

复 Ginzburg-Landau 方程时空混沌的网络同步与参量辨识*

吕翎[†] 李钢 徐文 吕娜 范鑫

(辽宁师范大学物理与电子技术学院, 大连 116029)

(2011年7月12日收到; 2011年8月2日收到修改稿)

研究了参量未知的时空混沌系统构成复杂网络的同步与参量辨识问题. 设计的参量辨识律可以有效地辨识复杂网络中所有节点时空混沌系统中的未知参量. 基于稳定性定理, 通过构造适当的 Lyapunov 函数, 确定了网络完全同步的条件. 以参量未知的一维复 Ginzburg-Landau 方程作为网络节点为例, 通过仿真模拟检验了参量辨识律以及同步方法的有效性.

关键词: 同步, 参量辨识, 复杂网络, 时空混沌

PACS: 05.45.Xt, 05.45.Pq

1 引言

一维复 Ginzburg-Landau 方程 (CGLE) 是描述玻色-爱因斯坦凝聚现象、物质超导性、超流性以及激光非线性波和物理相变过程的重要物理模型. 由于它是描述上述诸多实际物理过程的一个普适方程, 同时 CGLE 本身又能呈现丰富的时空动力学行为, 所以引起了人们的广泛关注与研究. Chaté^[1] 通过理论和数值研究确定了一维 CGLE 呈现各种时空动力学行为的参量区域分布. Chaté 和 Manneville^[2] 报道了二维 CGLE 在不同参量下系统的状态, 并通过数值模拟给出了相应的相图. Shao 等^[3] 研究了 CGLE 与反应扩散系统之间的关系. 冯杰等^[4] 给出了常系数 CGLE 自相似脉冲演化的解析解. 丁万山等^[5] 在双核光纤光学系统中应用 CGLE 研究了连续波的不稳定性问题. 对于这样一个能够描述诸多实际物理过程的普适方程, 随着研究的不断深入, 人们更感兴趣的是如何对它的丰富动力学行为加以控制和同步, 以利于实际应用. 为此, Montague 和 Colet^[6] 对一维 CGLE 实施了非线性扩散控制. Hu 等^[7] 利用周期反馈信号成功地控制了一维 CGLE, 并建立了局域变量反馈解析理论. Gao 等^[8] 研究了随机变量反馈对

二维 CGLE 的控制问题. Jiang 等^[9] 在二维 CGLE 中利用目标波实现了时空混沌的有效控制. Gao 和 Zheng^[10] 利用广义函数反馈法, 即采用状态变量构成的函数作为反馈信号对一维 CGLE 进行了有效控制. Kanevsky 和 Nepomnyashchy^[11] 研究了反馈作用下的 CGLE 的控制效果. 高继华等^[12] 研究了利用系统变量随时间的变化率作为反馈控制信号控制一维 CGLE 的可能性. 周建槐等^[13] 利用蜂拥控制算法的反馈方法对一维 CGLE 进行了控制研究. Junge 和 Parlitz^[14] 利用局域耦合实现了两个 CGLE 的控制与同步. Hramov 等^[15] 完成了一维耦合 CGLE 的投影同步. Nie 等^[16] 和 Zhan 等^[17] 在一维和二维 CGLE 时空混沌的相同步和投影同步等方面也进行了富有成效的研究.

然而, 由于 CGLE 本身是一个非线性表现非常强烈的时空混沌系统, 加之系统内部扩散项的存在, 因此比一般低维时间混沌系统难于控制和同步, 以致有关 CGLE 时空混沌同步甚至 CGLE 构成复杂网络的时空混沌同步的文献报道至今仍比较少见. 但研究诸如 CGLE 这样的时空混沌系统构成复杂网络的同步问题又是十分必要的. 其原因在于这类复杂网络的同步现象不仅广泛存在于自然界中, 而且更重要的是其在自然科学和社会科学的诸多领

* 辽宁省自然科学基金 (批准号: 20082147) 和辽宁省教育厅创新团队计划 (批准号: 2008T108) 资助的课题.

