

# L'Analyseur Statique ASTRÉE

Patrick Cousot

École normale supérieure, Paris

cousot@ens.fr www.di.ens.fr/~cousot

Grand Colloque TIC 2006, Session RNTL « Systèmes embarqués », Centre de congrès, Lyon, 15 novembre 2006

## Plan

– Objectifs du projet RNTL ASTRÉE .....	4
– Introduction informelle à l'interprétation abstraite .....	7
– Conception d'un analyseur statique par interprétation abstraite .....	18
– Exemples d'abstraction .....	33
– L'analyseur statique ASTRÉE .....	39
– Applications d'ASTRÉE .....	50
– Conclusion .....	53



## Résumé

Nous rappelons les objectifs du projet RNTL ASTRÉE (*Analyse Statique de Logiciel Temps Réel Embarqué*, déc. 2002—mars 2006) sur la vérification complètement automatique d'absence d'erreurs à l'exécution dans les codes embarqués de contrôle/commande, puis expliquons les bases formelles de l'interprétation abstraite utilisées pour concevoir l'analyseur statique ASTRÉE ([www.astree.ens.fr](http://www.astree.ens.fr)), en particulier l'adaptation à un domaine d'application spécifique, les résultats obtenus par l'analyseur statique ASTRÉE sur les logiciels de commande de vol électrique de l'A340 et de l'A380, les perspectives industrielles et les développements scientifiques à moyen terme, en particulier en ce qui concerne l'analyse statique de programmes asynchrones (projet RNTL THÉSÉE).

Une courte démonstration de l'analyseur statique ASTRÉE est prévue pendant la pause.

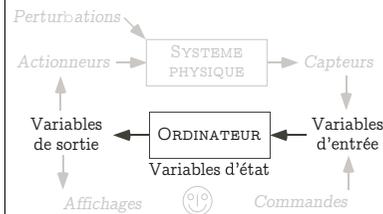
## Objectifs du projet RNTL « ASTRÉE »



## Analyse statique de programmes synchrones

- Programmes C embarqués de contrôle/commande temps-réel synchrone :

```
déclarer et initialiser les variables d'état;  
loop forever  
  lire les variables d'entrée volatiles,  
  calculer les variables de sortie et d'état,  
  écrire les variables de sortie;  
  attendre le prochain tick d'horloge  
end loop
```



## Introduction informelle à l'interprétation abstraite

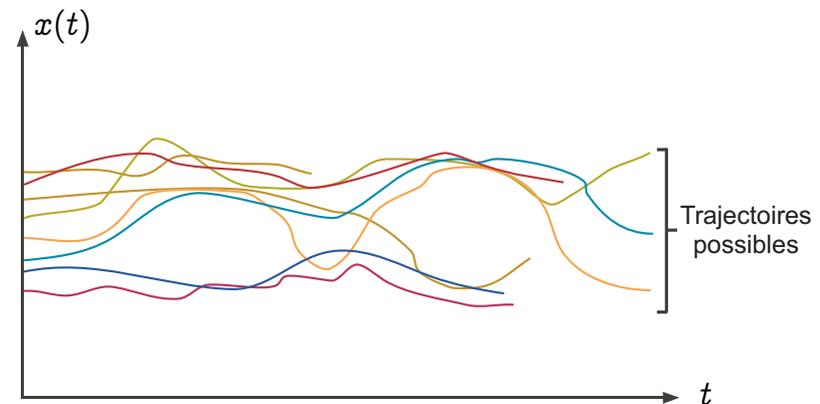


## Objectif d'ASTRÉE

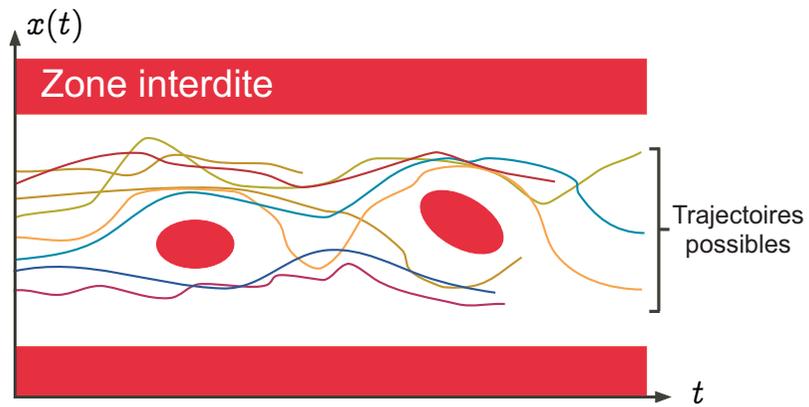
- Démontrer automatiquement l'absence d'erreurs à l'exécution :
- Exigences :
  - correction (pas d'erreur oubliée)
  - passage à l'échelle (100 000 à 1000 000 LOCs)
  - efficacité (analyse faisable sur une station de travail)
  - précision (peu de fausses alarmes)
- Pas d'alarme → certification complète



