

# Messung der Gravitationswellen des Krebspulsars (2) in den LIGO and Virgo O3b Daten

Herbert Weidner, Am Stutz 3, 63864 Glattbach, Germany, E-mail: herbertweidner@gmx.de

26. April 2023

## ABSTRACT

Nach Kompensation von Phasenmodulation und Frequenzdrift kann das GW des Pulsars in den Aufzeichnungen aller drei Interferometer nachgewiesen werden. Die Signaturen stimmen mit den bekannten Werten überein, die mit elektromagnetischen Wellen gemessen wurden.

**Key words:** Gravitational waves

## 1 EINFÜHRUNG

Alle bisherigen Suchen nach kontinuierlichen Gravitationswellen (GW) mit verschiedenen Methoden waren erfolglos. Das ist erstaunlich, denn die LIGO-Interferometer sind extrem empfindlich und haben große Datenmengen aufgezeichnet. Mit der vorliegenden Studie ist es erstmals gelungen, die Gravitationswellen des Krebspulsars mit Standardmethoden der Nachrichtentechnik nachzuweisen.

Dies liegt auch daran, dass die Frequenz aus elektromagnetischen Wellenbeobachtungen genau bekannt ist. Astronomen am Jodrell Bank Center for Astrophysics beobachten seit Jahren den Pulsar, der sich etwa 30 Mal pro Sekunde dreht. In der Nachrichtentechnik werden sehr schwache Signale immer nach dem gleichen Prinzip empfangen: Man entfernt Störgeräusche mit extrem schmalbandigen Filtern. Die Bandbreite des Filters kann nur dann besonders klein gewählt werden, wenn die Signalfrequenz konstant ist. Unvorbereitet erfüllt keine GW diese Anforderung, da einige Effekte die Mindestbandbreite erhöhen:

- Der Krebspulsar strahlt Energie ab und deshalb nimmt die Frequenz  $f_{GW} \approx 59,225$  Hz der Strahlung mit der Geschwindigkeit  $\dot{f}_{pulsar} = -7,37 \times 10^{-10} \text{ s}^{-2}$  pro Jahr ab. Man muss die in Lyne (1993) angegebenen Werte verdoppeln, weil aus theoretischen Gründen  $f_{GW} = 2 \cdot f_{spin}$  gilt.
- Da sich die LIGO-Interferometer in 24 Stunden einmal um die Erdachse drehen, erzeugt der Dopplereffekt eine kleine periodische Frequenzverschiebung von  $\Delta f \approx \pm 85 \mu\text{Hz}$  (equation (4)).
- Da der Pulsar nahe der Ebene der Ekliptik liegt, erzeugt der Doppler-Effekt wegen der hohen Umlaufgeschwindigkeit der Erde um die Sonne (ca. 30 km/s) sehr große periodische Frequenzänderungen von etwa  $\pm 6$  mHz). Diese Frequenzunsicherheit kann durch die Wahl spezieller Beobachtungszeiträume reduziert werden.
- Gelegentlich und in unregelmäßigen Abständen ändert der Pulsar seine Rotationsfrequenz um einige Mikrohertz. Solche Ereignisse dürften kaum stören, wenn die Untersuchung auf wenige Tage beschränkt wird.

Die Aussichten, die GW des Krebspulsars zu entdecken, verbessern sich, wenn alle bekannten Modulationen identifiziert und eliminiert werden, um das störende Rauschen durch Verringerung der Signalverarbeitungsbandbreite zu reduzieren.

## 2 DER BEOBACHTUNGSZEITRAUM

Jeden Sommer durchläuft die Sonne das Sternbild Stier, das die Explosionswolke M1 mit dem Krebspulsar als Zentrum enthält (ekliptische Länge  $\lambda = 84,1^\circ$ , ekliptische Breite  $\beta = -1,3^\circ$ ). Am 16. Juni bilden Erde - Sonne - M1 ziemlich genau eine Linie. An diesem Tag ist die Doppler-Frequenzverschiebung, die durch die hohe Geschwindigkeit der Erde beim Umlauf um die Sonne verursacht wird, nahe Null. Da unklar ist, ob und wie die Sonne die Ausbreitung der GW beeinflusst, werden die folgenden Messungen in einem zweiten Zeitfenster mit ähnlichen Eigenschaften durchgeführt: Während eines kurzen Zeitraums von wenigen Tagen um den 16. Dezember wird die Frequenzänderung die die Erdumlaufbahn verursacht, sehr klein und ändert sich proportional zur Zeit NRAO. Da zwischen Pulsar und Erde keine Sonne stört, braucht nicht diskutiert zu werden, ob und wie die Sonne die Ausbreitung von GW beeinflusst.

Eine Messdauer von mindestens 96 Stunden gewährleistet eine ausreichende Frequenzauflösung für die nachfolgende Untersuchung. Während dieser Zeit dreht sich die Erde viermal um ihre Achse und ein Interferometer am Nullmeridian der Erde empfängt zweimal täglich – um Mitternacht und Mittag – die „wahre“ Frequenz des vom Krebspulsar erzeugten GW. Zu diesen Zeiten verschwindet die durch den Doppler-Effekt verursachte Frequenzverschiebung aufgrund der Erdrotation. Wenn diese Antenne eine isotrope Empfindlichkeit hätte, würde man die maximale Rotverschiebung um 6:00:00 UTC und die maximale Blauverschiebung um 18:00:00 UTC messen.

An diesem Referenzpunkt gibt es keine Antenne, und für die Hanford-, Livingston- und Virgo-Interferometer sind die Zeiten der Extreme der täglichen Rot- und Blauverschiebung entsprechend ihrer geografischen Position verschoben. Tabelle 1 zeigt die erwarteten Ergebnisse für Messungen, die sich Mitte Dezember in 24-Stunden-Intervallen wiederholen.

Jedes Interferometer hat eine vertikale Hauptkeule und ist unempfindlich, wenn die Quelle des GW nahe am Horizont liegt (Knoten des Antennenmusters). Dies ist jedoch der beste Zeitraum, um die maximale tägliche Frequenzverschiebung zu messen (Spalten 2 und 4 der Tabelle 1). Dementsprechend kann die resultierende Deklination der GW-Quelle ungenau bestimmt werden.

Für die Zeiten in den Spalten 3 und 5 gilt das Gegenteil, denn diese lassen sich aus den Nullstellen der Phasenverschiebung  $\phi_{day}$

**Table 1.** Sollwerte der Dopplerverschiebung der GW des Krebspulsars am 16. Dezember. Für andere Tage verschieben sich die angegebenen Zeiten um  $-237$  Sekunden pro Tag (Siderisches System). Die Livingston-Antenne liefert täglich um 6 Uhr (UTC) das beste Signal, da ihre geografische Breite etwa der astronomischen Deklination des Krebspulsars entspricht.

Position (–)	Redshift ( $\mu\text{Hz}$ )	Uhrzeit (h UTC)	Blueshift ( $\mu\text{Hz}$ )	Uhrzeit (h UTC)	max. Empfindlichkeit (h UTC)
$\lambda = 0^\circ, \varphi = 0^\circ$	-85	6.0	85	18.0	0
Virgo	-61.5	5.3	61.5	17.3	23.3
Livingston	-73.1	12.05	73.1	0.05	6.05 (gut)
Hanford	-58.5	13.96	58.5	1.96	7.96

berechnen (Gleichung (6)). Zu bestimmten Zeiten (Spalte 6) zeigt die Hauptkeule des Antennendiagramms etwa in Richtung Krebspulsar und das entsprechende Interferometer empfängt für kurze Zeit ein besonders starkes Signal (Figur 9). Die Livingston-Antenne ist in Bezug auf den Krebspulsar gut positioniert, war jedoch am 16. Dezember 2019 außer Betrieb.

Beim Empfang eines GW spielt die Position der Sonne keine Rolle. Daher gilt für alle Berechnungen die siderische Tageslänge von 23,93447192 Stunden.

