = \{0\}$

a	b	c	d	e	f	...	z	aa	ab	...	zz	aaa	aab	...
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$r_{N_2} : A \longrightarrow N_2 = \{1, 2\}$

a	b	c	d	e	f	...	z	aa	ab	...	zz	aaa	aab	...
1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

$r_{N_3} : A \longrightarrow N_3 = \{3, 4, 5\}$

a	b	c	d	e	f	...	z	aa	ab	...	zz	aaa	aab	...
3	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

$r_{N_4} : A \longrightarrow N_2 = \{6, 7, 8, 9\}$

a	b	c	d	e	f	...	z	aa	ab	...	zz	aaa	aab	...
6	7	8	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

$r_{N_5} : A \longrightarrow N_2 = \{10, 11, 12, 13, 14\}$

a	b	c	d	e	f	...	z	aa	ab	...	zz	aaa	aab	...
10	11	12	13	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14

$r_{N_6} : A \longrightarrow N_6 = \{15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

a	b	c	d	e	f	...	z	aa	ab	...	zz	aaa	aab	...
15	16	17	18	19	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

* Sea c_i la cadena del Dominio que antes ocupaba la posición i, empezando en 1.
$r_{N_k} : A \longrightarrow N_k = \{n_{k,1} \quad , \quad ... \quad , \quad n_{k,k}\}$

$c_1 =$ a	$c_2 =$ b	$c_3 =$ c	$c_4 =$ d	c_5	...	c_{k-1}	c_k	c_{k+1}	c_{k+2}	...
$n_{k,1}$	$n_{k,2}$	$n_{k,3}$	$n_{k,4}$	$n_{k,5}$	...	$n_{k,k-1}$	$n_{k,k}$	$n_{k,k}$	$n_{k,k}$	$n_{k,k}$

$r_{N_{k+1}} : A \longrightarrow N_{k+1} = \{n_{k+1,1} \quad , \quad ... \quad , \quad n_{k+1,k} \quad , \quad n_{k+1,k+1}\}$

$c_1 =$ a	$c_2 =$ b	$c_3 =$ c	$c_4 =$ d	c_5	...	c_{k-1}	c_k	c_{k+1}	c_{k+2}	...
$n_{k+1,1}$	$n_{k+1,2}$	$n_{k+1,3}$	$n_{k+1,4}$	$n_{k+1,5}$	...	$n_{k+1,k-1}$	$n_{k+1,k}$	$n_{k+1,k+1}$	$n_{k+1,k+1}$	$n_{k+1,k+1}$

Básicamente el patrón es, partiendo de A ordenado (cualquier orden valdría), para CUALQUIER r_{N_k}, a partir de la posición k, todos tienen la misma imagen: $n_{k,k}$. Las posiciones anteriores tienen un elemento de N_k único para ellas.

Y con esto acabamos de definir infinitas relaciones de golpe. Incluso ni siquiera necesitamos construir las anteriores para saber como sería una concreta. Cumplimos las condiciones del punto 2.

4.3. Condiciones 3 y 4: mejoras sustanciales e intersección infinita igual a vacío

Ahora vamos a tener que hablar de los conjuntos $NWSP$ y WSP de cada relación. Eso implica estudiar TODO AXA, garantizando que NO nos olvidamos de ninguna combinación.

Lo que voy a hacer es raro, pero hay que recordar una cosa: os estoy explicando el CASO REAL ($P(\mathbb{N})$ vs $\mathbb{N}$) en un entorno más sencillo, donde encima YA TENEMOS SEGURIDAD de que el cardinal de A no es mayor que el cardinal de O. Estoy replicando TODOS los fenómenos que he construido para el caso real, para su TPI, en el caso obvio.

Hay muchísima intención en cada elección, aunque parezcan cosas raras al principio. La idea es quitarles complejidad, para que juzguéis la técnica de la TPI por sí misma, más fácilmente, y vosotros hagáis el camino inverso que yo hice: que vayáis del caso obvio, al real. He tenido la suerte de poder encontrar cosas más sencillas y similares para el caso obvio.

Dicho esto, un truco para estudiar AXA es dividirlo en familias: crear una partición de AXA. Al ser una partición de AXA, sabemos que entre todos los subconjuntos(entre todas las familias), estarán TODOS los pares de AXA. Lo que vamos a hacer es escoger los subconjuntos con tanta 'suerte', que serán precisamente, los pares que se transfieren en cada relación que hemos definido previamente.

4.3.1. Las Familias de pares de AXA

El truco desde el punto de vista finito

Imaginemos que tenemos el conjunto: {1,2,3,4,5}

Y queremos saber cuales son todos los pares que se pueden hacer con sus miembros.

Tiraríamos de un viejo truco que voy a exponer desarrollado:

L_0:	$(1,1)$	$(2,2)$	$(3,3)$	$(4,4)$	$(5,5)$
L_1:		$(1,2)$	$(1,3)$	$(1,4)$	$(1,5)$
L_2:			$(2,3)$	$(2,4)$	$(2,5)$
L_3:				$(3,4)$	$(3,5)$
L_4:					$(4,5)$

**Una linea más y solo podríamos crear pares con el mismo elemento, y eso ya estaría reflejado en* $L_0 : (5,5)$.

En la primera Linea, L_0, ponemos todos los pares que no tienen inverso: los que están formados por el mismo elemento.