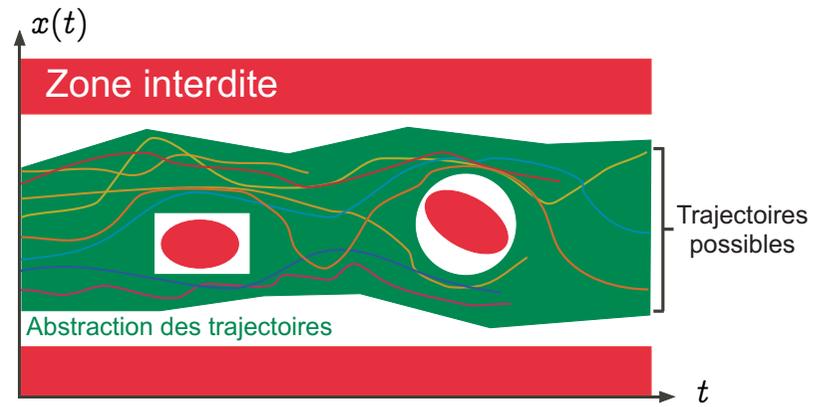
## Sémantique opérationnelle



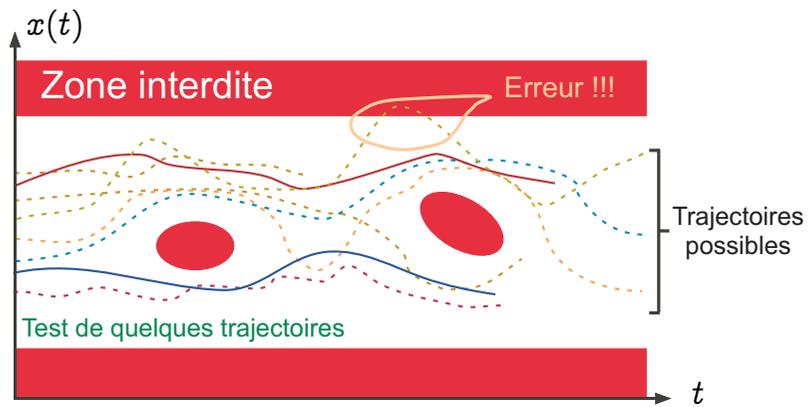
## Propriétés de sûreté



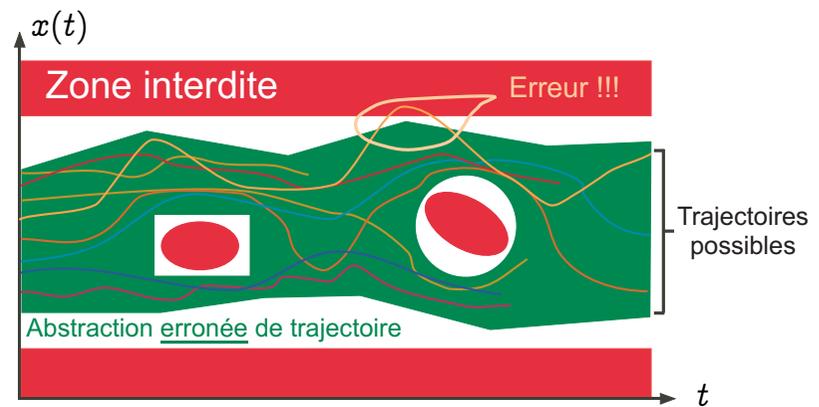
## L'interprétation abstraite est sûre



## Le test n'est pas sûr



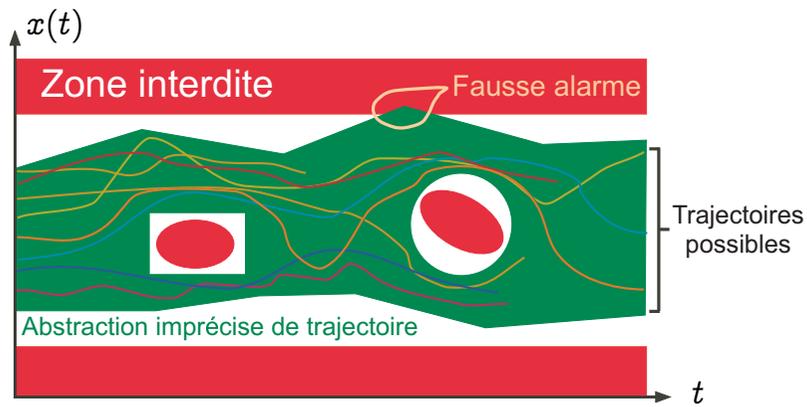
## Exigence de sûreté : abstraction erronée<sup>1</sup>



<sup>1</sup> Cette situation est toujours exclue en analyse statique par interprétation abstraite.