### 3 DIE DATENVERARBEITUNG – ÜBERSICHT

Die LIGO-Interferometer haben noch keine Mehrjahresaufzeichnungen gemessen, daher muss man die GW des Krebspulsars in kurzen Datenreihen von nur wenigen Tagen Dauer suchen. Diese Zeitspanne reicht aus, um die periodische Frequenzverschiebung infolge der Erdrotation zu messen.

Datenbasis sind HDF5-Dateien der Samplingfrequenz 4096 Hz, die außer den Strain-Messwerten Ergänzungen zur Datenqualität und Hardware-Injektionen enthalten (LIGOdata). Da Versuche gezeigt haben, dass die Nutzung dieser Informationen das S/N im Frequenzbereich um  $f_{GW} \approx 60$  Hz nicht verbessert, wurde auf jegliche Modifikation verzichtet. Die Datenreduktion erfolgt unter der Annahme, dass sich die Frequenz des Krebspulsars während des Messzeitraums von vier Wochen um weniger als 10 mHz ändert. Dann lassen Sie sich die Rohdaten der Interferometer enorm komprimieren. Die Reduktion erfolgt schrittweise:

- Die Interferometer liefern Datenreihen mit sehr gleichförmigen Amplituden um  $A \approx 2 \times 10^{-19}$ . Auffallend hohe Störspitzen ( $A > 10^{-17}$ ) sowie Datenlücken ersetzt man durch Null. Die weitere Signalverarbeitung erfolgt nach dem Prinzip software-defined-receiver.
- Um  $f_{GW}$  fehlerfrei darzustellen, genügt eine Samplingfrequenz  $> 150$  Hz. Eine erste Dezimation um den Faktor 20 entfernt alle Frequenzen über 100 Hz und verringert die Dateilängen und Rechen-dauer der nachfolgenden Filter.
- Da die Frequenz der GW präzise bekannt ist und einen sehr engen Frequenzbereich belegt, verringert man einen schmalen Bereich um 59.225 Hz mit dem Heterodyne-Verfahren in zwei Schritten auf  $f_{ZF} = 20 \pm 18$  mHz. Wenn die Frequenzen der Hilfsoszillatoren konstant sind, beeinflussen diese Frequenzverschiebungen *nicht* die Modulation der GW. Mit anderen Worten: das Signal bei  $f_{ZF}$  besitzt exakt die gleichen Merkmale (Drift, Phasenmodulation) wie das ursprüngliche Signal bei  $f_{GW}$ . Dieses Verfahren wird in Sektion 7 modifiziert.
- Der geringe Wert von  $f_{ZF}$  erlaubt eine Dezimation um den Faktor 160. Dadurch verringert sich die ursprüngliche Samplingfrequenz

von 4096 Hz auf 0.128 Hz und die zu verarbeitenden Dateilängen verkürzen sich um den Faktor 32000. Ein Standard-Laptop genügt zur Weiterverarbeitung der Daten.

### 4 DAS HETERODYNE-VERFAHREN

Eine zentrale Baugruppe aller Empfänger ist der Mixer, mit dem man die Signalfrequenz nach Bedarf verschieben kann. Hauptgrund war früher (im Zeitalter analoger Verstärker), dass sich tiefe Frequenzen wirkungsvoller verstärken, filtern und abschirmen lassen. Die Frequenz einer GW verschiebt man aus anderen Gründen: Die Modulationsfrequenz  $f_{day} \approx 11.6 \mu\text{Hz}$  ist um den Faktor  $5 \times 10^6$  kleiner als  $f_{GW}$  und deshalb schwer erkennbar. Verschiebt man die Frequenz der GW auf 0.02 Hz, lässt sich die Modulationsfrequenz einfacher nachweisen.

Die mathematische Grundlage der Frequenzverschiebung ist die Multiplikation zweier Cosinusfunktionen.

$$2\cos(\omega_1 t) \cdot \cos(\omega_2 t) = \cos((\omega_1 - \omega_2)t) + \cos((\omega_1 + \omega_2)t) \quad (1)$$

Bei digitaler Signalverarbeitung lässt sich equation 1 besonders einfach realisieren, da jeder Computer zwei Datenreihen elementweise multiplizieren kann:

- $\cos(\omega_1 t) = \cos(2\pi f_{GW} t)$  ist die Signalfrequenz
- $\cos(\omega_2 t) = \cos(2\pi f_{OSz} t)$  ist die lokal erzeugte Hilfsfrequenz
- $\cos((\omega_1 - \omega_2)t) = \cos(2\pi f_{ZF} t)$  ist die erwünschte verschobene Differenzfrequenz
- $\cos((\omega_1 + \omega_2)t)$  ist unerwünscht und wird mit einem Tiefpassfilter unterdrückt.

Das Heterodyne-Verfahren ist zweideutig, weil die  $\cos$ -Funktion achsensymmetrisch ist: Ohne besondere Vorkehrungen empfängt man zwei unterschiedliche Signalfrequenzen  $f_{OSz} + f_{ZF}$  und  $f_{OSz} - f_{ZF}$ . Eine davon ist erwünscht, die andere nennt man Spiegelfrequenz (Image frequency) und unterdrückt sie durch selektive Filter oder durch das IQ-Verfahren.

Üblicherweise ist die lokal erzeugte Hilfsfrequenz  $f_{OSz}$  konstant, weil dann die verschobene Differenzfrequenz  $f_{ZF}$  genauso moduliert ist wie das ursprüngliche Signal. Mit dem MSH-Verfahren will man das Gegenteil erreichen:  $f_{ZF}$  soll unmoduliert sein. Die Gründe werden in Sektion 7 erläutert.

### 5 DIE EMPFINDLICHKEIT DER INTERFEROMETER

Das S/N bestimmt die Qualität des Signalempfangs. Die mittlere Rauschamplitude  $h_{noise}$  hängt vom Eigenrauschen des Empfängers,

beschrieben durch den Wert  $PSD$ , und der Bandbreite  $BW$  des Empfangskanals ab.

$$h_{noise} = \sqrt{PSD \cdot BW} \quad (2)$$

Die LIGO-Interferometer haben PSD-Werte von etwa  $10^{-46}$  s Biscoveanu (2020); LIGO. Man kann die Bandbreite der Signalverarbeitung nicht beliebig verringern, um das störende Rauschen zu eliminieren. Denn dann erhöht sich die notwendige Zeit  $T_{min}$ , die die Filter zum Einschwingen benötigen. Dieser Zusammenhang wurde erstmals von Kūpfmüller formuliert und erinnert an die Heisenbergsche Unschärferelation.

$$T_{min} \cdot BW \geq 0.5 \quad (3)$$

Die Frequenzauflösung entspricht etwa dem Kehrwert der Analysedauer und lässt sich nicht durch Änderung der Abtastfrequenz verbessern. Jede Aufzeichnung von LIGO dauert 4096 Sekunden und begrenzt die spektrale Auflösung auf  $122 \mu\text{Hz}$ . Ein Vergleich mit dem Ergebnis von Gleichung (4) zeigt, dass einstündige Aufzeichnungen zu kurz sind, um eine Phasenmodulation im Tagesrhythmus zu erkennen.

Eine Mindestaufzeichnungsdauer von 96 Stunden verbessert die Frequenzauflösung auf  $1,5 \mu\text{Hz}$ . Filtert man die empfangenen Daten mit dieser Bandbreite, beträgt das Grundrauschen gemäß Gleichung (2) nur  $1,2 \times 10^{-26}$ . Da rotierende Neutronensterne vermutlich Strains um  $10^{-26}$  Riles (2017) haben, sollte die GW starker Quellen in den Aufzeichnungen der Interferometer nachweisbar sein.

Aus unbekanntenen Gründen unterbrechen die Interferometer die Datenaufzeichnung sehr häufig. Dies entspricht einer digitalen Modulation und erzeugt viele und starke Seitenbänder, die das S/N aller empfangenen Signale verschlechtern.