[†] E-mail: luling1960@yahoo.com.cn

域有着广泛的应用. 例如, 网络上多个路由器构成复杂网络进行信息的同步交换; 若干个激光混沌系统构成复杂网络进行远程通信时中继信号的同步转换以及信号的逐级放大; 动物和人类心脏细胞的同步振荡等. 为此, 时空混沌系统构成复杂网络的同步研究已成为迄今国际国内众多学者关注和致力研究的一个方向. 另外, 由于实际的时空混沌系统本身的结构复杂或应用技术的局限, 导致其系统参量不稳定或不能被准确地预先确定的情况也是常见的现象. 因此, 在进行时空混沌网络同步的同时对其节点系统的未知参量进行有效的辨识是一项具有理论研究意义和实际应用价值的工作.

本文研究了参量未知的时空混沌系统构成复杂网络的同步与参量辨识问题. 设计的参量辨识律可以有效地辨识复杂网络中所有节点时空混沌系统中的未知参量. 基于稳定性定理, 通过构造适当的 Lyapunov 函数, 确定了网络完全同步的条件. 以参量未知的一维复 Ginzburg-Landau 方程作为网络节点为例, 通过仿真模拟检验了参量辨识律以及同步方法的有效性.

2 网络同步与参量辨识机理

考虑下列含有未知参量的时空混沌系统的一般形式:

$$\frac{\partial x(r, t)}{\partial t} = F(x(r, t)), \quad (1)$$

其中 r, t 为系统的空间和时间变量, $x(r, t) \in \mathbb{R}^n$ 为系统的状态变量, $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$.

对 $F(x(r, t))$ 进行适当的分离, 将经过适当配置的线性项以及含有未知参量的函数项从 $F(x(r, t))$ 中分离出来, 即

$$\begin{aligned} \frac{\partial x(r, t)}{\partial t} &= F(x(r, t)) \\ &= Bx(r, t) + cf(x(r, t)) + D(x(r, t)) \\ &= Bx(r, t) + (c - c')f(x(r, t)) + H(x(r, t)), \quad (2) \end{aligned}$$

这里 $Bx(r, t)$ 为经过分离配置的线性项, c 是未知参量, c' 是未知参量 c 的辨识量. 显然,

$$H(x(r, t)) = D(x(r, t)) + c'f(x(r, t)). \quad (3)$$

选取如 (2) 式所示的 N 个时空混沌系统作为节点构成复杂网络, 这样, 网络中第 i 个节点所满足的状态方程可以表示为

$$\frac{\partial x_i(r, t)}{\partial t} = Bx_i(r, t) + (c - c')f(x_i(r, t))$$

$$+ H(x_i(r, t)) + S_i(x_1, x_2, \dots, x_N), \quad (4)$$

其中 $S_i(x_1, x_2, \dots, x_N)$ 为连接网络节点之间待定的耦合函数.

本文的目的是在实现整个网络时空混沌同步的同时, 使网络节点时空混沌系统中的未知参量得到有效的辨识. 为此, 定义网络节点时空混沌系统中状态变量之间的误差

$$\begin{aligned} e_i(r, t) &= x_i(r, t) - x_{i+1}(r, t) \\ &(i = 1, 2, \dots, N - 1), \quad (5) \end{aligned}$$

则

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_i(r, t)}{\partial t} &= \frac{\partial x_i(r, t)}{\partial t} - \frac{\partial x_{i+1}(r, t)}{\partial t} \\ &= Be_i + (c - c')\Delta f(x_i, x_{i+1}) \\ &\quad + \Delta H(x_i, x_{i+1}) + \Delta S_i, \quad (6) \end{aligned}$$

其中 $\Delta H(x_i, x_{i+1}) = H(x_i(r, t)) - H(x_{i+1}(r, t))$, $\Delta f(x_i, x_{i+1}) = f(x_i(r, t)) - f(x_{i+1}(r, t))$, $\Delta S_i = S_i(x_1, x_2, \dots, x_N) - S_{i+1}(x_1, x_2, \dots, x_N)$.