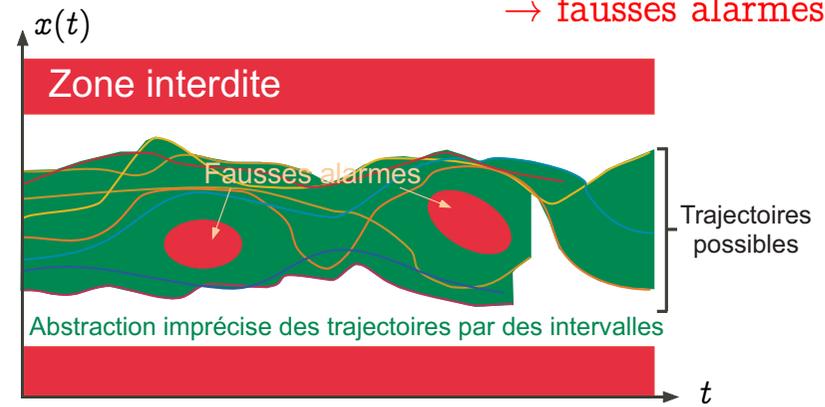


## L'imprécision entraîne des fausses alarmes



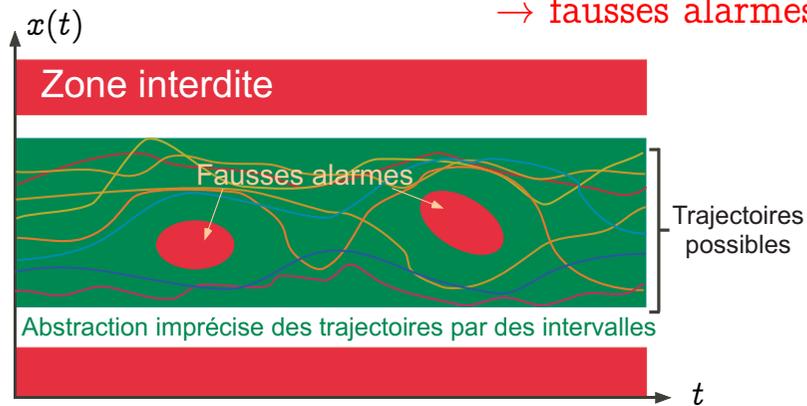
## Abstraction locale par intervalles

→ fausses alarmes

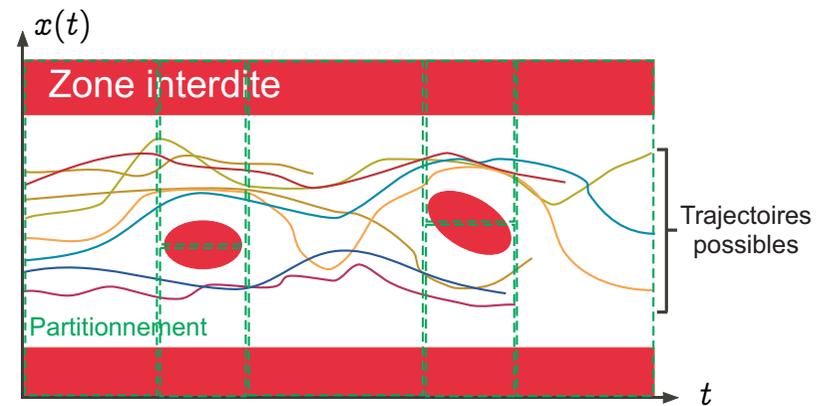


## Abstraction globale par intervalles

→ fausses alarmes

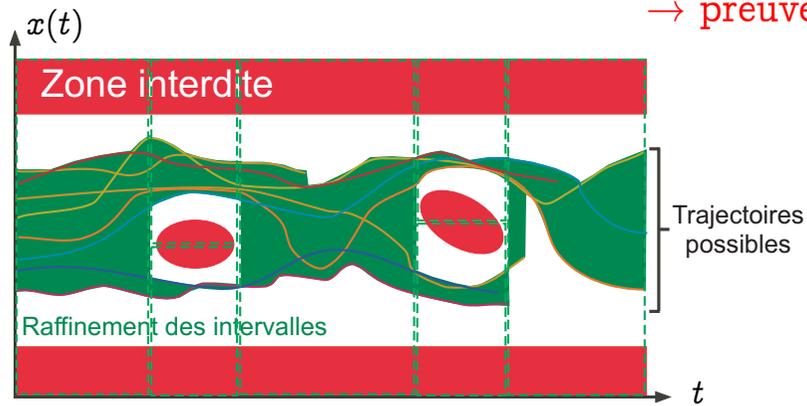


## Raffinement par partitionnement



## Intervalles avec partitionnement

→ preuve



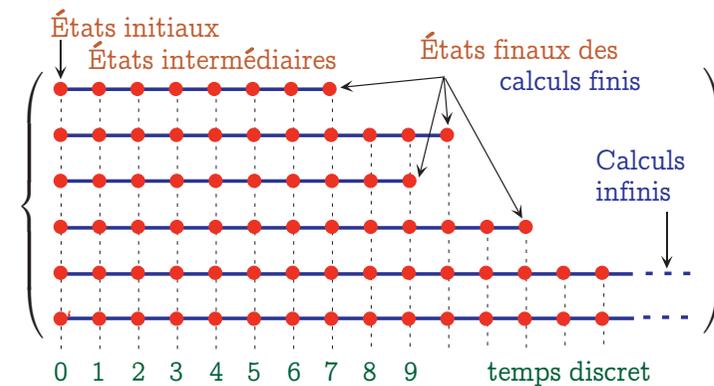
## Sémantique du langage

1. Définir la **sémantique du langage**  $\mathcal{S} \in \mathcal{L} \mapsto \mathcal{D}$  et les **propriétés concrètes**  $\rho(\mathcal{D})$  ;