## 6 PHASENMODULATION DER GW

Die tägliche Drehung der Interferometer um die Erdachse erzeugt eine Phasenmodulation mit dem Frequenzhub

$$\Delta f = f_{GW} \left( \sqrt{\frac{v_{GW} + v_{equator}}{v_{GW} - v_{equator}}} - 1 \right) \cos(\varphi) \cos(\delta) \leq 85 \mu\text{Hz} \quad (4)$$

Die Variablen bedeuten:

$v_{GW}$  ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der GW, vermutlich  $c$   
 $v_{equator} = 464 \text{ m/s}$

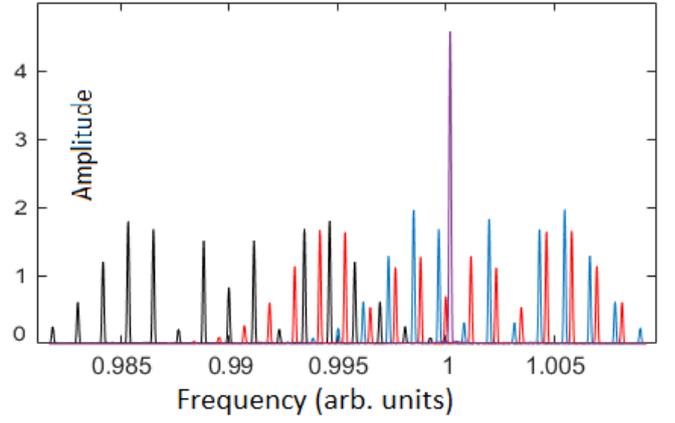
$\varphi$  ist die geographische Breite der Interferometer

$\delta = 22^\circ$  ist die Declination der GW-Quelle Krebspulsar

$\Delta f$  lässt sich nicht direkt bestimmen, weil der entsprechende Wert täglich nur wenige Minuten lang einigermaßen konstant ist. Das kurze Intervall erlaubt keine genaue Frequenzbestimmung (vergleiche equation 3). Für die Suche nach der GW des Krebspulsars wird die Intervalllänge 96 Stunden gewählt. Während dieses Zeitraums dreht sich die Erde mehrfach und es gelten die Gesetzmäßigkeiten der PM. Das Spektrum eines phasenmodulierten Signals ist ein Bündel aus äquidistanten Einzellinien mit gegenseitigem Abstand  $f_{day} = 11,6 \mu\text{Hz}$ , die die Carson Bandbreite  $BW$  füllen.

$$BW \geq 2(\Delta f + f_{day}) = 193 \mu\text{Hz} \quad (5)$$

Eine Signalverarbeitung mit zu geringer Bandbreite verzerrt die



**Figure 1.** Spektrum eines synthetischen Datensatzes, der 4 GW mit ähnlichen Frequenzen und gleicher Energie enthält. Drei GW sind im 24-Stunden-Rhythmus phasenmoduliert, eine GW ist unmoduliert. Die Amplitude dieses GW ist um den Faktor drei höher, weil sie *nicht* in 17 Seitenbandfrequenzen aufgespalten ist. Rauschen und Drift wurden weggelassen, da sie zusätzliche Linien verursachen würden. In der Praxis fehlt die farbige Kennzeichnung.

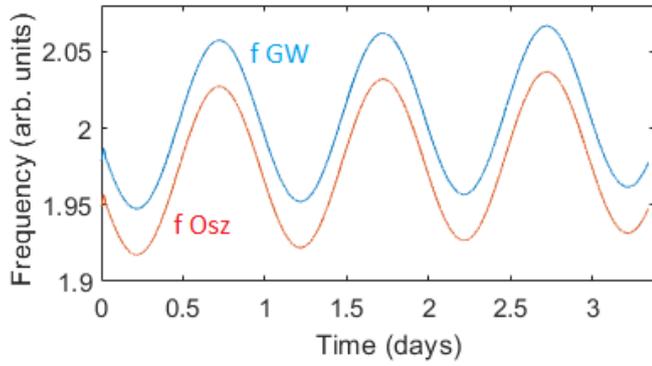
PM und verhindert die Dekodierung. Der breite Bereich  $BW$  enthält die 17 Hauptspektrallinien, die das Spektrum des Krebspulsars darstellen, unerwünschte Störungen und zusätzliche Spektrallinien, die von anderen, bisher unentdeckten Pulsaren erzeugt werden. Die Verteilung der Gesamtenergie der GW auf mindestens 17 Spektrallinien senkt die Amplituden und macht es schwer, diese im Rauschen zu identifizieren und ihre Zusammengehörigkeit zu beweisen. Dazu kommt: Unsere Galaxie beherbergt wahrscheinlich mindestens  $10^6$  Pulsare im Frequenzbereich von 10 Hz bis 200 Hz. Die PM im Tagesrhythmus zerlegt jede GW in etwa 30 äquidistante Spektrallinien. Daraus folgt, dass dieser Bereich mit Spektrallinien gefüllt ist, deren durchschnittlicher Abstand  $6 \mu\text{Hz}$  beträgt. Manchmal kommt es zu Überlappungen. Abbildung 1 zeigt, dass ein Spektrum kaum zu entziffern ist, selbst wenn es nur wenige phasenmodulierte Signale enthält.

## 7 DIE MSH-METHODE

Eine Demodulation der PM mit den bekannten Methoden der Nachrichtentechnik scheitert am schlechten S/N der GW und an der Überlappung der Spektren unterschiedlicher Quellen. Der *Modifizierte SuperHet* (MSH) vermeidet jegliche Betragsbildung wie in Bild 1 und rekonstruiert aus allen Spektrallinien der PM eine einzelne monochromatische Linie *ohne* den Zwischenschritt der spektralen Zerlegung.

Zu diesem Zweck erzeugt man eine Hilfsfrequenz  $f_{osz}$ , die geringfügig abweicht von  $f_{GW}$  und ändert deren Modulation so lange, bis die Differenzfrequenz konstant ist (Figure 2). Dieses Kriterium lässt sich einfach überwachen und ist auch geeignet, seltene Frequenzsprünge (pulsar glitches) nachzuweisen. Da die Differenzfrequenz unmoduliert ist, kann sie mit extrem geringer Bandbreite weiter verarbeitet werden, um das S/N zu verbessern.

Das MSH-Verfahren formt aus den 17 Spektrallinien *einer* phasenmodulierten Schwingung eine einzige mit etwa dreifacher Amplitude. Anschaulich gesprochen: Die vielen Spektrallinien innerhalb der Bandbreite werden so umgeordnet, dass sie sich zu einer großen Gesamtlänge addieren. Das MSH-Verfahren erfordert keine spektra-



**Figure 2.** Die Idee hinter der MSH Methode: Die Frequenz der GW schwankt periodisch um einen Mittelwert, der langsam steigt. Wenn es gelingt, eine Hilfsfrequenz  $f_{Osz}$  mit identischer Modulation zu erzeugen, ist die Differenzfrequenz  $f_{GW} - f_{Osz}$  (=vertikaler Abstand der beiden Kurven) konstant.

le Zerlegung des GW-Signals als Zwischenschritt. Nachbarsignale werden verzerrt. Die Vorteile der MSH-Methode:

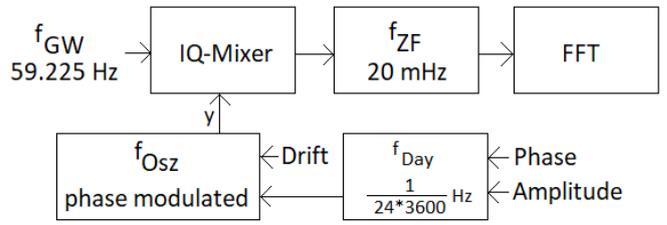
- Alle Linien einer phasenmodulierten GW vereinen sich wieder zu einer einzigen und die Bandbreite kann von  $193 \mu\text{Hz}$  auf etwa  $3 \mu\text{Hz}$  reduziert werden. Unter der Annahme, dass die Signalverarbeitungsbandbreite nur Geräterauschen plus eine *einzig* GW enthält, nimmt die Amplitude des Rauschens um einen Faktor  $a_1 = \sqrt{193/3} \approx 8$  ab. Angesichts der vielen Pulsare in unserer Galaxie ist fraglich, ob so breite Freiräume existieren.
- Der MSH-Prozess sorgt dafür, dass der zuvor auf 17 Spektrallinien verteilte Energieinhalt der GW nun in der unmodulierten Trägerfrequenz  $f_{ZF}$  konzentriert wird. Dieses *de-spreading* verstärkt die Amplitude um den Faktor  $a_2 \approx 3$ .
- Es ist nicht notwendig, die Phasen und Amplituden von etwa 17 Spektrallinien im Rauschen zu identifizieren, zu messen und neu zu kombinieren. MSH ist ein kohärenter Detektor.