若下列关系存在

$$\Delta S_i = -\Delta H(x_i, x_{i+1}) \quad (i = 1, 2, \dots, N - 1), \quad (7)$$

即

$$\begin{aligned} S_k &= S_1 + \sum_{i=1}^{k-1} \Delta H(x_i, x_{i+1}) \\ &= S_1 + H(x_1(r, t)) - H(x_k(r, t)) \\ &(k = 2, 3, \dots, N), \quad (8) \end{aligned}$$

那么, (6) 式可以表示为

$$\frac{\partial e_i(r, t)}{\partial t} = Be_i + (c - c')\Delta f(x_i, x_{i+1}). \quad (9)$$

构造网络的 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} e_i^2(r, t) + \frac{1}{2}(c - c')^2, \quad (10)$$

可以得到 V 的导数的表示形式

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} &= \sum_{i=1}^{N-1} e_i(r, t) \frac{\partial e_i(r, t)}{\partial t} - (c - c') \frac{\partial c'}{\partial t} \\ &= \sum_{i=1}^{N-1} [Be_i(r, t) + (c - c')\Delta f(x_i, x_{i+1})] \\ &\quad \times e_i(r, t) - (c - c') \frac{\partial c'}{\partial t}. \quad (11) \end{aligned}$$

由 (11) 式容易看出, 只要网络节点时空混沌系统中分离配置的线性项系数 B 满足

$$B < 0, \quad (12)$$

并且参量辨识律满足

$$\frac{\partial c'}{\partial t} = \sum_{i=1}^{N-1} \Delta f(x_i, x_{i+1}) e_i(r, t), \quad (13)$$

则必有

$$\frac{\partial V}{\partial t} = B \sum_{i=1}^{N-1} e_i(r, t)^2 < 0. \quad (14)$$

根据稳定性定理^[18], 此时整个网络将达到完全同步. 同时, 根据 (13) 式, 未知参量将得到有效辨识.

3 仿真分析

采用一维 CGLE 系统进行仿真分析. 在空间一维的情况下, CGLE 系统为^[19]

$$\begin{aligned} \partial_t A(r, t) = & A(r, t) + (1 + jc_1) \partial_r^2 A(r, t) \\ & - (1 + jc_2) |A(r, t)|^2 A(r, t), \end{aligned} \quad (15)$$

其中 A 是 CGLE 系统的复状态变量, c_1 和 c_2 为方程的两个可变的实数参量, j 为虚单位.

对于一维 CGLE 系统, 我们在数值模拟中采用周期性边界条件 $A(r, t) = A(r + L, t)$, 初始值取 $A(r, 0) = \sqrt{1 - q^2} e^{jqr}$ ($q = \frac{2m\pi}{L}, m = 4$), 选取系统尺寸 $L = 100$, 做出系统的最大 Lyapunov 指数随参量 c_1 和 c_2 的演化关系如图 1 所示. 图 1 显示 CGLE 系统最大 Lyapunov 指数存在大于零的区域, 表明参量在该区域时系统处于时空混沌态. 进一步固定参量 $c_2 = -1.5$, 做出 CGLE 系统的最大 Lyapunov 指数随单一参量 c_1 的演化关系如图 2 所示. 我们在最大 Lyapunov 指数大于零的区域取参量 c_1 的值为 2, 做出此时系统状态变量实部的时空演化和系统的相图如图 3 和图 4 所示.