En el resto de lineas, si considerásemos que el conjunto $\{1,2,3,4,5\}$ sigue el orden de posicionamiento, de la t-upla (1,2,3,4,5), en cada linea, $L_j, j \in \mathbb{N}, j > 0$, ponemos los pares formados por el elemento en la posición j, a la izquierda, y TODOS los elementos que están más allá de la posición j, en la derecha. Los que estén en una posición $i, i > j$.

**No basta la condición de decir: TODOS los pares que contengan el elemento en la posición j. Pues el $(1, 3)$ sería miembro de L_1, pero el $(3, 1)$ sería miembro de L_3 y L_1, solo con esa condición. Buscamos no añadir el mismo par, más de una vez, en diferentes fases. Buscamos no sólo recorrerlos todos, sino crear familias de pares disjuntas.*

Para rematar, a partir de L_1 en adelante, también añadiremos a cada L_j, los inversos de los pares que añadimos siguiendo la anterior condición.

**Los pares formados por el mismo elemento no tienen inverso.*

Una rápida comprobación informal:
1. En la L_0 tenemos 5 pares. Tantos como el cardinal del conjunto.
2. A partir L_1, tenemos 10 pares, pero hay que contar sus inversos.
3. TOTAL de PARES $= 5 + (10 * 2) = 25$.
4. El cardinal del producto cartesiano de $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, por sí mismo, es 25. Parece que encaja bien, que los hemos creado todos.

NO es una demostración, solo intento explicar la técnica que voy a usar a continuación. Mi instinto me dice que es la forma correcta de recorrer TODOS los pares de cadenas dentro de A, en el caso obvio. Pero no sé demostrarlo. Os proveo de un caso más simple, para que comparéis. Es muy posible que ya sepáis que es la forma correcta de recorrerlos. Pero yo solo tengo mi instinto. En este tipo de puntos os corresponde juzgar si mi instinto cuadra con vuestros conocimientos, y para ayudaros, he puesto el ejemplo finito.

Siendo más complejo el caso real, ahí si puedo demostrar que los recorremos todos. Y que las familias son disjuntas. Curioso. Las técnicas son diferentes.

La distribución de Familias de AXA

F_0: Serán los pares de cadenas finitas de AXA, que están formados por la misma cadena: (c_i, c_i)

F_1: Serán los pares, que a la izquierda tienen la cadena en la posición 1, y a la derecha, todas las posibles cadenas en las posiciones mayores que 1. Y los inversos de los pares que cumplan esta condición.

F_2: Serán los pares, que a la izquierda tienen la cadena en la posición 2, y a la derecha, todas las posibles cadenas en las posiciones MAYORES que 2. Y los inversos de los pares que cumplan esta condición.

F_3: Serán los pares, que a la izquierda tienen la cadena en la posición 3, y a la derecha, todas las posibles cadenas en las posiciones MAYORES que 3. Y los inversos de los pares que cumplan esta condición.

...

$F_k, k > 0, k \in \mathbb{N}$: Serán los pares, que a la izquierda tienen la cadena en la posición k, y a la derecha, todas las posibles cadenas en las posiciones MAYORES que k. Y los inversos de los pares que cumplan esta condición.

$F'_k = \{(c_k, c_j) \in AXA \ / \ j > k\}$
$F''_k = \{(c_j, c_k) \in AXA \ / \ (c_k, c_j) \in F'_k\}$
$F_k = F'_k \cup F''_k$

Posiblemente se pueda escribir solo como:
$F_k = \{(c_k, c_j), (c_j, c_k) \in AXA \ / \ j > k\}$
$j, k \in \mathbb{N}, k > 0$
*Se presupone que al ser $j > k$ es $j > 0$.

Si no funciona bien la última definición de F_k, tenemos la penúltima, y si esta fallase, tenemos la de texto. Intento adaptarme a vosotros, pero los pequeños fallos en estas cosas serían muy fácilmente arreglables. Espero que se entienda, y que estos fallos no se consideren críticos. Entiendo que a muchos os pueda molestar mis fallos básicos, pero es que YO NO soy matemático. La idea es exponer las cosas de forma que se reduzca el esfuerzo de escribirlas con absoluta formalidad en un futuro.

Bueno, siguiendo por donde estábamos, tenemos una Familia, por cada posición del conjunto ordenado A, más la familia inicial F_0. Serían todas disjuntas entre sí, porque seguimos un patrón IDÉNTICO al del ejemplo finito $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Otra forma de verlo sería que como ponemos la condición que $j > k$, y k, es el subíndice de la Familia, en los pares de las familias posteriores, no va a aparecer la cadena de A que está en la posición k. Tendrías cadenas, como mínimo, de la posición $k + 1$ en adelante. Sin considerar F_0 que es un caso especial. Así que los pares de una Familia, no aparecen en las Familias posteriores, haciéndolas todas disjuntas.