Insgesamt kann die Amplitude der einzelnen Spektrallinie bei  $f_{ZF}$   $a_1 \cdot a_2 = 24$  mal höher sein als die Amplitude des Umgebungsrauschens. Somit ermöglicht MSH die Erkennung und Analyse von Signalen unterhalb des Grundrauschens. Meines Wissens wurde noch nie ein vergleichbares Verfahren verwendet, um die Phasenmodulation aus einem Signal zu entfernen. Details zur Anwendung von MSH erfährt man in Sektion 11.

## 8 DAS MATHEMATISCHE MODELL

Ziel der Untersuchung ist, in den Aufzeichnungen der LIGO-Antennen ein Signal zu identifizieren, das die Eigenschaften des GW des Krebspulsars hat. Dazu erzeugt man eine Hilfsfrequenz  $f_{Osz}$  und iteriert deren Modulation solange, bis sie in allen Eigenschaften mit dem vermuteten GW übereinstimmt. Der untere Teil der Abbildung 3 zeigt, wie man dieses Duplikat erzeugt. Der Oszillator-A generiert ein Signal der Frequenz  $f_{Osz}$ , die sich um  $f_{ZF}$  von der gewünschten Empfangsfrequenz  $f_{GW}$  unterscheidet. Alle Parameter dieses Oszillator-A sind steuerbar, zusätzlich wird er durch den Hilfsoszillator-B phasenmoduliert.

Das Ausgangssignal  $y$  von Oszillator-A dient dazu, die Frequenz des von den Interferometern gelieferten Signalgemisches auf einen wesentlich tieferen Wert  $f_{ZF}$  zu reduzieren. Wenn Oszillator-A genauso moduliert ist wie  $f_{GW}$ , ist  $f_{ZF}$  konstant und hat eine besonders große Amplitude, da sich die Gesamtenergie des GW in einem



**Figure 3.** Prinzip des MSH-Verfahrens: Die Parameter für Frequenzdrift und Phasenmodulation des Hilfsoszillators werden solange iteriert, bis die Amplitude der Spektrallinie bei  $f_{ZF}$  ein Maximum erreicht. Es wird nur ein schmaler Frequenzbereich um  $f_{ZF}$  ausgewertet (Abbildung 4).  $f_{ZF}$  hat keine Seitenbandfrequenzen, da der MSH-Prozess die Modulationen von  $f_{GW}$  entfernt hat.

schmalen Frequenzbereich konzentriert. Die Hilfsschwingung  $y$  wird durch folgende Vorgehensweise erzeugt:

$$y = \sin(2\pi t(f_{GW} + f_{ZF} + \dot{f}t + A_{day} \cdot \sin(2\pi t f_{day} + \phi_{day}))) \quad (6)$$

Die Parameter habe folgende Bedeutung:

### 8.1 Frequenz der GW ( $f_{GW}$ )

Wir nehmen den Anfangswert der Frequenz am 15. Dezember 2019 aus der Tabelle Lyne (1993) und berechnen den Anfangswert für andere Termine mit dem Nominalwert  $\dot{f}$ . Dieser Wert wird in Schritten von  $3 \mu\text{Hz}$  korrigiert, bis wir bei  $f_{ZF}$  ein Signal mit hoher Amplitude finden, das die erwarteten Eigenschaften des GW des Pulsars hat. Im Spektrum findet man bei  $f_{GW}$  keinen peak. Der Grund wird in Sektion 11 erklärt.

### 8.2 Zwischenfrequenz der MSH Methode ( $f_{ZF}$ )

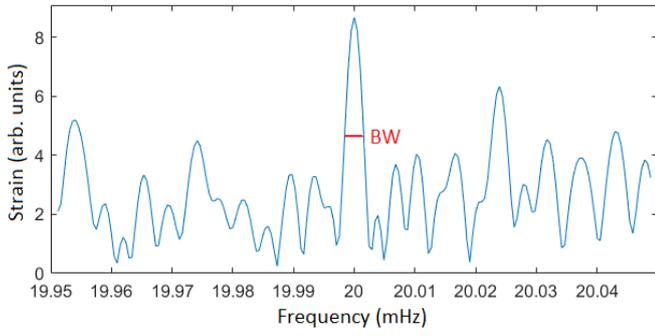
Dieser Wert ist willkürlich, sollte aber möglichst klein sein, damit die täglichen Frequenzänderungen  $\Delta f/f_{ZF}$  gut erkennbar sind. Minimalwert ist die notwendige Carson-Bandbreite  $BW$  (equation (5)).

### 8.3 Frequenzdrift der GW ( $\dot{f}$ )

Neben der inhärenten Frequenzdrift des Krebspulsars von  $\dot{f}_{pulsar} = -7,365 \times 10^{-10} \text{ s}^{-2}$  Lyne (1993) erzeugt der Dopplereffekt eine Zeit-proportionale Frequenzverschiebung von  $\dot{f}_{orbit} = -12,0 \times 10^{-10} \text{ s}^{-2}$  NRAO aufgrund der Erdbahn. Da sich diese beiden Komponenten experimentell nicht trennen lassen, enthält Spalte 5 der Tabelle 3 die gemessene Summe. Der Sollwert beträgt  $\dot{f}_{pulsar} + \dot{f}_{orbit} = -19,365 \times 10^{-10} \text{ s}^{-2}$ .

### 8.4 Modulationsindex ( $A_{day}$ )

Aufgrund der Erdrotation ändert sich die Frequenz des Pulsars täglich um maximal  $\pm 85 \mu\text{Hz}$  (Gleichung (4)). Man modelliert diese Variation durch eine sinusförmige PM. Ein guter Startwert für den Modulationsindex des Krebspulsars ist  $A_{day} = \Delta f/f_{day} \approx 5$ . Die geografische Breite der Antenne bestimmt den genauen Wert. Jede starke Abweichung vom erwarteten Wert deutet darauf hin, dass die GW *nicht* aus der Richtung des Krebspulsars kommt.



**Figure 4.** Spektrum der Umgebung des GW des Krebspulsars nach Entfernung der Phasenmodulation und Drift und Reduzierung der Frequenz auf 20 mHz. Quelldatei = V1260445696, Aufzeichnungsdauer = 97 h. Es wird nur der schmale BW-Bereich ausgewertet, der einem abschließenden Bandpassfilter entspricht.

### 8.5 Modulationsfrequenz ( $f_{day}$ )

Die Erde dreht sich in 24 Stunden um ihre Achse und bei ungenauer Betrachtung erwartet man eine sinusförmige PM mit  $f_{day} = 1/24/3600$  Hz. Angesichts der kurzen records von nur 97 Stunden bringt eine präzise Zeitangabe keinen erkennbaren Gewinn. Der tatsächliche Rhythmus ist komplizierter, die Details werden in Sektion 13 genauer diskutiert.

### 8.6 Modulationsphase ( $\phi_{day}$ )

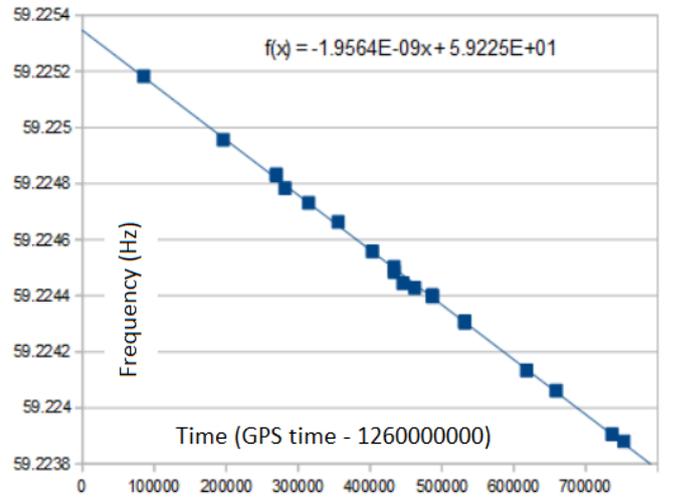
Die GW des Krebspulsars lassen sich nur mit gezielter Suche nachweisen, da der schmale Frequenzbereich um  $f_{GW}$  offenbar mehrere GW enthält. Aus der bekannten R.A. des Pulsars folgt der Zeitpunkt der maximalen täglichen Frequenzverschiebung der GW (Tabelle 1). Dieser Zeitpunkt muss während der Iteration eingehalten werden, um den Zielpulsar nicht aus den Augen zu verlieren. Der Anfangswert für  $\phi_{day}$  wird aus der Startzeit der analysierten Datensätze berechnet.