Conception d'un analyseur statique  
par interprétation abstraite

## Exemple : sémantique de traces



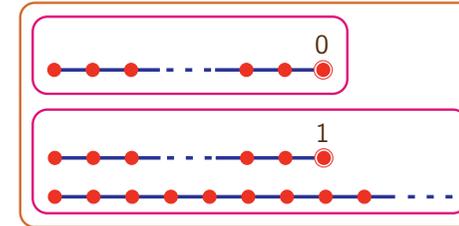
États  $\Sigma = \{\bullet, \dots, \bullet, \dots\}$ , transitions  $\tau = \{\bullet \rightarrow \bullet, \dots, \bullet \rightarrow \bullet, \dots\}$



## Sémantique de traces, formellement

- Traces d'un système de transitions  $\langle \Sigma, \tau \rangle$  :  
 finies  $\Sigma^+ \stackrel{\text{def}}{=} \bigcup_{n>0} [0, n[ \mapsto \Sigma$ ,    infinies  $\Sigma^\omega \stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{N} \mapsto \Sigma$
- $\mathcal{D} = \wp(\Sigma^+ \cup \Sigma^\omega)$                     domaine sémantique
- $\mathcal{S}[\langle \Sigma, \tau \rangle] = \text{lfp} \sqsubseteq F \in \mathcal{D}$                     sémantique de traces
- $F(X) = \{s \in \Sigma^+ \mid s \in \Sigma \wedge \forall s' \in \Sigma : \langle s, s' \rangle \notin \tau\}$   
 $\cup \{ss'\sigma \mid \langle s, s' \rangle \in \tau \wedge s'\sigma \in X\}$                     opérateur
- $X \sqsubseteq Y \stackrel{\text{def}}{=} (X \cap \Sigma^+) \subseteq (Y \cap \Sigma^+) \wedge (X \cap \Sigma^\omega) \supseteq (Y \cap \Sigma^\omega)$                     ordre de calcul

## Exemple de propriété de programme



- Implantations correctes : print 0, print 1, [print 1|loop],  
 ...
- Implantations incorrectes : [print 0|print 1]

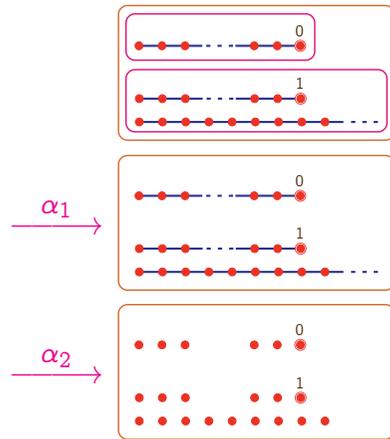
## Propriétés à démontrer

2. Définir la propriété à démontrer  $Q[P] \in \wp(\mathcal{D})$  des programmes  $P : \mathcal{S}[P] \in Q[P]$

## Abstraction

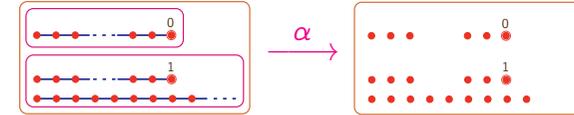
3. Choisir l'abstraction  $\langle \wp(\mathcal{D}), \sqsubseteq \rangle \xleftrightarrow[\alpha]{\gamma} \langle \mathcal{D}^\sharp, \sqsubseteq \rangle$

## Exemple d'abstraction : états accessibles



## Exemple : états accessibles

- Système de transition :  $\langle \Sigma, \tau \rangle$
- États initiaux :  $\mathcal{I} \subseteq \Sigma$
- Abstraction :



- États accessibles :

$$\alpha(\{\mathcal{S}[\langle \Sigma, \tau \rangle]\}) = \alpha(\text{lfp}^{\sqsubseteq} F) = \text{lfp}^{\sqsubseteq} F^{\sharp},$$

$$F^{\sharp}(X) = \mathcal{I} \cup \{s' \mid \exists s \in X : \langle s, s' \rangle \in \tau\}$$



## Sémantique abstraite

4. La théorie de l'interprétation abstraite permet de construire formellement une **sémantique abstraite**  $\mathcal{S}^{\sharp}[[P]] \sqsupseteq \alpha(\{\mathcal{S}[[P]]\})$