Tendríamos TODOS las posibles combinaciones de AXA, porque seguimos el patrón del ejemplo $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Tenemos una partición de AXA. $\aleph_0$ Familias de pares de AXA. Disjuntas entre sí. No nos hemos olvidado de ningún par al crear las Familias. Todas las familias tienen el mismo cardinal que el conjunto Dominio: $\aleph_0$.

4.3.2. Las Familias y las relaciones

Observemos que sucede con r_{N_1}

$r_{N_1} : A \longrightarrow N_1 = \{0\}$

a	b	c	d	e	f	...	z	aa	ab	...	zz	aaa	aab	...
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Todos los elementos de A, tienen la misma imagen, el mismo elemento de N_1: 0. PERO, gracias a la definición de inyectividad podemos considerar los pares formados por el mismo elemento como resueltos. Da la casualidad, que esos son los pares dentro de la Familia F_0:

$WSP_{r_{N_1}} = F_0$
$NWSP_{r_{N_1}} = F_1 \ \cup \ F_2 \ \cup \ F_3 \ \cup \ ...$
$QRE = \aleph_0$

**Fijaros que a partir de la primera posición, todas las cadenas tienen la misma imagen*

Observemos que sucede con r_{N_2}

$r_{N_2} : A \longrightarrow N_2 = \{1, 2\}$

a	b	c	d	e	f	...	z	aa	ab	...	zz	aaa	aab	...
1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Como nos indica la fórmula general para las relaciones, a partir de la segunda posición, para r_{N_2}, todas las cadenas tiene la misma imagen. No merece la pena preguntarse por los pares tipo: (b, c) o (b, d) o (f, z)... Todos esas cadenas, de esos pares, están a partir de la segunda posición, y todas tienen la misma imagen.

La novedad es que 'a', que está en la primera posición, está asociada a un elemento único. Diremos que TODOS los pares formados por 'a', y TODOS las posibles cadenas que tenga a la derecha, en esa tabla infinita, estarán bien resueltos. Tendrán imágenes diferentes, porque ninguna cadena más está asociada con el '1', en r_{N_2}.

¡Qué casualidad! La cadena 'a' está en la posición 1 y esos pares coinciden con los pares que forman la Familia F_1

Los pares formados por el mismo elemento, están bien resueltos en cualquier relación. De nuestra serie infinita de relaciones. En cuanto asocies esa cadena, a un elemento, dará igual si ese elemento, se usa de forma única, o se repite en otras cadenas. A la definición de inyectividad eso le da igual en este tipo de pares del Dominio. Son la misma cadena, tienen la misma imagen: está bien resuelto.

Los medidas quedarían:

$WSP_{r_{N_2}} = F_0 \ \cup \ F_1$
$NWSP_{r_{N_2}} = F_2 \ \cup \ F_3 \ \cup \ F_4 \ \cup \ ...$
$QRE = \aleph_0$

Observemos que sucede con r_{N_3}

$r_{N_3} : A \longrightarrow N_3 = \{3, 4, 5\}$

a	b	c	d	e	f	...	z	aa	ab	...	zz	aaa	aab	...
3	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

Como siempre, la familia F_0 está bien resuelta si todas las cadenas tienen imagen.

La cadena 'a' está relacionada con un elemento único. El 3. Está, al igual que en la relación anterior, en la posición 1: tenemos bien resuelta la Familia F_1.

La cadena 'b' está relacionada AHORA, con un elemento único también. El 4. Las combinaciones con todas las cadenas que tiene a la derecha, estarán bien resueltas. La combinación concreta consigo misma, está en F_0. Las combinaciones a la izquierda: (a, b) y (b, a), están en F_1. Estos pares de combinaciones, entre la cadena 'b', en la posición 2, y todas las cadenas que tiene a la derecha, son los pares que entran dentro de la Familia F_2.

Recordemos u observemos que la Familias F_0, F_1 y ahora, F_2, tienen cardinal $\aleph_0$. De hecho TODAS las Familias lo tienen, porque en esa tabla infinita, a la derecha de cualquier posición, hay infinitas cadenas. Infinitas combinaciones posibles de pares.

El resto de pares son combinaciones de cadenas más allá de la posición 2. Todas con la misma imagen: mal resueltas

Las medidas quedan:

$WSP_{r_{N_3}} = F_0 \ \cup \ F_1 \ \cup \ F_2$
$NWSP_{r_{N_3}} = F_3 \ \cup \ F_4 \ \cup \ F_5 \ \cup \ F_6 \ \cup \ ...$
$QRE = \aleph_0$

Observemos que sucede con r_{N_4}

$r_{N_4} : A \longrightarrow N_2 = \{6, 7, 8, 9\}$

a	b	c	d	e	f	...	z	aa	ab	...	zz	aaa	aab	...
6	7	8	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

La Familia F_0 bien resuelta por defecto: todas las cadenas tienen una imagen.

La cadena en la posición 1,'a', está relacionada con un elemento único (6): F_1 está bien resuelta.
La cadena en la posición 2,'b', está relacionada con un elemento único (7): F_2 está bien resuelta.