## 9 ERSTE MESSUNGEN

Kann MSH verwendet werden, um das Signal des Krebspulsars mit den Eigenschaften zu identifizieren, die das Jodrell-Observatorium am 15. Dezember 2019 mit elektromagnetischen Wellendaten gemessen hat? Das gut positionierte Livingston-Interferometer war an diesem Tag offline, daher wird der Test mit Daten durchgeführt, die in Hanford und Virgo aufgezeichnet wurden.

Abbildung 4 zeigt die Amplitudenzunahme nachdem PM und Drift kompensiert sind und die gesamte Energie des Krebspulsars GW in einer einzigen Spektrallinie konzentriert ist. Im Spektrum interessiert nur der schmale rote Bereich bei 20 mHz, der die modulationsfreie GW darstellt und einem Filter mit einer Bandbreite von  $3 \mu\text{Hz}$  entspricht. Die Umgebung ist eine Mischung aus Rauschen und verzerrten Spektren anderer GWs, die das Interferometer aufgrund seiner geringen Richtwirkung nicht unterdrücken kann. Einige Seitenbänder werden durch die häufigen Unterbrechungen in den Datenaufzeichnungen verursacht, die wie eine digitale Modulation wirken.

Ergebnis dieser Messung: Das in Abbildung 3 gezeigte MSH-Verfahren kann die PM und die Drift eines GW entfernen, die Bandbreite einer Signalmischung von  $200 \mu\text{Hz}$  auf  $3 \mu\text{Hz}$  reduzieren und die Signalamplitude der GW um den Faktor drei verstärken.



**Figure 5.** Frequenz  $f_{GW}$  des Krebspulsars als Funktion der Zeit. Die Punkte sind die Anfangsfrequenzen der 19 Datenreihen (Tabelle 3, Spalten 2 und 3). Jede erstreckt sich über eine Gesamtdauer von 97 Stunden. Die Startzeiten wurden so gewählt, dass die Gesamtdauer möglichst wenige Datenlücken enthält. Die Gleichung oben rechts ist die lineare Näherungsgleichung.

## 10 DETAILLIERTE MESSUNGEN IM DEZEMBER 2019

Die Interferometer empfangen ein Signal mit der doppelten Rotationsfrequenz des Krebspulsars. Um die Drift- und PM-Eigenschaften dieses Signals zu bestimmen, wurden 19 Datenreihen mit unterschiedlichen Startdaten zwischen dem 11. Dezember 2019 und dem 19. Dezember 2019 gebildet. Jede beginnt an einem genau definierten Zeitpunkt und besteht aus 85 chronologisch geordneten Dateien, die jeweils 4096 Sekunden lang sind. Lücken und Spitzen werden durch Nullen ersetzt. Die Anfangsfrequenz einer Datenkette berechnet man durch Extrapolation mit dem Sollwert der Drift und korrigiert sie iterativ mit dem MSH-Verfahren.

Den tatsächlichen Wert der Drift von  $f_{GW}$  kann man auf zwei Arten bestimmen:

- Man bestimmt die Drift jeder 97-Stunden-Datenkette (Spalte 5 in Tabelle 3) und mittelt die Einzelergebnisse  $\dot{f}_{orbit} + \dot{f}_{pulsar} = (-18.48 \pm 0,22) \times 10^{-10} s^{-2}$ . Dieser Wert ist ungenau, da die Zeitspanne jeder einzelnen Messung kurz ist.
- Man zeichnet die Anfangsfrequenz jeder Datenkette (Spalte 3 in Tabelle 3) als Funktion der zugehörigen Startzeit (Abbildung 5). Der Proportionalitätsfaktor ist  $\dot{f}_O + \dot{f}_P = -19.56 \times 10^{-10} s^{-2}$ .

Der Sollwert des Modulationsindex  $A_{Tag} = \Delta f / f_{Tag}$  der PM hängt von der geografischen Breite der Antenne ab (Gleichung (4)). Die erhaltenen Werte (Spalte 4 in Tabelle 3) sind ungenau, aber nahe an den Sollwerten  $A_{Livingston} = 6,3$  bis  $A_{Hanford} = 5,05$ . Ursache ist die ungünstige Antennencharakteristik des Interferometer: Immer wenn der Doppler-Effekt eine besonders große Frequenzverschiebung erzeugt, liegt die Quelle der GW etwa in der Ebene, die durch die beiden Arme des Interferometers definiert wird. Dann ist diese Antenne besonders unempfindlich. Interferometer der gegenwärtigen Bauart sind ungeeignet, die Deklination der GW-Quelle zu bestimmen.

## 11 TECHNISCHE DETAILS ZUM MSH-VERFAHREN

Die gerichtete Suche nach GW-Quellen erfolgt durch Iteration von vier Parametern der equation (6). Entgegen aller Erwartung lässt sich der Wert von  $f_{GW}$  erst bestimmen, nachdem alle anderen Parameter gut bekannt sind. Ursache ist der ungünstige Wert des Modulationsindex  $A_{day} \approx 5.4$ , der aus equation (4) folgt. Wegen  $J_0(5.52) = 0$  findet man bei der Frequenz, an der man  $f_{GW}$  erwartet, bestenfalls eine schwache Spektrallinie. Figur 6 zeigt, dass die Energie der GW in Seitenbändern steckt, die weit entfernt sind von  $f_{GW}$ . Angesichts des schlechten S/N macht es wenig Sinn, GW anhand symmetrischer Spektren im Rauschen zu suchen. Zum einen ist die Amplitudenverteilung a priori unbekannt, zum anderen stören die zahlreichen Seitenbänder, die andere GW verursachen.

Je genauer die Werte von Drift, Modulationsindex und Phase bestimmt sind, desto größer ist die Amplitude der zentralen Linie bei  $f_{ZF}$  (Figur 4). Dann kann man  $f_{GW}$  korrigieren und den Iterationszyklus beenden.

Gebrauchsanweisung der MSH-Methode:

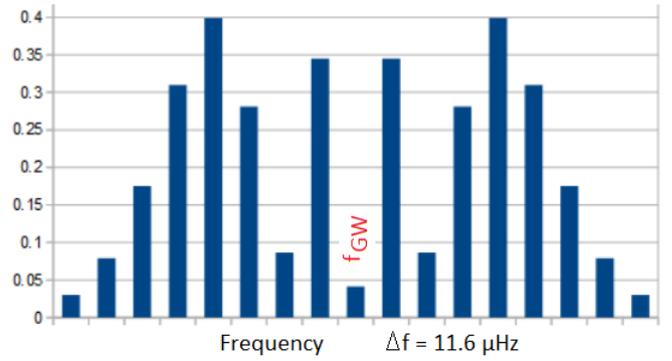
- Man schätzt die Startfrequenz, weil das Spektrum (Figur 6) keinen Anhaltspunkt für  $f_{GW}$  liefert.
- Mit plausiblen Startwerten für Drift  $\dot{f}_{GW}$  und Modulationsindex  $A_{day}$  berechnet man mit Hilfe von equation 6, zu welcher Tageszeit man die höchste Frequenzdeviation  $\Delta f$  messen kann. Kriterium ist ein Maximum der Amplitude der Spektrallinie bei  $f_{ZF}$ .
- Das Ergebnis ist oft mehrdeutig (figure 7) und bedeutet, dass es mehrere Pulsare mit fast gleicher Frequenz gibt, deren GW aus unterschiedlichen Richtungen hier eintreffen. Man entscheidet sich für einen Pulsar (hier: Crab mit  $\phi_{day} \approx 5$ ) und engt den Suchbereich der nächsten Iterationsschritte entsprechend ein.
- Mit Hilfe von equation 6 optimiert man Frequenzdrift und Modulationsindex. Kriterium ist maximale Amplitude der Spektrallinie bei  $f_{ZF}$ .
- Die Iteration ist beendet, wenn sich die Werte der Parameter nach etwa 10 Iterationen stabilisieren. Andernfalls verschiebt man die Startfrequenz um etwa  $3 \mu\text{Hz}$  und startet eine neue Iteration.