## Analyseur statique

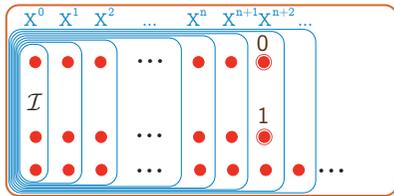
5. L'**algorithme d'analyse statique** est le calcul de la sémantique abstraite (donc correct par construction)



## Exemple : états accessibles

- Système de transition :  $\langle \Sigma, \tau \rangle$
- États initiaux :  $\mathcal{I} \subseteq \Sigma$
- États accessibles :  $\text{lfp}^{\subseteq} F^{\sharp} = \bigcup_{n \geq 0} F^{\sharp n}(\emptyset)$ , où

$$F^{\sharp}(X) = \mathcal{I} \cup \{s' \mid \exists s \in X : \langle s, s' \rangle \in \tau\}$$



itération infinie  
 $\Rightarrow$  accélération  
 de la convergence



## Difficulté de l'analyse statique

7. L'abstraction doit être choisie en fonction du programme  $P$  et de la propriété  $Q[[P]]$  à démontrer
  - suffisamment grossière pour être **calculable** par un ordinateur,
  - suffisamment **précise** pour obtenir une preuve formelle de correction :  $\gamma(S^{\sharp}[[P]]) \subseteq Q[[P]]$ ;



## Résultats de l'analyse statique

6. Le résultat du calcul est
  - $S[[P]] \in \gamma(S^{\sharp}[[P]]) \subseteq Q[[P]]$  (**preuve de correction**),  
ou
  - $\gamma(S^{\sharp}[[P]]) \not\subseteq Q[[P]]$  (**propriété non satisfaite** (erreur) ou **approximation trop grossière** (fausse alarme))



## Raffinement de l'analyse statique

8. En cas de fausse alarme, il est nécessaire de **raffiner** l'abstraction.



## Exemples d'abstraction



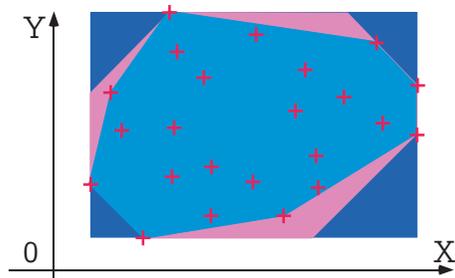
## Exemple de raffinement de l'analyse statique

- Raffinement de l'analyse d'intervalles :
  - si  $x \in [a, b]$  et  $y \in [c, d]$  alors  $x + y \in [a + c, b + d]$
  - Imprécis si  $x = -y$  (il faudrait  $x + y \in [0, 0]$ )
  - raffinement nécessaire, ex. produit réduit avec  $x = \pm y$  ou octogones<sup>2</sup>

<sup>2</sup> Le raffinement par recherche de contre-exemples dans la sémantique concrète est évidemment illusoire à cause de l'explosion combinatoire !



## Domaines abstraits numériques d'usage général



Approximation d'un ensemble de points

Intervalles : [6]

$$\bigwedge_{i=1}^n a_i \leq x_i \leq b_i$$

Octogones :

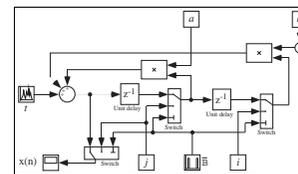
$$\bigwedge_{i=1}^n \bigwedge_{j=1}^n \pm x_i \pm y_j \leq a_{ij}$$

Polyèdres : [8]

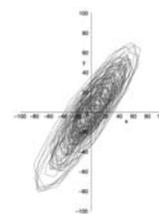
$$\bigwedge_{j=1}^m \left( \sum_{i=1}^n a_{ji} x_i \right) \leq b_j$$



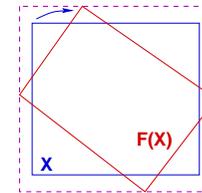
## Filtre digital du 2<sup>ème</sup> ordre : Domaine abstrait ellipsoïdal



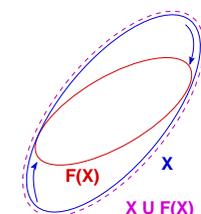
- Calcule  $X_n = \begin{cases} \alpha X_{n-1} + \beta X_{n-2} + Y_n \\ I_n \end{cases}$
- Quelle abstraction peut démontrer que le calcul est **borné** ?
- Pas d'intervalle, octogone ou polyèdre **stable**
- Le volume le plus simple est un **ellipsoïde** [13]



trace d'exécution



$X \cup F(X)$   
intervalle instable



$X \cup F(X)$   
ellipsoïde stable



## Exemple de filtre

```
typedef enum {FALSE = 0, TRUE = 1} BOOLEAN;
BOOLEAN INIT; float P, X;
void filter () {
    static float E[2], S[2];
    if (INIT) { S[0] = X; P = X; E[0] = X; }
    else { P = (((((0.5 * X) - (E[0] * 0.7)) + (E[1] * 0.4))
                + (S[0] * 1.5)) - (S[1] * 0.7)); }
    E[1] = E[0]; E[0] = X; S[1] = S[0]; S[0] = P;
    /* S[0], S[1] in [-1327.02698354, 1327.02698354] */
}
void main () { X = 0.2 * X + 5; INIT = TRUE;
while (1) {
    X = 0.9 * X + 35; /* simulated filter input */
    filter (); INIT = FALSE; }
}
```