La cadena en la posición 3, 'c', está relacionada con un elemento único (8). Todas las combinaciones entre ella y cadenas que estén a su derecha, tendrán imágenes diferentes. Estarán bien resueltas. Ella misma, con ella misma, está dentro de la Familia F_0. Sus combinaciones con cadenas a su izquierda, están en las Familias F_2 y F_1: las familias previas a F_3. Y.. ¡Qué casualidad! Todas las cadenas que son combinaciones de la cadena en la posición 3, con las cadenas a su derecha, son los pares de cadenas de la Familia F_3.

El resto de combinaciones de pares, estarían mal resueltas. Están todas formadas por cadenas más allá de la posición 3. Y todas están asociadas a la misma imagen, el 9.

Las medidas quedarían:

$WSP_{r_{N_4}} = F_0 \ \cup \ F_1 \ \cup \ F_2 \ \cup \ F_3$
$NWSP_{r_{N_4}} = F_4 \ \cup \ F_5 \ \cup \ F_6 \ \cup \ F_7 \ \cup \ F_8 \ \cup \ ...$
$QRE = \aleph_0$

Sigamos el patrón con r_{N_5} y r_{N_6}

$r_{N_5} : A \longrightarrow N_2 = \{10, 11, 12, 13, 14\}$

a	b	c	d	e	f	...	z	aa	ab	...	zz	aaa	aab	...
10	11	12	13	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14

$WSP_{r_{N_5}} = F_0 \ \cup \ F_1 \ \cup \ F_2 \ \cup \ F_3 \ \cup \ F_4$
$NWSP_{r_{N_5}} = F_5 \ \cup \ F_6 \ \cup \ F_7 \ \cup \ F_8 \ \cup \ F_9 \ \cup \ ...$
$QRE = \aleph_0$

$r_{N_6} : A \longrightarrow N_6 = \{15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

a	b	c	d	e	f	...	z	aa	ab	...	zz	aaa	aab	...
15	16	17	18	19	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

$WSP_{r_{N_6}} = F_0 \ \cup \ F_1 \ \cup \ F_2 \ \cup \ F_3 \ \cup \ F_4 \ \cup \ F_5$
$NWSP_{r_{N_6}} = F_6 \ \cup \ F_7 \ \cup \ F_8 \ \cup \ F_9 \ \cup \ F_{10} \ \cup \ ...$
$QRE = \aleph_0$

Tabla resumida de medidas por relación

Relación	Lista Familias BIEN Resueltas (WSP)	Lista Familias MAL resueltas (NWSP)	QRE
r_{N_1}	F_0	$F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6, F_7, F_8, F_9, F_{10}, ...$	$\aleph_0$
r_{N_2}	F_0, F_1	$F_2, F_3, F_4, F_5, F_6, F_7, F_8, F_9, F_{10}, ...$	$\aleph_0$
r_{N_3}	F_0, F_1, F_2	$F_3, F_4, F_5, F_6, F_7, F_8, F_9, F_{10}, ...$	$\aleph_0$
r_{N_4}	F_0, F_1, F_2, F_3	$F_4, F_5, F_6, F_7, F_8, F_9, F_{10}, ...$	$\aleph_0$
r_{N_5}	F_0, F_1, F_2, F_3, F_4	$F_5, F_6, F_7, F_8, F_9, F_{10}, ...$	$\aleph_0$
r_{N_6}	$F_0, F_1, F_2, F_3, F_4, F_5$	$F_6, F_7, F_8, F_9, F_{10}, ...$	$\aleph_0$
r_{N_7}	$F_0, F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6$	$F_7, F_8, F_9, F_{10}, ...$	$\aleph_0$
...	...	...	$\aleph_0$
r_{N_k}	$F_0, ..., F_{k-1}$	$F_k, F_{k+1}, F_{k+2}, F_{k+3}, ...$	$\aleph_0$
$r_{N_{k+1}}$	$F_0, ..., F_{k-1}, F_k$	$F_{k+1}, F_{k+2}, F_{k+3}, ...$	$\aleph_0$
...	...	...	$\aleph_0$

4.3.3. Observaciones finales

Podemos observar como cada relación representa una MEJORA SUSTANCIAL respecto a su relación anterior. Cada relación resuelve EXACTAMENTE las mismas Familias de pares, que la relación con índice anterior, y una Familia más. El cardinal de cada Familia, de pares de AXA, es $\aleph_0$, que es el mismo cardinal que el Dominio. **Cumplimos el punto 3 de una TPI**.

Luego tenemos que:

$$\bigcap_{k=1}^{\infty} NWSP_{r_{N_k}} = \emptyset$$

Da igual que par de cadenas se te ocurra mencionar.
Ese Par de cadenas pertenece a alguna Familia de pares de cadenas F_k.
Las Familias forman una PARTICIÓN de AXA, por lo tanto contienen TODOS los pares posibles. Sin dejarse uno.
La Familia F_k, es eliminada de $NWSP$, A PARTIR, de la relación $r_{N_{k+1}}$.
NINGÚN par sobrevive al proceso infinito de mejora, porque no sobrevive ninguna Familia.
El valor de la intersección infinita de todos los $NWSP_{r_{N_k}}$, es el conjunto $\emptyset$.