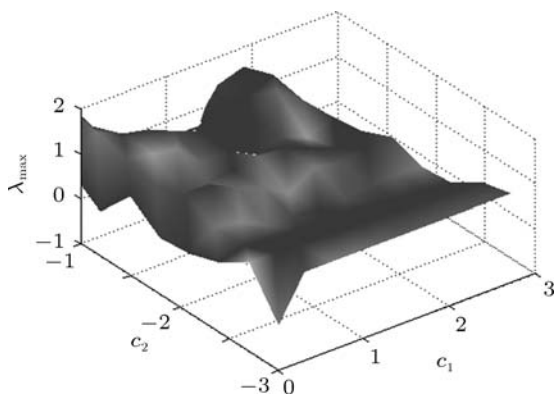


图 1 最大 Lyapunov 指数随参量 c_1 和 c_2 的演化

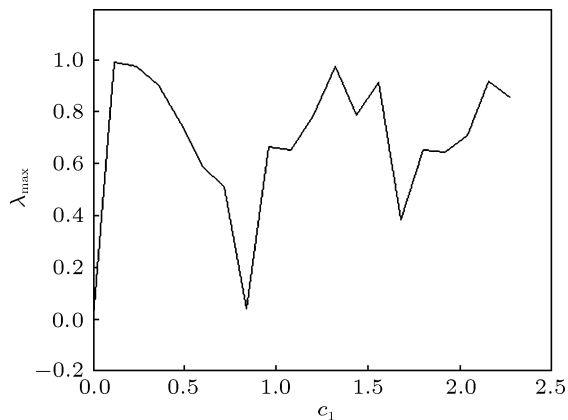


图 2 最大 Lyapunov 指数随参量 c_1 的演化

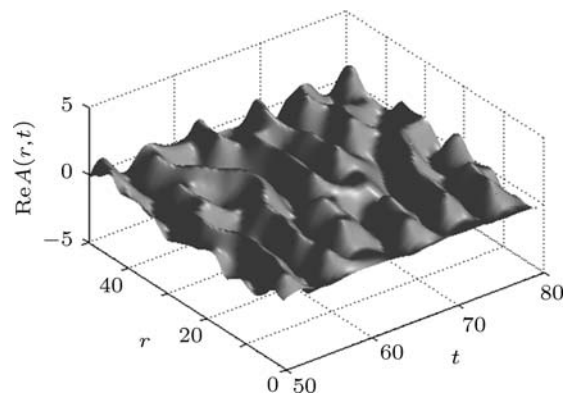


图 3 状态变量 $ReA(r, t)$ 的时空演化

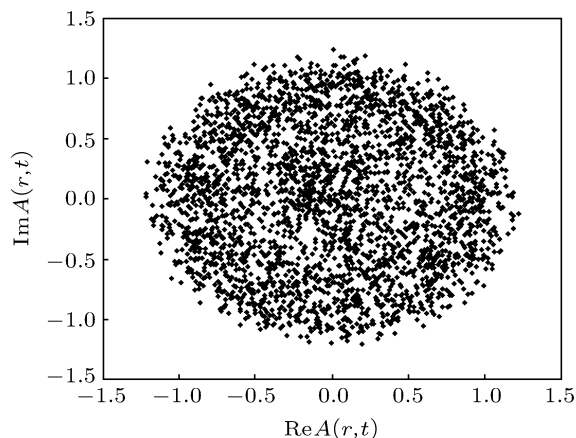


图 4 CGLE 系统的相图

取 N 个 CGLE 系统作为网络的节点, 按照 (4) 式的连接构成复杂网络. 仿真模拟网络同步时, 取网络节点数 $N = 4$, 四个节点处 CGLE 系统状态变量分别为 A_1, A_2, A_3, A_4 . 网络中所有参量的取值均保持不变, 并假设网络四个节点处 CGLE 系统中的参量 c_2 为未知参量. 网络节点时空混沌系统中分离配置的线性项的系数 B 取值 -1 , 选取耦合函

数 $S_1 = 0$, 其余耦合函数 $S_k (k = 2, 3, 4)$ 的选取满足 (8) 式. 在第 50 s 时进行网络的耦合连接, 仿真模拟网络误差变量实部随时空的演化规律如图 5—7 所示.