## L'analyseur statique ASTRÉE

[www.astree.ens.fr](http://www.astree.ens.fr)



## Divergences lentes par cumuls d'arrondis

```
X = 1.0;
while (TRUE) { ①
    X = X / 3.0;
    X = X * 3.0;
}
```

- Sur les réels  $\mathbb{R}$  :  $x = 1.0$  en ①
- Sur les flottants : erreurs d'arrondi
- Cumul des erreurs d'arrondi : cause possible de divergence

**Solution** [17] : borner l'erreur d'arrondi cumulée en fonction du nombre d'itérés par des progressions arithmético-géométriques :

- Relation  $|x| \leq a \cdot b^n + c$ , où  $a, b, c$  sont des constantes déterminées par l'analyse,  $n$  est le numéro d'itéré
- Nombre d'itérations borné par  $N$  :  $|x| \leq a \cdot b^N + c$



## Programmes analysés par ASTRÉE

- **Domaine d'application**: grands logiciels embarqués critiques de contrôle/commande temps-réel synchrone non linéaire de systèmes complexes.
- **programmes C** :
  - avec
    - types numériques de base, structures et tableaux
    - pointeurs (y compris sur des fonctions)
    - calculs flottants
    - tests, boucles et appels de fonctions
    - branchements limités (goto en avant, break, continue)



– avec (suite)

- union
- arithmétique de pointeurs

– sans

- allocation dynamique de mémoire
- fonctions récursives
- branchements en arrière
- effets de bord conflictuels
- bibliothèques C, appels système (parallélisme)



Aspects difficiles

- **Taille** : 100 à 1000 kLOCs, 10/50 000 variables globales
- **Calculs flottants** :  
y compris des réseaux interconnectés de filtres, du contrôle non-linéaire avec rétroactions, des interpolations...
- **Nombreuses interdépendances entre variables** :
  - La stabilité des calculs doit être prouvée
  - Des relations complexes doivent être inférées entre des valeurs booléennes et numériques
  - Il faut suivre de très longs chemins de calcul entre les entrées et les sorties



Spécifications implicites : absence d'erreurs à l'exécution

- Aucune violation de la **norme de C** (ex. débordement d'index de tableau, division par zéro)
- **Aucun comportement indéfini** dépendant de l'implémentation (ex. l'entier court maximal est 32767, NaN)
- Aucune violation des **normes de programmation** (ex. les variables statiques peuvent ne pas être initialisées à 0)
- Aucune violation des **assertions du programmeur** (les assert doivent être toutes vérifiées statiquement).



Caractéristiques de l'analyseur ASTRÉE

- Statique** : analyse à la compilation ( $\neq$  analyse à l'exécution  
*Rational Purify, Parasoft Insure++*)
- Analyseur de programmes** : analyse des textes de programmes  
pas de micro-modèles de ces programmes ( $\neq$  *PRO-MELA* dans *SPIN* ou *Alloy* dans l'*Alloy Analyzer*)
- Automatique** : pas d'interaction avec l'utilisateur ( $\neq$  *ESC Java, ESC Java 2*)



## Caractéristiques de l'analyseur ASTRÉE (suite)

- Correct** : couvre tout l'espace d'états accessibles ( $\neq$  **MAGIC**, **CBMC**) et donc
- n'omet jamais une erreur potentielle ( $\neq$  **UNO**, **CMC** de **coverity.com**)
  - ne montre pas que les erreurs les plus probables ( $\neq$  **Splint**),
  - prend l'environnement (inconnu) en compte ( $\neq$  **SLAM**)
- Multiabstractions** : utilise de nombreux domaines abstraits numériques et symboliques ( $\neq$  contraintes symboliques de **Bane** ou l'abstraction canonique de **TVLA**)



## Caractéristiques de l'analyseur ASTRÉE (suite)

- Orienté applications** : a des connaissances de la théorie du contrôle/commande (ex. filtres digitaux) (à l'opposé d'une simple spécialisation à un style de programmation **C Global Surveyor**)
- Paramétrique** : le rapport coût/précision peut être ajusté par des options et directives dans le code pour satisfaire les besoins des utilisateurs
- Paramétrisation automatique** : la production des directives d'analyse dans le code peut être programmée (pour une spécialisation à un domaine d'application)