Cumplimos el punto 4. Podemos decir que hemos construido una TPI para los conjuntos A y O.

¿Que significado tiene una TPI? Recordemos. Para Cantor, si O tuviese un cardinal estrictamente menor que A, DEBERÍA existir un tope, una Familia máxima, que no podemos resolver COMPLETA. Pero el caso supremum de Familias Bien Resueltas, es resolverlas TODAS. Ninguna cantidad inferior a TODAS las Familias va a quedar sin resolver.

Estoy de acuerdo en que usamos infinitas relaciones, pero al crearlas no hemos necesitado alterar el cardinal de O. Y cuando hacemos trampas, repitiendo imágenes, de cada subconjunto N_k, eso queda registrado en el conjunto $NWSP$ de cada relación. El caso supremum de las trampas, es el mismo que su infimum: NO HACERLAS. WSP tiende a ser TODOS los pares, y $NWSP$ tiende a $\emptyset$. Nada más pequeño, en el caso de WSP, es inalcanzable. En el caso de $NWSP$, nada más grande que $\emptyset$ es inalcanzable.

No solo porque nos podemos crecer hasta esos extremos todo lo que queramos, sino porque lo hacemos en infinitas fases. No solo mis subconjuntos de O pueden crecer hasta donde quieran, con su habilidad resolviendo pares, hasta el cardinal de A como supremum, sino que encima tengo infinitos subconjuntos disjuntos. La unión de todos ellos acentúa aún más la conclusión. Al igual que nos pasaba en los ejemplos triviales de conjuntos finitos, pudimos observar que solo con 4 fases, el conjunto original YA SUPERABA en cardinal al Dominio con creces, para poder crear los 4 subconjuntos de cada fase y tener un mínimo de $QRE = 2$. Imaginaos un mínimo de $QRE = 0$, aunque no forme parte de la serie, pero en infinitas fases!!

Si no existe un tope, que no sea el caso de la inyectividad perfecta, eso indicaría que:
$|A|$ No es mayor que $|O|$.

SI, era un dato que ya sabíamos, PERO es que no hemos mencionado para nada, en ningún momento, el cardinal de cada subconjunto N_i. Y hemos logrado llegar a la misma conclusión, obvia, que llegamos la primera vez que hablamos del caso obvio. Gracias a poder construir una TPI.

La capacidad de poder resolver cada vez más pares, para MI, y espero que para vosotros, está estrechamente relacionada a la cardinalidad de cada subconjunto N_i. También a como hemos diseñado cada relación. Podrían no ser las mejores versiones... pero me permiten un valor final de la intersección infinita igual a $\emptyset$. No necesito más. PUEDO IGNORAR el cardinal de cada subconjunto, para obtener conclusiones similares.

Otra observación es que un sistema de relaciones, NO ES UNA RELACIÓN. Una TPI será lo que queráis, pero no es una biyección, ni una inyectividad. Aunque juegue con el concepto de inyectividad. Casi desde el comienzo sabíamos que entre O y A DEBERÍA existir una biyección. El conjunto origen $O = \mathbb{N}$. A es un conjunto que se sabe que es enumerable (según las definiciones actuales). Existe una biyección entre ellos, y se puede construir una TPI con ellos. ¡Qué sorpresa!

¿Que pasaría si Cantor demuestra que no puede existir una biyección entre $P(\mathbb{N})$ y $\mathbb{N}$, pero SÍ existe una TPI entre ellos, siendo $P(\mathbb{N})$ el conjunto Dominio, y $\mathbb{N}$ el conjunto ORIGEN? Bueno, en realidad, entre un conjunto equipotente con el primero, y otro equipotente con el segundo.

Sería una contradicción, un contraejemplo del Teorema. También demostraría que, entre otras cosas, la demostración está mal por no descartar este segundo método, ya que no son equivalentes. PERO ESO DEPENDE de que se considere a la TPI, una técnica VÁLIDA para comparar cardinalidades transfinitas.

4.3.4. Un detalle importante sobre las TPI

Antes de empezar a adelantar las equivalencias entre el caso obvio y el real. Hay un detalle importante sobre las TPI. ¿Os habéis fijado que todos los QRE, de todas las relaciones, son infinitos? Consultad la tabla resumida de medidas por relación. De hecho tienen el mismo valor que el cardinal del Dominio.

Imaginaros que alguien llega, y decide IGNORAR el resultado de la intersección infinita. Después de compartirla a regañadientes. Decide ignorar lo que significa $QRE = 0$, como valor y como límite, como tope. Decide ignorar casi toda la exposición y solo se queda con ese dato:
En cada relación nos faltan una cantidad de pares por resolver igual al cardinal del Dominio. Cada $QRE = \aleph_0$.

No contento con solo concentrarse en esa única observación aislada, lanza una conclusión contundente: El cardinal de A es ESTRICTAMENTE mayor que el cardinal de O, y la prueba de ello son todos los valores QRE.

La conclusión, adaptada al caso obvio, es que conseguimos las mejoras gracias a las repeticiones. Las repeticiones nos permiten ALTERAR el cardinal de los subconjuntos, haciendo que de facto, tengan el cardinal del dominio de una forma sutil. Dejando caer que somos capaces de resolver repeticiones, gracias a que hemos creado repeticiones.