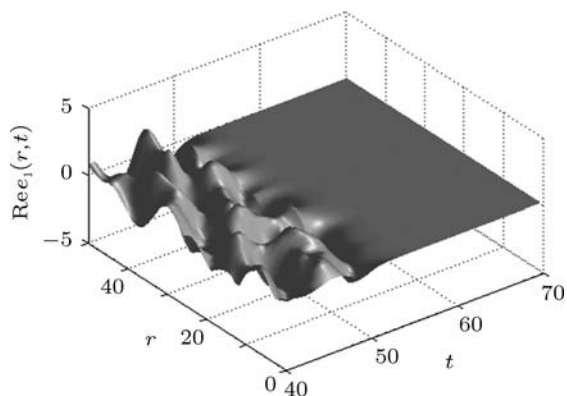


图 5 误差变量 $Re e_1(r, t)$ 的时空演化

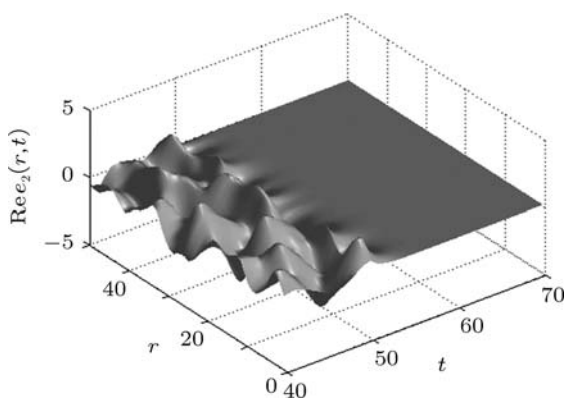


图 6 误差变量 $Re e_2(r, t)$ 的时空演化

图 5—7 显示, 由于网络中各节点 CGLE 系统的状态变量所取的初始值不同, 因此, 网络误差 $e_1 = A_1 - A_2, e_2 = A_2 - A_3, e_3 = A_3 - A_4$ 随时空的演化有明显的差异. 但网络在第 50 s 耦合连接后, 经过一个短暂的过渡过程, 四个节点 CGLE 系统的状态变量随时空的演化完全相同, 网络同步得以实现. 此时, 由图中可以看到, 网络同步后其误差变量均趋于零. 当网络节点数 N 取其他值时, 重复上述仿真模拟过程, 发现同步结果并无改变, 说明网络规模的大小对网络同步的稳定性没有影响. 另外, 网络节点时空混沌系统中分离配置的线性项的系数 B 的数值选取也十分灵活. 只要取满足 $B < 0$ 的任何值, 均可以实现整个网络的完全同步. 图 8 显示的是网络中未知参量 c_2 的辨识过程. 可以看到, 网络耦合连接后, 在所取的空间区域 $(0, L)$ 内, 对于任意的空间格点坐标 (例如图中取第 25 个格

点 $r = 25$), 参量辨识曲线均从最初的任意值逐渐趋于定值 -1.5 , 说明运用参量辨识律 (13) 式可以有效地辨识 CGLE 系统中的未知参量.

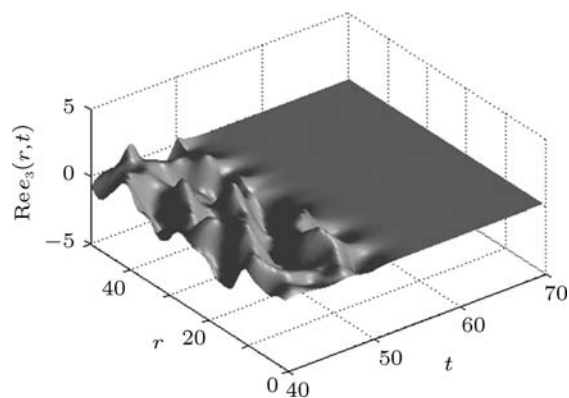


图 7 误差变量 $Re e_3(r, t)$ 的时空演化

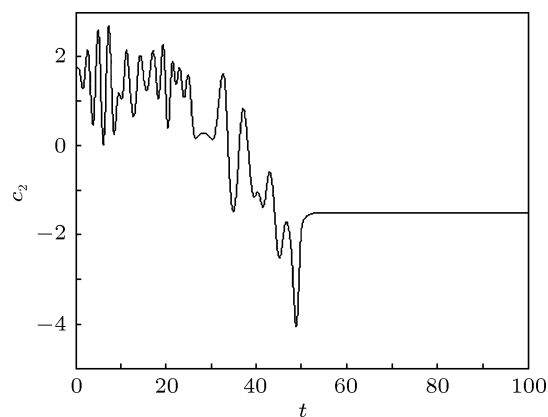


图 8 未知参量 c_2 的辨识过程 ($r = 25$)

4 结论

研究了参量未知的时空混沌系统构成复杂网络的同步与参量辨识问题. 首先设计了一种参量辨识律, 对复杂网络所有节点时空混沌系统中的未知参量进行了有效辨识. 作为一个仿真实例, 对参量 c_2 未知的一维 CGLE 系统作为节点的复杂网络进行了辨识, 发现辨识量 c_2' 能迅速地渐近到 c_2 的实际值 -1.5 , 未知参量得以确定. 其次, 完成了参量未知的时空混沌系统构成复杂网络的同步研究. 基于稳定性定理, 确定了复杂网络中连接节点之间耦合函数的结构形式. 通过对参量未知的 CGLE 系统作为网络节点的同步仿真发现, 只要网络节点时空混沌系统中分离配置的线性项系数 B 的数值满足小于零的条件, 整个网络均存在稳定的同步现象.