Während der Iterationen muss man den Wert von  $\phi_{day}$  überwachen. Jede Abweichung bedeutet, dass die GW-Quelle ihre Position ändert. In gewisser Weise gleicht die Dynamik von MSH einer Phase-locked-loop (PLL), weil sie einen einmal gewählten Wert der Phase immer wieder zentriert.

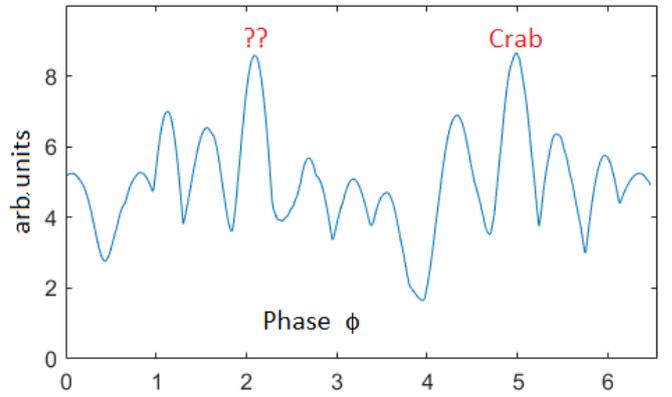
## 12 BERECHNUNG VON STRAIN

Einstein hat befürchtet, dass man GW wegen ihrer geringen Amplitude niemals messen kann. Trotz der ausgezeichneten Empfindlichkeit der aktuellen Antennen (Interferometer) im Frequenzbereich um 60 Hz konnten kontinuierliche GW noch nie mit statistischen Verfahren nachgewiesen werden. Mögliche Ursachen werden in Sektion 15 diskutiert.

Das oben beschriebene MSH-Verfahren folgt einem anderen Weg: Es bündelt die Energie der GW in einer einzigen Spektrallinie und verstärkt sie so. Um ihre Amplitude zu messen, muss man den vertikalen Maßstab von Figur 4 eichen. Mit der Funktion *pwelch* berechnet man die Fläche unter einem peak des Spektrums, die oberhalb des



**Figure 6.** Spektrum der GW des Krebspulsars mit Modulationsindex  $A_{day} = 5.4$  (ohne Drift). Die Gesamtenergie der GW ist über die Carson-Bandbreite verteilt,  $f_{GW}$  ist kaum identifizierbar.  $A_{day}$  bestimmt die Einzelamplituden, die man mit den Besselfunktionen  $J_n(A_{day})$  berechnet. Ohne Phasenmodulation würde man an der zentralen Position  $f_{GW}$  ( $n = 0$ ) eine einzige Spektrallinie der Amplitude  $J_0(0) = 1.0$  ohne Seitenbänder sehen.



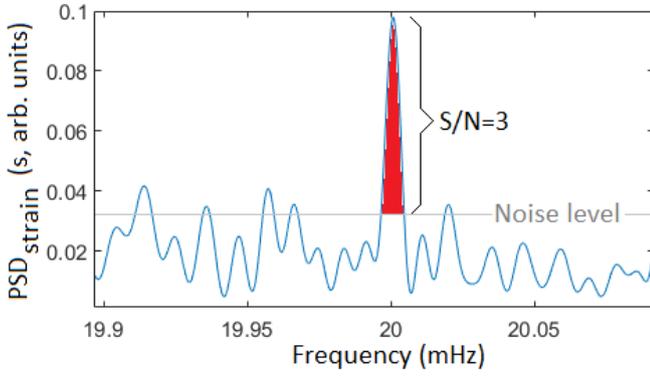
**Figure 7.** Signalstärke als Funktion der Tageszeit (Sektion 8.6). Aus  $\phi_{day}$  und Startzeitpunkt der Quelldatei V1260445696 lässt sich R.A. der GW-Quelle berechnen (Sektion 13). Starke Maxima bedeuten eine GW der aktuellen Frequenz  $f_{GW}$ . Das Bild zeigt, dass es zwei starke Pulsare dieser Frequenz gibt, deren GW aus fast entgegengesetzter Richtung hier eintreffen ( $\Delta\phi \approx \pi$ ). Die GW mit  $\phi = 5$  kommt aus der Richtung Krebs.

mittleren Rauschpegels liegt (vergleiche Figur 2 in LIGO; Biscoveanu (2020)).<sup>1</sup> Die Berechnung des Strain  $h_{GW}$  erfolgt schrittweise<sup>2</sup>:

- Die Basis des roten Bereichs in Figur 8 ist  $8.3 \mu\text{Hz}$  breit, entsprechend 17 bins der Breite  $BW = 488 \text{ nHz}$ .
- Der Rauschpegel erreicht den Wert  $0.033 \text{ s}$ , das entspricht  $PSD = 10^{-46} \text{ s}$  der Interferometer.
- Die summierte Höhe des roten Bereichs beträgt  $0.6304 \text{ s}$  (darunter ist Rauschen). Bei wesentlich längerer recording Dauer würde

<sup>1</sup> dort ist die vertikale Achse falsch beschriftet; korrekt wäre  $\sqrt{PSD_{strain}}$  (unit= $\sqrt{s}$ ).

<sup>2</sup> Für ausreichende Genauigkeit soll der peak einige bins breit sein, was man durch zero-padding der Daten  $y$  erreicht. Angesichts der geringen S/N der GW ersetzt man das übliche Hann-Window durch ein Rechteck-Window und vermeidet so den Informationsverlust durch windowing. In MATLAB lautet die entsprechende Anweisung: `k=16*1024; [sp,f]=pwelch(cat(1,y,zeros(3e5,1)),rectwin(k),k/8,16*k,fs);`



**Figure 8.** Welch-Transformation des Spektrums in Figur 4. Die horizontale Linie markiert das geschätzte Niveau des Instrumentenrauschens. Wegen der kurzen recording Dauer passt  $f_{GW}$  nicht in einen einzigen bin des Spektrums. Deshalb ist die rote Fläche ein Maß für den strain  $h_{GW}$ . Der im Vergleich zu Figur 4 reduzierte Rauschpegel ist eine Eigenart der Welch-Transformation.

die Bandbreite sinken. Dann würde die GW in eine einzige bin passen und hätte die Höhe  $PSD_{GW} = 1.91 \times 10^{-45}$  s.

- Mit equation (2) ergibt sich für den strain der GW:

$$h_{GW}(\text{minimum}) = \sqrt{PSD_{GW} \cdot BW} = 3.05 \times 10^{-26} \quad (7)$$

Dieses Ergebnis stimmt gut überein mit bisherigen Schätzungen Riles (2017) und ist eine Untergrenze. Der tatsächliche Wert ist vermutlich mindestens doppelt so groß, weil die Interferometer keine isotrope Richtwirkung besitzen. In Abbott (2022) werden als Obergrenze Werte zwischen  $5.5 \times 10^{-26}$  und  $8.79 \times 10^{-26}$  angegeben.