Ignorando en todo momento la definición de $NWSP$: si para resolver una repetición, creo otra, esta acabaría dentro de $NWSP$, también, impidiéndome que decrezca. ADEMÁS, ignorando la definición de mejora. Cuando transferimos una Familia de WSP a $NWSP$, no se crean repeticiones nuevas. Y el hecho de que existan repeticiones, en grandes cantidades, no es algo que se haya ocultado en la exposición.

Habría tanto que comentar que me cuesta comenzar por algún sitio. Lo ideal del caso obvio es que conocemos de ANTEMANO los cardinales de ambos conjuntos. Todos esos valores QRE no los van a cambiar. Antes de la TPI para el caso obvio, podíamos hablar del cardinal de cada subconjunto N_i. Decíamos que cada subconjunto podía crecer en cardinalidad, hasta el cardinal del Dominio, aunque ninguno lo alcanzase nunca. La unión de todos los N_i, SÍ tenía un cardinal igual o mayor que el cardinal del Dominio.

Y para decirlo, NO NOS MOLESTABA, que a cada subconjunto le faltasen una cantidad de elementos, igual al cardinal del Dominio, para alcanzar el objetivo final. Menos aún se nos ocurría decir que A tenía un cardinal estrictamente mayor que O, por culpa de esa falta en cada subconjunto.

Sería UNA OBSERVACIÓN IRRELEVANTE. Un dato curioso pero irrelevante. Las faltas de cardinalidad infinita, en cada subconjunto disjunto, N_i, de O, tienen tanta relevancia como los valores QRE de cada relación en nuestra TPI, del caso obvio. Ninguna. Como no la tenía la observación de que a cada paso de Aquiles, la distancia que lo separaba de la tortuga siempre tenía $\aleph_1$ puntos Reales.

Son observaciones IRRELEVANTES para la conclusión.

Otra forma de verlo es: si piensas que el hecho de que SIEMPRE sobran una cantidad absurdamente grande de pares sin resolver, significa que el resultado de la intersección infinita no tiene ningún sentido práctico... PREGUNTO: ¿Cuántos elementos, cuántos pares, tiene ese supuesto conjunto de pares que sobrevive a los infinitos pasos de mejora? Reto a cualquiera a mencionar un único par, de todos los $\aleph_0$ X $\aleph_0$ pares que existen en el ejemplo obvio, o todos los $\aleph_1$ X $\aleph_1$ pares que existirán en el ejemplo real. Si dices que $NWSP$ tiene un cardinal mayor que 0, al final de todo el proceso de mejora, debes ser capaz de mencionar al menos UN par concreto.

Como ya dije antes, si partimos de que ese dato NO es irrelevante. Una antigua rama descartada demostraría que $P(\mathbb{N})$ No tiene un cardinal mayor que $\mathbb{N}$. Cumplir las condiciones del Naive CA Theorem significa que el cardinal del Dominio NO es mayor que el cardinal del conjunto Imagen. Para demostrar que NO se cumple el Naive CA Theorem, solo hace falta un par, SOLO UNO, de elementos del Dominio. Un solo par, para el que hayamos eliminado todos los naturales asociados, a cada miembro del par, por pertenecer al conjunto imagen de diferentes elementos, al mismo tiempo (Recordemos: relaciones que no son función), en una relación previamente definida (La FLJA abstracta: las relaciones r_{θ_k} son solo una partición de esa relación).

Da igual el poder de combinatoria de $P(\mathbb{N})$ X $P(\mathbb{N})$, o de $SNEIs$ X $SNEIs$. Ese par NO EXISTE. Para TODO posible par $(SNEI_a, SNEI_b)$, SIEMPRE nos sobrarán infinitos naturales disjuntos entre ellos, da igual si preguntas por un solo par cualesquiera o si los vas acumulando. Recordemos que mencionar a un par, es mencionar a toda su familia, porque las resolvemos todas de golpe, creando imágenes disjuntas, para TODOS los pares dentro de la misma Familia. Eso también va a pasar en el ejemplo real. La inyectividad solo es un caso particular: cuando los Packs tienen un solo elemento, ser disjuntos y diferentes es lo mismo.

Al igual que en una TPI, ese conjunto de naturales únicos (Pack) para cada posible elemento del Dominio, en cada paso, tiene cardinal infinito, pero la única forma de dejarlo vacío es después de una cantidad infinita de pasos, en los que en cada paso vas probando pares diferentes. Es el mismo fenómeno a la inversa. En la rama descartada $P(\mathbb{N})$ es incapaz de desbordar a $\mathbb{N}$, que siempre tiene opciones disponibles. Al igual que una diagonalización demuestra que a $\mathbb{N}$ le resulta imposible desbordar o cubrir a $P(\mathbb{N})$, porque siempre tiene 'opciones', siempre existe un elemento externo que se puede crear. Todas las opciones creadas a priori: el elemento externo ya formaba parte del conjunto supuestamente con mayor cardinal; todos los PACKS han sido definidos en una relación previamente definida antes de comenzar a preguntar por los pares...