- [1] Chaté H 1994 *Nonlinearity* **7** 185
 [2] Chaté H, Manneville P 1996 *Physica A* **224** 348
 [3] Shao X, Ren Y, Ouyang Q 2006 *Chin. Phys.* **15** 513
 [4] Feng J, Xu W C, Li S X, Liu S H 2007 *Science in China G* **37** 427 (in Chinese) [冯杰, 徐文成, 李书贤, 刘颂豪 2007 中国科学 G **37** 427]
 [5] Ding W S, Xi L, Liu L H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7705 (in Chinese) [丁万山, 席峻, 柳莲花 2008 物理学报 **57** 7705]
 [6] Montague R, Colet P 1997 *Phys. Rev. E* **56** 4017
 [7] Hu G, Xiao J H, Gao J H, Li X M, Yao Y G, Hu B 2000 *Phys. Rev. E* **62** 3043
 [8] Gao J H, Wang X G, Hu G, Xiao J H 2001 *Phys. Lett. A* **283** 342
 [9] Jiang M X, Wang X N, Ouyang Q, Zhang H 2004 *Phys. Rev. E* **69** 56202
 [10] Gao J H, Zheng Z G 2007 *Chin. Phys. Lett.* **24** 359
 [11] Kanevsky Y, Nepomnyashchy A A 2008 *Phys. Lett. A* **372** 7156
 [12] Gao J H, Xie L L, Peng J H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5218 (in Chinese) [高继华, 谢玲玲, 彭建华 2009 物理学报 **58** 5218]
 [13] Zhou J H, Deng M Y, Tang G N, Kong L J, Liu M R 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6828 (in Chinese) [周建槐, 邓敏艺, 唐国宁, 孔令江, 刘慕仁 2009 物理学报 **58** 6828]
 [14] Junge L, Parlitz U 2000 *Phys. Rev. E* **61** 3736
 [15] Hramov A E, Koronovskii A A, Popov P V 2005 *Phys. Rev. E* **72** 037201
 [16] Nie H C, Xie L L, Gao J H, Zhan M 2011 *Chaos* **21** 023107
 [17] Zhan M, Wang X G, Gong X F, Lai C H 2005 *Phys. Rev. E* **71** 036212
 [18] Lü L 2000 *Nonlinear Dynamics and Chaos* (Dalian: Dalian Publishing House) (in Chinese) [吕翎 2000 非线性动力学与混沌 (大连: 大连出版社)]
 [19] Cross M C, Hohenberg P C 1993 *Rev. Mod. Phys.* **65** 851

Network synchronization of spatiotemporal chaos and parameter identification in complex Ginzburg-Landau equation*

Lü Ling[†] Li Gang Xu Wen Lü Na Fan Xin

(College of Physics and Electronic Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)

(Received 12 July 2011; revised manuscript received 2 August 2011)

Abstract

The synchronization and the parameter identification of a complex network are studied, in which nodes are uncertain spatiotemporal chaos systems. The recognition laws of parameters are designed, and the unknown parameters in spatiotemporal chaos systems at the nodes of the complex network are identified. An appropriate Lyapunov function is constructed, and the conditions of realizing global synchronization of the network are discussed and confirmed based on the stability theory. The uncertain complex Ginzburg-Landau equation having spatiotemporal chaos behavior is taken as nodes in the complex network, and simulation results of spatiotemporal chaos synchronization and parameter identification show the effectiveness of the method.

Keywords: synchronization, parameter identification, complex network, spatiotemporal chaos

PACS: 05.45.Xt, 05.45.Pq

* Project supported by the Natural Science Foundation of Liaoning Province, China (Grant No. 20082147), and the Innovative Team Program of Liaoning Educational Committee, China (Grant No. 2008T108).

[†] E-mail: luling1960@yahoo.com.cn