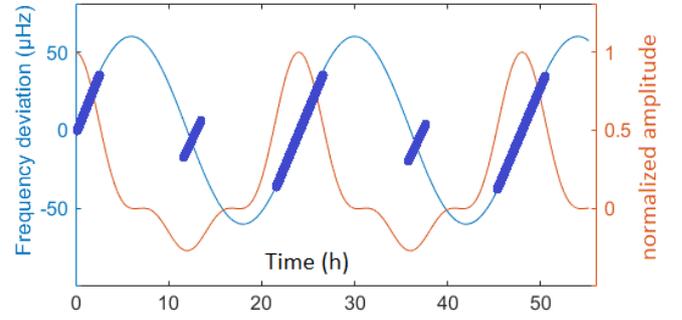
Das MSH-Verfahren wird durch die Amplitudenmodulation wenig beeinflusst, die mittlere Amplitude des Signals sinkt aber (Figur 9).

### 13 KONTROLLMESSUNGEN

Wie zuverlässig sind die Ergebnisse? Wie robust ist MSH? Ein starkes Argument ist, dass man die GW des Krebspulsars in *allen* Datensätzen der unterschiedlich orientierten, weit auseinander liegenden Interferometer problemlos nachweisen kann und fast identische Ergebnisse der vier Parameter des MSH-Verfahrens erhält (Tabelle 3). Die Ergebnisse sind unempfindlich gegen Änderung der Parameter der Signalverarbeitung wie Bandbreite oder Startzeitpunkt der records.

Es dürfte schwer sein, GW *ohne* die Richtungsselektivität des MSH-Verfahrens zu messen: Nur wenn  $f_{GW}$  und  $f_{osz}$  bezüglich Phase und Amplitude sehr gut übereinstimmen, reicht die Amplitude von  $f_{ZF}$  (Figur 2) aus für eine weitere Analyse. Mit wachsendem Unterschied sinkt die Amplitude so stark, dass das MSH-Verfahren "blind" ist für GWs aus falscher Richtung (R.A. und Deklination). Ein Beispiel zeigt diesen Vorteil der Richtungsempfindlichkeit:

Die vielen Maxima in Figur 7 sind ein Zeichen, das es mehrere GW-Quellen mit fast übereinstimmender Frequenz ( $f_{GW} \approx 59.22444 \mu\text{Hz}$ ) gibt, die man zu unterschiedlichen Tageszeiten mit maximaler Amplitude empfangen kann. Dank der Richtungsempfindlichkeit der MSH-Verfahrens lassen sich die Quellen problemlos unterscheiden. Tabelle 2 zeigt die Daten der acht stärksten GW, die man in einer einzigen Datei anhand ihrer R.A. unterscheiden kann. Eine Wiederholung der Messung nach Wechsel der Quelldatei H1260445696 bestätigt die Daten in Tabelle 2 innerhalb geringer



**Figure 9.** Die dünne blaue Sinuskurve zeigt die Dopplerverschiebung von  $f_{GW}$  im Zeitraum von zwei Tagen. Die rote Kurve ist die Signalamplitude, die eine Antenne bei  $\lambda = 0^\circ$ ,  $\varphi = 45^\circ$  empfängt. Bei  $t = 12$  h und  $t = 36$  h durchläuft die GW zuerst die Erde und trifft dann auf die Antenne (Phasenumkehr  $\rightarrow$  negative Amplitude). Wegen des großen Abstandes von der perfekten Position  $\lambda = 0^\circ$ ,  $\varphi = -22^\circ$  ist die Signalamplitude recht gering. Bei  $t = 6$  h und  $t = 18$  h ist die Antenne unempfindlich, weil die GW Quelle in der Nähe des lokalen Horizonts liegt. Die Bedeutung der dicken blauen Balken wird im Text erklärt.

Toleranzen. Auf weitere Detailmessungen, die den Krebspulsar nicht betreffen, muss hier verzichtet werden, um den Rahmen dieser Untersuchung nicht zu überschreiten.

### 14 DIE RICHTWIRKUNG DER ANTENNEN

Die astrophysikalischen Wellenformen weisen aufgrund der Dopplerverschiebung nicht nur eine Frequenzmodulation, sondern auch eine Amplitudenmodulation auf. Dies liegt an der Tatsache, dass interferometrische Detektoren über den Himmel ungleichmäßige Antennenempfindlichkeitsmuster aufweisen und sich die Detektorantwort mit der Zeit ändert, wenn sich die Erde dreht. Obwohl MSH primär auf die Phasendifferenz zwischen  $f_{GW}$  und  $f_{osz}$  reagiert, erfordert die Messung eine Mindestamplitude des Signals. Die Analyse zeigt die Kernprobleme: Die Interferometer unterscheiden zwischen oben und unten und sind unempfindlich, wenn sich die Signalquelle dem lokalen Horizont nähert. Beides beeinflusst die Auswertung und bedarf einer ausführlichen Erläuterung. (Dazu kommen die häufigen Datenlücken in irregulären Intervallen.)

Die folgende Diskussion bezieht sich auf eine Antenne westlich von Virgo ( $\lambda = 0^\circ$ ,  $\varphi = 45^\circ$ ). Am 16. Dezember steht der Krebspulsar südlich des Zenits, die Frequenz der GW ist *nicht* dopplerverschoben und die Amplitude des Signals erreicht ihr Maximum. Das ist die Ausgangsposition in Figur 9, dort werden weitere Punkte erläutert.

Das MSH-Verfahren geht in seiner einfachsten Form davon aus, dass die Antenne keine Richtwirkung besitzt, das Signal während des gesamten Zeitraums (97 Stunden) mit etwa konstanter Amplitude empfängt und dass sich die Frequenz sinusförmig ändert. Kein Interferometer erfüllt dieses Idealbild. Vermutlich empfangen sie aus Zenit und Nadir gegenphasige GW-Signale. Antennen am Äquator würden eine  $\cos$ -förmige normalisierte Amplitude liefern.

Diese Einflüsse sorgen dafür, dass die Antennen nur während gewisser Zeiträume auswertbare Signale liefern, die in Figur 9 als dicke blaue Balken eingezeichnet sind. Deren Ausrichtung legt eine Phasenmodulation der GW im 12-Stunden-Rhythmus nahe. Diese Frage ließe sich mit records des Livingston Interferometers gut überprüfen, weil der geographische Breitengrad dieser Antenne  $\varphi = 31^\circ$  fast mit der Deklination des Krebspulsars ( $22^\circ$ ) übereinstimmt. Lei-

**Table 2.** Detailmessung der Quelldatei V1260445696. Im ersten Schritt des MSH-Verfahrens muss man sich für einen Wert  $\phi_{day}$  aus Figur 7 entscheiden, der während der Iteration beibehalten wird. MSH bestimmt die Werte der anderen Parameter. Diese Datei enthält die Signaturen von mindestens acht Pulsaren, deren Frequenzen sich kaum unterscheiden. "rel time" wird ab Startzeitpunkt der Datei gezählt, "Drift" ist  $\dot{f}_{pulsar} + \dot{f}_{orbit}$ .

Frequency (Hz)	$A_{day}$ (-)	$\phi_{day}$ (-)	Drift ( $\cdot 10^{-10} s^{-2}$ )	Ampl. (-)	rel. time (h)
59.2244493522	5.38	0.05	-10.16	10.50	23.56
59.2244484982	3.90	0.99	-18.70	10.00	19.98
59.224444534	5.57	1.01	-25.29	10.00	19.90
59.2244457051	9.28	1.51	-17.93	10.60	18.01
59.2244471514	5.81	2.03	-17.40	9.70	16.03
59.224448715	7.76	4.38	-27.17	8.10	7.08
59.2244452264	7.30	4.98	-18.03	8.65	4.80
59.224453239	6.67	5.17	+10.37	8.60	4.08

der fehlen brauchbaren Daten, weil Livingston im Zeitraum Mitte Dezember 2019 offline war.

## 15 DISKUSSION

Die GW des Krebspulsars ist in allen Aufzeichnungen eindeutig zu erkennen ( $S/N \approx 3$ ) und die Messwerte stimmen sehr genau überein den Daten, die mit elektromagnetischen Wellen gemessen wurden. Die Amplitude der GW des Krebspulsars (Gleichung 7) entspricht recht genau den theoretischen Schätzungen. Es scheint keinen Versatz zwischen der Frequenz der EM-beobachteten Pulsarrotation und dem GW-Emissionsprozess zu geben.