Esto me ha hecho comprobar una antigua idea: si dos conjuntos tienen el mismo cardinal transfinito, hay formas de hacer aparentar que uno tiene un cardinal mucho mayor que el otro. Al igual que podemos tratar de engañar a alguien diciendo que hay el doble de naturales que de pares, puedo crear una relación que haga creer a alguien que existen un millón de números pares por cada número natural (incluso infinitos).

Decir que tienes un conjunto gigantesco (la cantidad de pares sin resolver), pero ser incapaz de nombrar un solo miembro dentro de él, es una afirmación un poco frágil. Con los Packs me pasaba lo mismo: sabía que en cada paso, de todos los infinitos pasos, sus cardinales eran siempre infinitos, pero era incapaz de nombrar un solo natural único que sobreviviese a TODAS las familias, a todos los pasos, en cada Pack.

Si es irrelevante en un lado, lo es en el otro. Si el vacío final, es relevante para descartar la idea de los Packs, lo es aquí para ignorar a quién se le ocurra decir que los valores QRE nos pueden hacer IGNORAR la intersección infinita. Como podemos comprobar en el caso obvio, por conocer de antemano los cardinales de los conjuntos. Fenómeno que replicaremos en el caso real.

Capítulo 5

Equivalencias

5.1. La importancia de este documento

Lo importante de todo este documento, es decidir, dando algo de cancha con el rigor, si el ser capaz de crear un fenómeno de TPI, entre dos conjuntos, me permite afirmar cosas sobre sus cardinalidades, transfinitas o no. Escogiendo adecuadamente quién hace de Dominio y quién de Origen.

ESO ES CRUCIAL. Lo más importante de este y futuros documentos.

Como ya he dicho, el resto son HECHOS MATEMÁTICOS, tan sólidos, que tengo más de dos chequeos no oficiales para cada punto. Ojalá penséis que es una cuestión tremendamente obvia y que en realidad, NO se puede construir una TPI entre $P(\mathbb{N})$ y $\mathbb{N}$. Eso significaría que la totalidad del trabajo es correcta.

Mi problema NUNCA ha sido recrear el fenómeno, sino dotarlo de significado. ESTE es el documento que trata de dotar de significado al fenómeno. El que me avala a emitir la conclusión cuando el fenómeno existe. El fenómeno de por sí, existe hace años.

Una lectura apresurada, una conclusión rápida, dada la obviedad del fenómeno, PARA MÍ, os va a llevar a un camino que ya me conozco: "No sé donde está el error, pero DEBE estar en alguna parte". Porque a partir de aquí, las cosas son todavía más sólidas. No sé como evitar que achaquéis a un despiste, a una lectura apresurada, al cansancio, la invalidez del trabajo. Solo porque el error DEBE estar en alguna parte. Solo porque es imposible, que el emperador ande desnudo por las calles, y que su traje, sea una patraña. Negando vuestra propia razón, y lo que ven vuestros ojos. No hay herramientas para derrotar esa actitud. Solo puedo tratar de convenceros, una y otra vez, de vuestra propia opinión en cada punto. Para que por fin, podamos empezar a admitir la validez de cada punto, y aceptar a dónde nos llevan.

5.2. Ahora sí, las equivalencias

La primera va a ser la equivalencia del concepto de inyectividad. Veremos que si se cumplen las condiciones del Naive CA Theorem, podemos obtener las mismas conclusiones que con una inyectividad. Y también veremos, que esas condiciones dependen de igual forma, de estudiar Dominio X Dominio. Pero todo aplicado a relaciones que tienen más de una imagen, por cada elemento del Dominio. En nuestro caso la proporción serán infinitos números naturales, por cada elemento del Dominio. No se puede lograr tal cual, pero si una TPI, basada en el Naive CA Theorem, en vez del concepto de inyectividad. Para cada par del Dominio no preguntaremos si tiene UN elemento diferente, sino si los PACKS, de cardinal infinito, de números naturales, asignados a cada elemento del Dominio, son disjuntos entre sí. No pueden tener ni un solo número natural en común.

Como para resolver el problema, aplicamos una estrategia de divide y vencerás, hay subconjuntos de $P(\mathbb{N})$, resueltos con biyecciones, con algunos subconjuntos de $\mathbb{N}$. PRECISAMENTE, las partes de $P(\mathbb{N})$ que tienen representación finita. Hay otros, para los que la biyección parece un imposible, para mí y para Cantor, así que aplicaremos la técnica de las TPI.

El conjunto Dominio será un equipotente, de un subconjunto de $P(\mathbb{N})$ con su mismo cardinal. Se llamará $SNEIs$, y es equipotente con el conjunto formado por TODOS los posibles subconjuntos de $\mathbb{N}$, con cardinal infinito.