## Caractéristiques de l'analyseur ASTRÉE (suite)

- Infinitaire** : les abstractions utilisent des domaines abstraits infinis avec élargissement/rétrécissement ( $\neq$  analyseurs basés sur le "model-checking" comme **VeriSoft**, **Bandera**, **Java PathFinder**)
- Efficace** : termine toujours ( $\neq$  abstraction/raffinement guidé par des contre-exemples **BLAST**, **SLAM**)
- Spécialisable** : peut facilement incorporer de nouvelles abstractions et les réductions entre domaines abstraits ( $\neq$  analyseurs de portée générale comme **PolySpace Verifier**)



## Caractéristiques de l'analyseur ASTRÉE (suite)

- Modulaire** : une instance de l'analyseur est construite par assemblage de modules **O-CAML** modules à partir d'une collection d'implémentations de domaines abstraits
- Précis** : peut ou pas de fausses alarmes par adaptation à un domaine d'application  $\rightarrow$
- c'est un VÉRIFICATEUR AUTOMATIQUE!**



## Exemple de session d'analyse



## Application aux A 340/ A 380

- Logiciel primaire de contrôle de vol du système de commande de vol électrique de la famille des Airbus A340 et de l'A380



- programme C, automatiquement engendré à partir d'une spécification de haut niveau (à la Simulink/SCADE)
- A340 : 100.000 à 250.000 lignes
- A380 : 400.000 à 1.000.000 lignes



## Applications d'ASTRÉE



## Une première mondiale

- En nov. 2005, analyse de 400.000 lignes de code C<sup>3</sup>

temps	mémoire	fausses alarmes
13h 52mn	2,2 Go	0

- En nov. 2006, analyse de 750.000 lignes de code C

temps	mémoire	fausses alarmes
34h 30mn	4,8 Go	0

<sup>3</sup> sur un AMD Opteron 248, 64 bits, un seul processeur



## Conclusion



## Projet THÉSÉE

- Analyse statique de programmes asynchrones
- Absence d'erreurs à l'exécution, d'interférences incorrectes et de mauvaises synchronisations
- Projet Airbus France, CNRS, EDF, ENS
- Exemple d'application : A380 Flight Warning System sur ARINC 653 (3 500 000 Locs)



## Résultats du projet ASTRÉE

- Preuve pratique que l'analyse statique par interprétation abstraite passe à l'échelle<sup>4</sup>
- Utilisation industrielle effective

<sup>4</sup> La principale difficulté pour les méthodes formelles.



## FIN, MERCI DE VOTRE ATTENTION

Plus de références à l'URL [www.di.ens.fr/~cousot](http://www.di.ens.fr/~cousot)  
[www.astree.ens.fr](http://www.astree.ens.fr).



## Références introductives sur l'interprétation abstraite

- [1] Patrick Cousot.  
*Interprétation abstraite*.  
Technique et Science Informatique, Vol. 19, Nb 1-2-3. Janvier 2000, Hermès, Paris, France. pp. 155—164.
- [2] Patrick Cousot.  
*Abstract Interpretation Based Formal Methods and Future Challenges*.  
In Informatics, 10 Years Back - 10 Years Ahead, R. Wilhelm (Ed.), Lecture Notes in Computer Science 2000, pp. 138—156, 2001.
- [3] Patrick Cousot & Radhia Cousot.  
*Basic Concepts of Abstract Interpretation*.  
In *Building the Information Society*, R. Jacquard (Ed.), Kluwer Academic Publishers, pp. 359—366, 2004.
- [4] Patrick Cousot.  
*Abstract Interpretation*.  
<http://www.di.ens.fr/~cousot/AI/>



## Références sur ASTRÉE

- [10] ASTRÉE, <http://www.astree.ens.fr/>
- [11] Bruno Blanchet, Patrick Cousot, Radhia Cousot, Jérôme Feret, Laurent Mauborgne, Antoine Miné, David Monniaux & Xavier Rival.  
*Design and Implementation of a Special-Purpose Static Program Analyzer for Safety-Critical Real-Time Embedded Software*, invited chapter. In *The Essence of Computation: Complexity, Analysis, Transformation. Essays Dedicated to Neil D. Jones, T. Mogensen and D.A. Schmidt and I.H. Sudborough* (Editors). Lecture Notes in Computer Science 2566, pp. 85—108, © Springer.
- [12] Bruno Blanchet, Patrick Cousot, Radhia Cousot, Jérôme Feret, Laurent Mauborgne, Antoine Miné, David Monniaux, & Xavier Rival.  
*A Static Analyzer for Large Safety-Critical Software*. In PLDI 2003 — ACM SIGPLAN SIGSOFT Conference on Programming Language Design and Implementation, 2003 Federated Computing Research Conference, June 7—14, 2003, San Diego, California, USA, pp. 196—207, © ACM.
- [13] Jérôme Feret.  
*Static analysis of digital filters*. In ESOP 2004 — European Symposium on Programming, D. Schmidt (editor), Mar. 27 —Apr. 4, 2004, Barcelona, ES, Lecture Notes in Computer Science 2986, pp. 33—48, © Springer.
- [14] Laurent Mauborgne.  
*ASTRÉE: verification of absence of run-time error*. In *Building the Information Society*, R. Jacquard (Ed.), Kluwer Academic Publishers, pp. 385—392, 2004.