Wieso konnte die GW des Krebspulsars trotz häufiger Suche bisher nicht identifiziert werden? Liegt es an den Suchmethoden? Diese unterscheiden sich grundlegend von der MHS-Methode:

- Üblich sind *5n-vector narrowband pipeline* und *Frequency-domain F-statistic pipeline*, die Kurzzeitspektren statistisch auswerten. Die Parameterwahl und die Methodik werden in Abbott (2022) beschrieben. Beiden Verfahren ist gemeinsam, dass sie die Phasen der GW ignorieren und – aus Sicht der Nachrichtentechnik – erheblich zu große Bandbreiten verwenden.

- Diese Suchmethoden schätzen die Empfindlichkeit mit Methoden, die – aus Sicht der Nachrichtentechnik – rätselhaft sind: Vergleicht man die Formeln  $h_{sens} \approx 30\sqrt{PSD/T_{obs}}$  (Abbott (2022), equation (1)) mit  $h_{noise} = \sqrt{PSD \cdot BW}$  (equation 2), müsste die Bandbreite  $BW$  der Datenverarbeitung zwingend aus der Beobachtungsdauer  $T_{obs}$  folgen. Die Nachrichtentechnik kennt keinen derartigen Zusammenhang, sie verwendet equation 2 als Standard. Schwer nachvollziehbar ist der Ursprung dieser empirischen Formel, die in (Astone (2014), equation (55)) im Rahmen statistischer Betrachtungen und ohne nähere Begründung erstmals auftaucht. Trotz intensiver Suche konnte ich keine Veröffentlichung finden, in der diese Formel (55) jemals erfolgreich angewendet wurde.

- Die in Abbott (2022) verwendeten Analyseprogramme reagieren bei  $f_{GW} \approx 60$  Hz empfindlich auf Störungen durch die Stromversorgung (nur USA). Deshalb versucht man mit einer nicht genauer beschriebenen *nonlinear filtering method*, die Störungen zu beseitigen. Die MSH-Methode ist wegen der geringen Bandbreite der

Datenanalyse immun gegen vergleichbare Störungen; nichtlineare Prozeduren sind tabu, weil sie Phasenverzerrungen verursachen und das S/N verschlechtern.

- Das MSH-Verfahren besitzt einen *processing gain* wegen phasenrichtiger Addition aller Seitenbänder der PM.
- Die *5n-vector Narrowband Pipeline* benutzt 1024 s lange FFTs. Gemäß equation 3 ist jedes bin im Spektrum 488  $\mu$ Hz breit und enthält Rauschen der Amplitude

$$h_{noise} = \sqrt{PSD \cdot BW} = \sqrt{10^{-46} \cdot 488 \times 10^{-6}} = 2.2 \times 10^{-25} \quad (8)$$

Aus Sicht der Nachrichtentechnik ist unverständlich, wie man damit Obergrenzen für  $h_{GW}$  zwischen  $5.2 \times 10^{-26}$  und  $8.8 \times 10^{-26}$  berechnen kann (Abbott (2022), Table 2), weil der Pegel von  $h_{GW}$  11 dB unter dem Rauschen liegt. Es werden keine Methoden beschrieben, um das S/N über den Wert 1 zu heben.

Bei der Arbeit mit dem MSH-Verfahren gewinnt man den Eindruck, dass die Aufzeichnungen des Interferometers kein unstrukturiertes Rauschen sind, sondern aus vielen GW mit eng beieinander liegenden Frequenzen und zahlreichen Seitenbändern bestehen. Für diese GWs lassen sich die Parameter Drift ( $\dot{f}_{pulsar} + \dot{f}_{orbit}$ ) und Ekliptiklänge mit überraschender Genauigkeit bestimmen, aber (noch) keinem bekannten astronomischen Objekt zuordnen. Sobald die Interferometer mehrwöchige ununterbrochene Datenreihen messen können, lässt sich auch die ekliptikale Breite der GW-Quelle genauer bestimmen.

## DATA AVAILABILITY

Die diesem Artikel zugrunde liegenden Daten sind im Gravitational Wave Open Science Center verfügbar LIGOData. Alle MATLAB-Programme können beim Autor angefordert werden.

## Literatur

- Lyne A. et al., 1993, MNRAS, 265, 1003, Jodrell bank crab pulsar monthly ephemeris, <https://www.jb.man.ac.uk/pulsar/crab.html>
- NRAO, Calculate radial velocities, [www.gb.nrao.edu/GBT/setups/radvelcalc.html](http://www.gb.nrao.edu/GBT/setups/radvelcalc.html)
- Biscoveanu S. et al., 2020, Quantifying the Effect of Power Spectral Density Uncertainty on Gravitational-Wave Parameter Estimation, <https://arxiv.org/pdf/2004.05149.pdf>
- Gravitational Wave Open Science Center, O3b Data Release, <https://www.gwopenscience.org/data/>
- Riles K., 2017, Recent searches for continuous Gravitational Waves, Mod. Phys. Lett. A 2017, 32, 1730035, <https://arxiv.org/abs/1712.05897v1>
- Davis, D. et al, LIGO Detector Characterization in the Second and Third Observing Runs, <https://arxiv.org/pdf/2101.11673.pdf>
- Abbott, R. et al., Narrowband Searches for Continuous and Long-duration Transient Gravitational Waves from Known Pulsars in the LIGO-Virgo Third Observing Run, The Astrophysical Journal, 932:133 (27pp), 2022
- Astone, P. et al., A method for narrow-band searches of continuous gravitational wave signals, Phys. Rev. D 89, 062008, <https://arxiv.org/pdf/1403.1484.pdf>

This paper has been typeset from a  $\text{\TeX}/\text{\LaTeX}$  file prepared by the author.

**Table 3.** Einzelmessungen der GW des Krebspulsars. Die erste Spalte gibt den Standort der Antenne an;  $A_{day}$  ist der Modulationsindex der PM. Spalte 6 gibt den Zeitpunkt an, zu dem der größte Wert der täglichen Frequenzverschiebung der GW erwartet wird; Spalte 7 zeigt die tatsächliche Zeit und Spalte 8 den Fehler.

Standort (-)	GPS Zeit (s)	$f_{GW}$ (Hz)	$A_{day}$ (-)	$\dot{f}_O + \dot{f}_P$ $\cdot 10^{-10} s^{-2}$	Redshift (h UTC)	Uhrzeit (h UTC)	Fehler $\Delta t$ (Minuten)
Livingston	1260085248	59.2251827	2.70	-20.08	12.58	12.61	2.09
Livingston	1260195840	59.2249566	6.83	-17.77	12.45	12.444	-0.12
Virgo	1260269568	59.2248331	4.58	-18.93	5.61	5.605	-0.15
Livingston	1260269568	59.2248295	4.40	-18.43	12.36	12.302	-3.44
Virgo	1260281856	59.2247836	4.71	-17.58	5.59	5.302	-17.49
Hanford	1260314624	59.2247312	4.71	-17.28	14.22	14.185	-1.85
Virgo	1260355584	59.2246634	4.10	-19.37	5.51	5.691	11.08
Hanford	1260433408	59.2245028	4.50	-17.81	14.08	14.366	17.35
Virgo	1260433408	59.2244855	4.20	-17.68	5.42	5.930	30.85
Virgo	1260445696	59.2244452	7.30	-18.03	5.40	4.795	-36.36
Virgo	1260462080	59.2244286	5.18	-18.61	5.38	5.488	6.40
Virgo	1260486656	59.2244024	3.58	-17.65	5.35	5.465	6.71
Hanford	1260486656	59.2243974	5.19	-17.55	14.01	13.778	-14.15
Hanford	1260531712	59.2243040	5.35	-19.49	13.96	14.248	17.19
Virgo	1260531712	59.2243099	2.71	-19.12	5.30	5.268	-1.94
Virgo	1260617728	59.2241339	6.83	-17.26	5.20	4.959	-14.41
Hanford	1260658688	59.2240619	3.59	-20.01	13.81	13.910	5.90
Virgo	1260736512	59.2239060	5.20	-18.73	5.06	5.117	3.45
Livingston	1260752896	59.2238810	7.11	-19.72	11.79	12.081	17.36