El conjunto Origen será un equipotente de un subconjunto de $\mathbb{N}$. Sería espectacular que tuviese cardinal finito, pero no. El equipotente con $\mathbb{N}$ es la unión ($LCF \cup Previos$). Podríamos demostrar la biyección entre ellos, y aportaremos el código en python que la codifica, pero para ahorrar tiempo nos conformaremos con demostrar que DEBE existir, o se crearía una contradicción del Teorema de Cantor y sus consecuencias. Hay una partición de LCF formada por: LCF_1 y LCF_2. Sobre LCF_2, creamos otra partición formada por: LCF_{2p} y LCF_{2c}. Nuestro conjunto ORIGEN será LCF_{2p}.

A LCF_{2p} le crearemos la última partición. Obtendremos de él, $\aleph_0$ subconjuntos disjuntos diferentes, y cada una será la Imagen de una relación. Cada uno de esos subconjuntos se llamarán: universo θ_k. Este será nuestro punto 1 de la TPI.

A cada relación la llamaremos: r_{θ_k}. Este sistema de relaciones, será el punto 2.

Crearemos una TPI entre $SNEIs$ como conjunto Dominio y LCF_{2p} como conjunto ORIGEN.

SNEIs X SNEIs se podrá categorizar en $\aleph_0$ Familias disjuntas de pares. Sin olvidarnos ningún par.

Cada relación r_{θ_k} resolverá una Familia de golpe. No solo ella, sino todas las Familias anteriores. Entre ellas habrán mejoras sustanciales. Ese sería nuestro punto 3.

Esto será curioso. Al igual que en el caso obvio, cuando cada N_i tenía un elemento más que el anterior, nos permitía transferir $\aleph_0$ pares nuevos. En el caso real, cada θ_k, aparentará tener $\aleph_0$ más elementos que el anterior, pero eso nos permitirá hallar la forma de resolver una Familia más: transferir $\aleph_1$ pares nuevos.

Si dices directamente que $\aleph_0$ elementos te permiten resolver una cantidad $\aleph_1$ de problemáticas, la gente no se lo cree de primeras. Hasta que la demostración les decepciona, incluso. PERO ES CORRECTA. Pero la observación es tan obvia como si dijese que UN solo elemento me permite resolver $\aleph_0$ problemáticas. Como vimos en el ejemplo obvio. La construcción es un poco más farragosa, nada más.

La intersección de todos los conjuntos $NWSP$, de cada r_{θ_k}, va a ser igual a $\emptyset$.

$$\bigcap_{k=1}^{\infty} NWSP_{r_{\theta_k}} = \emptyset$$

Y este sería nuestro punto 4.

Una vez hecha la construcción de la TPI, pasaríamos a emitir el mismo juicio que en el caso obvio entre A y O:
$|SNEIs|$ NO es mayor que $|LCF_{2p}|$.

Cerraríamos así la única rama pendiente de nuestra estrategia de divide y vencerás, y podríamos decir tranquilamente que:
$|P(\mathbb{N})|$ NO es mayor que $|\mathbb{N}|$.

REPITO. No es que el fenómeno no exista o no se pueda construir: todo depende de si consideráis la TPI una técnica válida.

Una vez reconocida, y publicadas las equivalencias, si no encontráis el error, eso haría digno el trabajo de que se llame a otra gente, con más experiencia en el campo, que no lo juzgue por tonterías del formato. Y de por fin, espero, poder trabajar codo a codo con gente, en un análisis realmente profundo. Pero esta vez con recursos.

Todas las equivalencias ya están publicadas en foros públicos o registradas. Solo que son una maraña caótica de diversos intentos de dotar de significado al fenómeno de las TPI. La idea es reescribirlos, siendo más certero y corto en la exposición.

Hablar directamente ahorra la exposición de muchas suposiciones, que no sé si vais a crear. Cada aclaración que penséis que es exagerada, está basada en la experiencia. Es más rápido y más sencillo, hablar directamente, pero más agotador al cabo de las horas. Un simple asentimiento de cabeza puede ahorrar mucho tiempo. Entiendo que el pdf es más cómodo, pero no me tenéis a mi para discutir observaciones. Ver como un compañero, asiente con la cabeza, donde creemos que está el error, sería un bálsamo para evitar juicios sumarísimos apresurados.

Pediría no analizarlo eternamente. Yo estoy accesible para responder cualquier duda, siempre y cuando se venga con un espíritu colaborador interdisciplinar. Se puede compartir como un desafío curioso, no hace falta posicionarse para compartirlo. Ni emitir un juicio final. Cuando más gente lo analice en paralelo, antes podremos llegar a algún punto antes de morirme. 'El no poder encontrar un fallo' ya lo hace merecedor de ser compartido.

YA SOLO considerar la TPI una técnica válida, para comparativas cardinales transfinitas, ya debería daros una pista: NO ES UNA BIYECCIÓN. Las biyecciones o inyecciones, no son la única forma de comparar cardinalidades infinitas. Podríais tener esperanzas de que fuesen técnicas equivalentes, pero la demostración del Teorema de Cantor, que tan perfecta os parece, os arrebata esa esperanza. Eso y el añadido de que para el resto de HECHOS MATEMÁTICOS, tengo más de dos personas diferentes, en cada uno, diciendo que son ideas correctas. Mayormente el problema está en el significado del fenómeno, no en si existe o no. Y al aceptar la TPI, lo dotáis de significado: mi punto más débil.