## Références classiques sur l'interprétation abstraite

- [5] P. Cousot. *Méthodes itératives de construction et d'approximation de points fixes d'opérateurs monotones sur un treillis, analyse sémantique de programmes*. Thèse d'État ès sciences mathématiques, Université scientifique et médicale de Grenoble, Grenoble, France, 21 March 1978.
- [6] P. Cousot and R. Cousot. *Static determination of dynamic properties of programs*. In *Proc. Second International Symp. on Programming*, pp. 106—130, 1976. Dunod, Paris, France.
- [7] P. Cousot and R. Cousot. *Abstract interpretation: a unified lattice model for static analysis of programs by construction or approximation of fixpoints*. In *Conf. Rec. Fourth Annual ACM SIGPLAN-SIGACT Symp. on Principles of Programming Languages*, pp. 238—252, Los Angeles, California, 1977. ACM Press, New York, USA.
- [8] P. Cousot and N. Halbwachs. *Automatic discovery of linear restraints among variables of a program*. In *Conf. Rec. Fifth Annual ACM SIGPLAN-SIGACT Symp. on Principles of Programming Languages*, pp. 84—97, Tucson, Arizona, 1978. ACM Press, New York, U.S.A.
- [9] P. Cousot and R. Cousot. *Systematic design of program analysis frameworks*. In *Conf. Rec. Sixth Annual ACM SIGPLAN-SIGACT Symp. on Principles of Programming Languages*, pp. 269—282, San Antonio, Texas, 1979. ACM Press, New York, U.S.A.



- [15] Antoine Miné.  
*Relational abstract domains for the detection of floating-point run-time errors*. In ESOP 2004 — European Symposium on Programming, D. Schmidt (editor), Mar. 27 — Apr. 4, 2004, Barcelona, Lecture Notes in Computer Science 2986, pp. 3—17, © Springer.
- [16] Antoine Miné.  
*Weakly relational numerical abstract domains*. Thèse de l'École polytechnique, 6 December 2004.
- [17] Jérôme Feret.  
*The arithmetic-geometric progression abstract domain*. In VMCAI 2005 — Verification, Model Checking and Abstract Interpretation, R. Cousot (editor), Lecture Notes in Computer Science 3385, pp. 42—58, 17—19 January 2005, Paris, © Springer.
- [18] Patrick Cousot, Radhia Cousot, Jérôme Feret, Laurent Mauborgne, Antoine Miné, David Monniaux & Xavier Rival.  
*The ASTRÉE analyser*. In ESOP 2005 — The European Symposium on Programming, M. Sagiv (editor), Lecture Notes in Computer Science 3444, pp. 21—30, 2—10 April 2005, Edinburgh, © Springer.
- [19] Laurent Mauborgne & Xavier Rival.  
*Trace Partitioning in Abstract Interpretation Based Static Analyzer*. In ESOP 2005 — ; The European Symposium on Programming, M. Sagiv (editor), Lecture Notes in Computer Science 3444, pp. 5—20, 2—10 April 2005, Edinburgh, © Springer.



- [20] Xavier Rival.  
*Understanding the Origin of Alarms in ASTRÉE*. In SAS'05 — The 12th International Static Analysis Symposium, Chris Hankin & Igor Siveroni (editors), Lecture Notes in Computer Science 3672, pp. 303–319, 7–9 September 2005, London, UK, © Springer.
- [21] David Monniaux.  
*The Parallel Implementation of the Astatic Static Analyzer*. In APLAS 2005 — The Third Asian Symposium on Programming Languages and Systems, Kwangkeun Yi (editor), Lecture Notes in Computer Science 3780, pp. 86–96, 2–5 November 2005, Tsukuba, Japan, © Springer.
- [22] Xavier Rival.  
*Abstract Dependences for Alarm Diagnosis*. In APLAS 2005 — The Third Asian Symposium on Programming Languages and Systems, Kwangkeun Yi (editor), Lecture Notes in Computer Science 3780, pp. 347–363, 2–5 November 2005, Tsukuba, Japan, © Springer.
- [23] Antoine Miné.  
*Symbolic Methods to Enhance the Precision of Numerical Abstract Domains*. In VMCAI 2006 — Seventh International Conference on Verification, Model Checking and Abstract Interpretation, E. Allen Emerson & Kedar S. Namjoshi (editors), Lecture Notes in Computer Science 3855, pp. 348–363, 8–10 January 2006, Charleston, South Carolina, USA, © Springer.
- [24] Antoine Miné.  
*Field-Sensitive Value Analysis of Embedded C Programs with Union Types and Pointer Arithmetics*. In Proceedings of the 2006 ACM SIGPLAN/SIGBED Conference for Languages, Compilers, and Tools for Embedded Systems (LCTES 2006), 14–16 June 2006, Ottawa, Ontario, Canada. ACM Press, pp. 54–63.

