

Exemples d'exercices - Semaine 6

1 Bande passante

a) Soit $X(t) = \sum_{i=1}^n a_i \sin(2\pi f_i t)$ un signal de bande passante $B = \max(f_1, f_2, \dots, f_n)$.
Quelle est la bande passante des signaux suivants ?

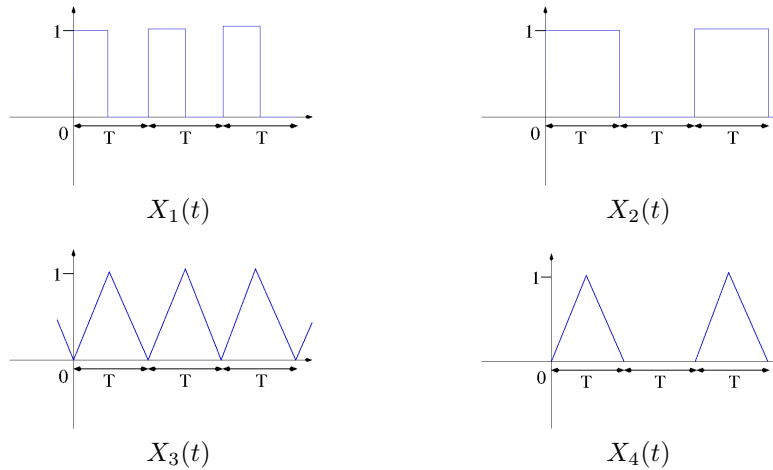
1. $2X(t)$
2. $X(t - 1)$
3. $X(3t)$
4. $X(t) + \sin(2\pi f t)$, avec $f \neq f_1, f_2, \dots, f_n$
5. $X'(t)$ [i.e., la dérivée de la fonction $X(t)$]

b) Soient maintenant $X(t)$ et $Y(t)$ deux signaux de la forme ci-dessus, avec bandes passantes B_X et B_Y , respectivement. *Que pouvez-vous dire sur la bande passante des signaux suivants ?*

1. $X(t) + Y(t)$
2. $X(t) \cdot Y(t)$

2 Filtre à moyenne mobile

a) Comment les signaux suivants sont-ils transformés après un passage à travers un filtre à moyenne mobile de période $T_c = T$?



Pas besoin ici de formules mathématiques pour répondre : des dessins suffiront !

b) Qu'arrive-t-il à un signal périodique de période T (voir exercice 5) après un passage à travers un filtre à moyenne mobile de même période $T_c = T$?

c) Soit $X(t) = \sin(2\pi f t)$, une sinusoïde pure de fréquence f . Montrer qu'après un passage à travers un filtre à moyenne mobile de période T_c , l'amplitude du signal sortant $\hat{X}(t)$ satisfait l'inégalité

$$|\hat{X}(t)| \leq |\text{sinc}(f T_c)| \quad \text{pour tout } t \in \mathbb{R},$$

où on rappelle que $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ par définition.